

الأقتصاد القياسي بالأمثلة

تأليف
Damodar Gujarati

ترجمة
د / مها محمد زكي
كلية التجارة - جامعة الأزهر



الأقتصاد القياسي بالأمثلة

ترجمة دكتوره / مها محمد زكي

دار حميثرا للنشر



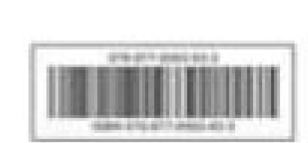
مقدمة

هناك العديد من الكتب الدراسية الممتازة في الاقتصاد القياسي مكتوبة من المستويات المبتدأة إلى المتقدمة للغاية. لدى كتبة هذه الكتب الفئة المستهدفة.

لقد ساهمت في هذا المجال من خلال الكتب الخاصة بي Basic Econometrics (McGraw-Hill, 5th edn, 2009) and Essentials of Econometrics (McGraw-Hill, 4th edn, 2009)) . لقد تم استقبال هذه الكتب جيدا وترجمتها إلى عدة لغات. يختلف كتابEBEعن كتبي وتلك التي كتبها آخرون في التعامل مع الموضوعات الرئيسية في الاقتصاد القياسي من وجهة نظر تطبيقاتها العملية. وبسبب قيود المساحة تناقش الكتب الدراسية بشكل عام نظرية الاقتصاد القياسي وتوضح تقنيات الاقتصاد القياسي من خلال أمثلة قليلة فقط. لكن المساحة لا تتيح لهم التعامل مع أمثلة محددة بالتفصيل.

www.facebook.com/EconLibrary
Economics Library مكتبة الاقتصاد





الأقتصاد القياسي بالأمثلة

تأليف

Damodar Gujarati

ترجمة

د / مها محمد زكي

كلية التجارة - جامعة الأزهر



الأقتصاد القياسي بالأمثلة

ترجمة دكتوره / مها محمد زكي

دار حميثرا للنشر



مقدمة

هناك العديد من الكتب الدراسية الممتازة في الاقتصاد القياسي، مكتوبة من المستويات المبتداة إلى المتقدمة للغاية. لدى كتبة هذه الكتب الفئة المستهدفة.

لقد ساهمت في هذا المجال من خلال الكتب الخاصة بي Basic Econometrics، (McGraw-Hill, 5th edn, 2009) and Essentials of Econometrics (McGraw-Hill, 4th edn, 2009)) . لقد تم استقبال هذه الكتب جيدا وترجمتها إلى عدة لغات. يختلف كتابEBEعن كتبي وتلك التي كتبها آخرون في أنهيتعامل مع الموضوعات الرئيسية في الاقتصاد القياسي من وجهة نظر تطبيقاتها العملية. وبسبب قيود المساحة، تناقش الكتب الدراسية بشكل عام نظرية الاقتصاد القياسي وتوضح تقنيات الاقتصاد القياسي من خلال أمثلة قليلة فقط. لكن المساحة لا تتيح لهم التعامل مع أمثلة محددة بالتفصيل.



978-977-6563-93-3

ISBN 978-977-6563-93-3

الاقتصاد القياسي بالأمثلة

تأليف

Damodar Gujarati

ترجمة

د. مها محمد زكي

كلية التجارة - جامعة الأزهر

رقم الإيداع: 2018/26106
الترقيم الدولي: 8 - 98 - 6563 - 977 - 978

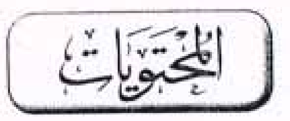
دار حميثرا للنشر الطبعة الأولى 2019

التوزيع داخل جمهورية مصر العربية والسودان وشمال افريقيا ودول الخليج

جمهورية مصر العربية - القاهرة 26 ش شامبليون

ت : 01113664737 - 01007420665

البريد الالكتروني : Email : homysra@gmail.com



الجزء الثالث نماذج الانحدار مع بيانات مقطعية

الجزء الرابع موضوعات في الاقتصاد القياسي للسلاسل الزمنية

مقدمة

تم كتابة الاقتصاد القياسي بالأمثلة *Econometrics by Example* (EBE) في المقام الأول للطلاب الجامعيين في الاقتصاد والمحاسبة والمالية والتسويق، والتخصصات ذات الصلة . كما أنه مخصص للطلاب في برامج ماجستير إدارة الأعمال وللباحثين في قطاع الأعمال والحكومة والمؤسسات البحثية .

هناك العديد من الكتب الدراسية الممتازة في الاقتصاد القياسي ، مكتوبة من المستويات المبتدأة إلى المتقدمة للغاية . لدى كتبة هذه الكتب الفئة المستهدفة .

لقد ساهمت في هذا المجال من خلال الكتب الخاصة بي، *Basic Econometrics* (McGraw-Hill, 5th edn, 2009) and *Essentials of Econometrics* (McGraw–Hill، 4th edn، 2009) . لقد تم استقبال هذه الكتب جيدا وترجمتها إلى عدة لغات . يختلف كتاب EBE عن كتبي وتلك التي كتبها آخرون في أنه يتعامل مع الموضوعات الرئيسية في الاقتصاد القياسي من وجهة نظر تطبيقاتها العملية . وبسبب قيود المساحة ، تناقش الكتب الدراسية بشكل عام نظرية الاقتصاد القياسي وتوضح تقنيات الاقتصاد القياسي من خلال أمثلة قليلة فقط . لكن المساحة لا تتيح لهم التعامل مع أمثلة محددة بالتفصيل .

في كتاب EBE ، يناقش كل فصل مثالاً أو مثالين بعمق . لإعطاء مثال واحد على هذا ، يناقش الفصل 8 نماذج الانحدار للمتغيرات التابعة الوهمية الثنائية . هذا المثال المحدد يتعلق بقرار التدخين أو عدم التدخين ، مع أخذ قيمة 1 إذا كان الشخص يدخن أو قيمة 0 إذا لم يدخن . تتكون البيانات من عينة عشوائية من 119 من الذكور الأمريكيين . المتغيرات التفسيرية هي العمر ، التعليم ، الدخل ، وسعر السجائر . هناك ثلاثة طرق لنمذجة هذه المشكلة : (1) المربعات الصغرى العادية (OLS) ، والتي تؤدي إلى نموذج الاحتمال الخطي (LPM) ، (2) نموذج logit ، على أساس التوزيع الاحتمالي اللوجيستي ، و (3) نموذج probit ، على أساس التوزيع الطبيعي .

أيهما أفضل؟ في تقييم هذا ، علينا أن نأخذ بعين الاعتبار إيجابيات وسلبيات كل هذه الطرق الثلاثة وتقييم النتائج بناء على هذه النماذج الثلاثة المتنافسة ومن ثم نقرر أيها نختار . معظم الكتب الدراسية بها مناقشة نظرية حول هذا ، ولكن ليس لديها مساحة لمناقشة جميع الجوانب العملية لمشكلة معينة .

هذا الكتاب قائم بذاته حيث تتم مناقشة النظرية الأساسية لكل موضوع دون رياضيات معقدة . وبه ملحق يناقش المفاهيم الأساسية للإحصاءات بطريقة سهلة الاستخدام ويوفر الخلفية الإحصائية اللازمة لمتابعة المفاهيم المشمولة فيها . في EBE ، كل الأمثلة التي أقوم بتحليلها تبحث في كل مشكلة في العمق ، بدءاً بصياغة النموذج ، تقدير النموذج المختار ، اختبار الفروض حول الظاهرة قيد الدراسة ، وتشخيصات ما بعد التقدير لمعرفة مدى جودة أداء النموذج . المشكلات الشائعة عادةً ، مثل الارتباط المتعدد ، وعدم ثبات التباين ، والارتباط الذاتي ، وأخطاء توصيف النموذج ، وعدم استقرار سلسلة زمنية اقتصادية . هذا النهج التدريجي ، من صياغة النموذج ، ومن خلال التقدير واختبار الفروض ، إلى تشخيصات ما بعد التقييم ، سيوفر إطارًا للطلاب والباحثين الأقل خبرة . وسوف يساعدهم أيضًا على فهم المقالات العملية في المجلات الأكاديمية والمهنية .

الأمثلة المحددة التي تمت مناقشتها في هذا الكتاب هي :

1 تحديد الأجور في الساعة لمجموعة من العمال الأمريكيين

2 دالة إنتاج Cobb – Douglas في الولايات المتحدة الأمريكية

3 معدل نمو الناتج المحلي الإجمالي الحقيقي GDP ، الولايات المتحدة الأمريكية ، 1960–2007

4 العلاقة بين نفقات الغذاء والنفقات الإجمالية

5 نموذج لوغاريتمي خطي لنمو الناتج المحلي الإجمالي الحقيقي

6 إجمالي الاستثمار الخاص والمدخرات الإجمالية الخاصة ، 1959– 2007 ، USA .

7 مبيعات التجزئة الفصلية

8 ساعات عمل المرأة المتزوجة

9 معدلات الإجهاض في الولايات المتحدة الأمريكية

10 دالة الاستهلاك الأمريكي ، 1947–2000

11 الوفيات من سرطان الرئة وعدد السجائر المدخنة

12 نموذج اختيار الكلية

13 الموقف تجاه الأمهات العاملات

14 قرار لتقديم طلب الالتحاق بالدراسات العليا

15 براءات الاختراع ونفقات البحث والتطوير : تطبيق لتوزيع احتمالات بواسون

16 أسعار صرف الدولار / اليورو : هل هي مستقرة ؟

17 أسعار إغلاق أسهم IBM اليومية : هل هي نموذج سير عشوائي ؟

18 هل انحدار نفقات الاستهلاك على الدخل الشخصي المتاح هو انحدار زائف ؟

19 هل سندات الخزانة الأمريكية لمدة 3 أشهر و 6 أشهر لها تكامل مشترك ؟

20 نموذج ARCH لسعر صرف الدولار / اليورو

21 نموذج GARCH لسعر صرف الدولار / اليورو

22 نموذج ARMA لأسعار الإغلاق اليومي لشركة IBM

23 نموذج تصحيح أخطاء المتجهات (VEC) لمعدلات أذون الخزانة لمدة 3 أشهر و 6 أشهر

24 اختبار سببية Granger بين الإنفاق الاستهلاكي ودخل الفرد القابل للتصرف

25 التبرعات الخيرية باستخدام بيانات البانل

26 تحليل مدة إعادة الاعتقال

27 تقدير المتغير الأداة لمتغيرات الالتحاق بالكلية والمتغيرات الاجتماعية الاقتصادية

28 الآنية بين نفقات الاستهلاك والدخل

وينقسم الكتاب إلى أربعة أجزاء :

يناقش الجزء الأول نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي ، وهو العمود الفقري للاقتصاد القياسي . يعتمد هذا النموذج على الافتراضات التقييدية . تغطي الفصول الثلاثة نموذج الانحدار الخطي ، وأشكال دوال نماذج الانحدار ، ونماذج الانحدار للمتغيرات النوعية (الوهمية) .

وينظر الجزء الثاني بشكل نقدي في افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي ويدرس الطرق التي يمكن بها تعديل هذه الافتراضات وبأي تأثير . على وجه التحديد ، نناقش موضوعات الارتباط المتعدد ، وعدم ثبات التباين ، والارتباط الذاتي ، وأخطاء توصيف النموذج .

يناقش الجزء الثالث موضوعات مهمة في الاقتصاد القياسي للبيانات المقطعية . تناقش هذه الفصول وتوضح العديد من موضوعات البيانات المقطعية والتي ، في الواقع ، لا تتم مناقشتها عادة بعمق في معظم الكتب الدراسية الجامعية . هذه هي نماذج logit و probit ، ونماذج الانحدار متعدد الحدود ، ونماذج الانحدار الترتيبي ، ونماذج الانحدار المراقبة والمبتورة ، ونماذج توزيع Poisson وتوزيع ذو الحدين السالب التي تتعامل مع بيانات العد .

والسبب في مناقشة هذه النماذج هو أنها تستخدم بشكل متزايد في مجالات الاقتصاد ، والتعليم ، وعلم النفس ، والعلوم السياسية ، والتسويق ، ويرجع ذلك إلى حد كبير إلى توافر بيانات مقطعية واسعة النطاق تشمل آلاف المشاهدات ، وكذلك لأن برامج الكمبيوتر سهلة الاستخدام متاحة الآن للتعامل ليس فقط مع كميات هائلة من البيانات ولكن أيضًا للتعامل مع بعض من هذه الأساليب ، التي تعتبر معقدة رياضيا .

يتعامل الجزء الرابع بشكل أساسي مع موضوعات في الاقتصاد القياسي

للسلاسل الزمنية ، مثل السلسلة الزمنية المستقرة وغير المستقرة ، التكامل المشترك وآليات تصحيح الخطأ ، وتقلب أسعار الأصول (نماذج ARCH و GARCH) ، والتنبؤ الاقتصادي مع الانحدار (نماذج ARIMA و VAR) .

كما يناقش ثلاثة موضوعات متقدمة وهي نماذج انحدار بيانات البانل (أي النماذج التي تتعامل مع البيانات المقطعية المتكررة مع مرور الزمن ، وبشكل خاص نناقش نماذج التأثيرات الثابتة ونماذج التأثيرات العشوائية) ، تحليل بقاء أو مدة الظواهر مثل مدة البطالة ووقت البقاء على قيد الحياة لمرضى السرطان ، وطريقة المتغيرات الأداة (IV) ، والتي تستخدم للتعامل مع المتغيرات العشوائية التفسيرية التي قد تكون مرتبطة مع حد الخطأ ، مما يجعل مقاييس OLS غير متسقة .

وباختصار ، كما يوحي العنوان ، يناقش الاقتصادي القياسي بالأمثلة الموضوعات الرئيسية في الاقتصاد القياسي مع أمثلة عملية مفصلة تبين كيف يعمل الموضوع في الممارسة . مع الإلمام بالنظرية الأساسية والاعتياد على العمل ببرنامج الكمبيوتر في موضوعات الاقتصاد القياسي ، سيجد الطلاب أن «التعلم بالممارسة» هو أفضل طريقة لتعلم الاقتصاد القياسي . الشروط الأساسية ضئيلة . إن معرفة نموذج الانحدار الخطي ذي المتغيرين ، والدروس البدائية في الإحصاء ، وعمليات التبسيط والاختصار في المعالجات الجبرية ، سوف يكون كافياً للمادة الموجودة في الكتاب . لا يستخدم EBE أي جبر مصفوفات أو حساب تفاضلي متطور .

يستخدم EBE الحزم الإحصائية Stata و Eviews بشكل مكثف . يتم نسخ المخرجات التي تم الحصول عليها من هذه الحزم في الكتاب حتى يتمكن القارئ من رؤية النتائج بوضوح بطريقة مضغوطة . عند الضرورة ، يتم إنتاج الرسوم البيانية لإعطاء إحساس بصري للظاهرة تحت الدراسة . تشتمل معظم الفصول على العديد من التمارين التي قد يرغب القارئ في محاولة معرفة المزيد عن التقنيات المختلفة التي تمت مناقشتها . على الرغم من أن الجزء الأكبر من الكتاب يكون خاليًا من الاشتقاقات الرياضية المعقدة ، إلا أنه في بعض الحالات يتم وضع بعض المواد المتقدمة في الملاحق .

الموقع الالكتروني المرفق

يتم نشر البيانات المستخدمة في هذا الكتاب على الموقع الالكتروني المرفق وتوجيه الملاحظات داخل كل فصل للقارئ إلى هذا في النقاط ذات الصلة . يتم تشجيع الطلاب على استخدام هذه البيانات في العديد من تطبيقات نهاية الفصل لممارسة تطبيق ما تعلمه على سيناريوهات مختلفة . قد يرغب المحاضر أيضًا في استخدام هذه البيانات في الطلب من الدارسين تطوير وتقدير نماذج اقتصاد قياسي بديلة . بالنسبة للمحاضرين ، يتم نشر حلول لتمارين نهاية الفصل على موقع الويب المرفق في منطقة محاضر محمي بكلمة مرور . هنا ، سوف يجد أيضا مجموعة من شرائح PowerPoint التي تتوافق مع كل فصل لاستخدامها في التدريس .

رسالة شخصية من المؤلف

عزيزي الطالب ، أولاً ، شكرًا لك على شراء الاقتصاد القياسي بالأمثلة . تمت كتابة هذا الكتاب وتنقيحه استجابة لردود من المحاضرين في جميع أنحاء العالم ، لذلك تم تصميمه مع مراعاة احتياجات التعلم الخاصة بك . أيا كانت دراستك ، فإنه يوفر مقدمة عملية وسهلة الوصول إلى الاقتصاد القياسي التي ستزودك بالأدوات اللازمة لمعالجة المشكلات الاقتصادية والعمل بثقة مع مجموعات البيانات .

ثم ، آمل أن تستمتع بدراسة الاقتصاد القياسي باستخدام هذا الكتاب . لا يزال في الواقع مجالاً حديثاً نسبياً ، وقد يدهشك أنه حتى أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين ، قوبل التحليل الإحصائي للبيانات الاقتصادية لغرض قياس النظريات الاقتصادية واختبارها بقدر كبير من الشكوك . لم يتم اعتبار الاقتصاد القياسي حتى الخمسينيات مجالًا فرعيًا للاقتصاد ، ومن ثم قدمته بعض أقسام الاقتصاد كمجال دراسي متخصص . في الستينات ، ظهرت بعض الكتب الدراسية في الاقتصاد القياسي في السوق ، ومنذ ذلك الحين خطى هذا الموضوع خطوات سريعة .

في أيامنا هذه ، لم يعد الاقتصاد القياسي محصوراً في أقسام الاقتصاد .

تستخدم أساليب الاقتصاد القياسي في مجموعة متنوعة من المجالات مثل المالية والقانون والعلوم السياسية والعلاقات الدولية وعلم الاجتماع وعلم النفس والطب والعلوم الزراعية . لذا فإن الطلاب الذين يكتسبون أساسًا شاملًا في الاقتصاد القياسي لديهم بداية قوية في شغل الوظائف في هذه المجالات . تستخدم الشركات الكبرى ، والبنوك ، ودور الوساطة ، والحكومات على جميع المستويات ، والمنظمات الدولية مثل صندوق النقد الدولي والبنك الدولي ، عددًا كبيرًا من الأشخاص الذين يمكنهم استخدام الاقتصاد القياسي لتقدير دوال الطلب ودوال التكلفة ، وإجراء تنبؤات للمتغيرات الاقتصادية القومية الرئيسية والمتغيرات الاقتصادية الدولية . هناك أيضا طلب كبير على الاقتصاديين من قبل الكليات والجامعات في جميع أنحاء العالم .

ماذا بعد ذلك ، هناك الآن العديد من الكتب الدراسية التي تناقش الاقتصاد القياسي من المستويات المبتدئة إلى المتقدمة للغاية لمساعدتك على طول الطريق . لقد ساهمت في صناعة النمو هذه بكتابين مستوى تمهيدي ومتوسط ، والآن كتبت هذا الكتاب الثالث بناء على حاجة واضحة إلى نهج جديد . بعد أن قمت بتدريس الاقتصاد القياسي لعدة سنوات في كل من المرحلة الجامعية ومستوى الدراسات العليا في أستراليا ، والهند ، وسنغافورة ، والولايات المتحدة الأمريكية والمملكة المتحدة ، أدركت أنه من الواضح أن هناك حاجة إلى كتاب يشرح هذا النظام المعقد في كثير من الأحيان بعبارات عملية ومباشرة ومع عدة أمثلة مثيرة للاهتمام ، مثل العطاء الخيري ، ومبيعات الأزياء وأسعار الصرف ، بتعمق . وقد تم الآن تلبية هذه الحاجة مع الاقتصاد القياسي بالأمثلة .

ومما جعل الاقتصاد القياسي أكثر إثارة للدراسة في هذه الأيام هو توافر حزم البرامج سهلة الاستخدام . على الرغم من وجود العديد من حزم البرامج ، فإنني أستخدم في هذا الكتاب في المقام الأول *Eviews* و *Stata* ، لأنها متاحة على نطاق واسع وسهلة للبدء . تتوفر إصدارات الطلاب من هذه الحزم بتكلفة معقولة ولقد قدمت مخرجات منها طوال الكتاب حتى تتمكن من رؤية نتائج التحليل بوضوح تام . لقد جعلت هذا الكتاب سهلا في تصفحه من خلال تقسيمه إلى أربعة أجزاء ، والتي تم وصفها بالتفصيل في المقدمة . يتبع كل فصل هيكلًا مشابهًا ، ينتهي بقسم

ملخص واستنتاج لجمع النقاط الرئيسية في تنسيق سهل التذكر . لقد وضعت مجموعات البيانات المستخدمة في الأمثلة الموجودة في الكتاب على موقع الكتروني مرفق ، والتي يمكنك العثور عليها على

www.palgrave.com/economics/gujarati.I

أتمنى أن تستمتع بنهج عملي للتعلم وأن هذا الكتاب سيكون رفيقا ثمينا لتعليمك الإضافي في الاقتصاد والمجالات ذات الصلة ومستقبلك المهني . أرحب بأي تعليقات على النص ؛ يرجى الاتصال بي عبر عنوان بريدي الإلكتروني على الموقع الإلكتروني .

قائمة الجداول

يمكن العثور على الجداول غير الموجودة في هذه القائمة على المواقع الالكترونية المرفقة . انظر ملحق 1 للتفاصيل عن هذه الجداول .

قائمة الأشكال

الجزء الأول

نموذج الانحدار الخطي

The linear regression model

1 - نموذج الانحدار الخطي: نظرة عامة

2 - أشكال دوال نماذج الانحدار

3 - نماذج انحدار المتغيرات التفسيرية الوصفية



1 نموذج الانحدار الخطي: نظرة عامة
The linear regression model: an overview

كما تم ذكره في المقدمة ، يعتبر نموذج الانحدار الخطي (LRM) أحد أهم أدوات الاقتصاد القياسي . تناقش في هذا الفصل الطبيعة العامة لنموذج LRM ونستعرض الخلفية التي سيتم استخدامها لتوضيح الأمثلة المختلفة التي تمت مناقشتها في هذا الكتاب . ولن نقدم اثباتات للقوانين ، لأنه يمكن العثور عليها في العديد من الكتب الدراسية .[1]

1.1 نموذج الانحدار الخطي The linear regression model

يمكن كتابة الشكل العام لنموذج (LRM) على النحو التالي :

$$Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + \cdots + B_kX_{ki} + u_i \qquad (1.1)$$

يُعرف المتغير Y كمتغير تابع أو regressand والمتغيرات X تُعرف باسم المتغيرات التفسيرية explanatory variables أو المتغيرات التنبؤية predictors أو المتغيرات المؤثرة المصاحبة covariates أو **regressors** ، و u هو حد خطأ عشوائي . يرمز الدليل السفلي (i) إلى المشاهدة رقم i *th* .

لسهولة العرض ، سنكتب معادلة (1.1) على النحو التالي :

$$Y_i = BX + u_i \qquad (1.2)$$

حيث BX هو شكل مختزل للحدود :

$$B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + \cdots + B_kX_{ki}.$$

(1) انظر على سبيل المثال :
Damodar N. Gujarati and Dawn C. Porter, Basic Econometrics, 5th edn, McGraw-Hill, New York, 2009 (henceforward, Gujarati/Porter text); Jeffrey M. Wooldridge, Introductory Econometrics: A Modern Approach, 4th edn, South-Western, USA, 2009; James H. Stock and Mark W. Watson, Introduction to Econometrics, 2nd edn, Pearson, Boston, 2007; and R. Carter Hill, William E. Griffiths and Guay C. Lim, Principles of Econometrics, 3rd edn, John Wiley & Sons, New York, 2008.

تعرف معادلة (1.1) ، أو شكلها المختزل (1.2) ، بالمجتمع **population** أو النموذج الحقيقي . هذا النموذج يتكون من مكونين : (1) مكون محدد ، BX ، و(2) مكون غير منتظم أو عشوائي ، u_i . كما هو موضح أدناه ، يمكن تفسير BX على أنه متوسط مشروط conditional mean للقيمة Y_i ، أي $E(Y_i | X)$ ، مشروط على القيم المعلومة للمتغير X .[1] لذلك تنص المعادلة (1.2) على أن قيمة Y_i الفردية تساوي القيمة المتوسطة للمجتمع الذي تكون عضوا فيه زائد أو ناقص حدا عشوائيا . مفهوم المجتمع هو مفهوم عام ويشير إلى كيان محدد جيدا (أشخاص ، شركات ، مدن ، ولايات ، دول ، . . . وهكذا) وهذا هو محور التحليل الإحصائي أو الاقتصاد القياسي .

على سبيل المثال ، إذا كانت Y تمثل إنفاق الأسرة على الغذاء و X تمثل دخل الأسرة ، تحدد المعادلة (1.2) أن النفقات الغذائية للأسرة الواحدة تكون مساوية لمتوسط الإنفاق على الغذاء لجميع الأسر التي لديها نفس مستوى الدخل ، زائد أو ناقص جزء عشوائي قد يختلف من فرد إلى فرد والذي من الممكن أن يعتمد على عدة عوامل .

في معادلة (1.1) يعرف B_1 باسم ثابت الانحدار أو القاطع **intercept** وتعرف B_2 إلى B_k باسم معاملات الميل **slope coefficient** . وجميعهم يطلق عليهم معاملات الانحدار regression coefficients أو معالم الانحدار regression parameters . في تحليل الانحدار هدفنا الأساسي هو شرح متوسط سلوك المتغير Y فيما يتعلق بالمتغيرات المستقلة ، وهذا يعني ، كيف يستجيب المتغير Y في المتوسط للتغيرات في قيم المتغيرات X . ستتجه قيمة Y الفردية حول قيمتها المتوسطة .

ويجب التأكيد على أن العلاقة السببية بين Y و X_s ، إن وجدت ، يجب أن تعتمد على النظرية المختصة بذلك .

يقيس كل معامل ميل معدل التغير (الجزئي) في القيمة المتوسطة للمتغير Y عندما تتغير قيمة المتغير المستقل بمقدار وحدة واحدة ، مع بقاء جميع قيم المتغيرات المستقلة الأخرى ثابتة ، وبالتالي يكون التغير جزئيا . ويعتمد عدد المتغيرات المستقلة في النموذج على طبيعة المشكلة ويختلف من مشكلة إلى أخرى .

يعتبر حد الخطأ "u_i" رمزا شاملا لكل المتغيرات التي لا يمكن إدراجها في النموذج لعدد من الأسباب . غير أنه يُفترض أن متوسط تأثير هذه المتغيرات على المتغير التابع لا يكاد يذكر .

(1) تذكر من مقدمة الإحصاء أن التوقع غير الشرطي ، أو القيمة المتوسطة للمتغير Y_i يرمز له بالرمز E(Y) ، لكن التوقع الشرطي ، المشروط على X المعلومة ، يرمز له بالرمز E(Y|X) .

طبيعة المتغير Y The nature of the Y variable

من المفترض بشكل عام أن Y هو متغير عشوائي . يمكن قياسه بأربعة مقاييس مختلفة : مقياس النسبة ، مقياس الفترة ، المقياس الترتيبي ، المقياس الوصفي .

▲ **مقياس النسبة Ratio scale** : المتغير الذي يقاس بمقياس النسبة له ثلاث خصائص : (1) نسبة متغيرين ، (2) المسافة بين متغيرين ، و (3) ترتيب المتغيرات . في مقياس النسبة إذا كانت Y تأخذ قيمتين Y_1 و Y_2 مثلا ، تكون النسبة (Y_1 / Y_2) والمسافة $(Y_1 - Y_2)$ كميات ذات معنى ، كحالات المقارنات أو الترتيب مثل $(Y_2 \le Y_1)$ أو $(Y_2 \ge Y_1)$ تنتمي معظم المتغيرات الاقتصادية إلى هذه الفئة . وبالتالي يمكننا التحدث عما إذا كان الناتج المحلي الإجمالي (GDP) أكبر هذا العام من العام الماضي ، أو ما إذا كانت نسبة الناتج المحلي الإجمالي هذا العام إلى الناتج المحلي الإجمالي العام الماضي أكبر أو أقل من واحد .

▲ **مقياس الفترة Interval scale** : لا تستوفي المتغيرات التي تقاس بمقياس الفترة الخاصية الأولى لمتغيرات مقياس النسبة . على سبيل المثال ، المسافة بين فترتين زمنيتين ، مثلا ، 2007 و2000 أي الفترة (2007 – 2000) ذات مغزى ، لكن النسبة 2007/2000 ليست كذلك .

▲ **مقياس ترتيبي Ordinal scale** : تحقق المتغيرات في هذا المقياس خاصية الترتيب لمقياس النسبة ، ولكن لا تحقق الخاصيتين الأخرتين . على سبيل المثال ، أنظمة التقدير ، مثل A أو B أو C أو تصنيف الدخل ، مثل الدخل المنخفض ، والدخل المتوسط ، والدخل المرتفع ، هي متغيرات ذات مقياس ترتيبي ، لكن الكميات مثل الدرجة A مقسومة على الدرجة B ليست ذات معنى .

▲ **مقياس وصفي (نوعي) Nominal scale** : لا تشتمل المتغيرات في هذه الفئة على أي من خصائص المتغيرات التي تقاس بمقياس النسبة . المتغيرات مثل الجنس والحالة الاجتماعية والدين متغيرات ذات مقياس وصفي . هذه المتغيرات غالبا ما تسمى متغيرات وهمية أو تصنيفية . وغالباً ما يتم «قياسها» على أنها 1 أو 0 ، حيث 1 تشير إلى وجود الصفة و0 تشير إلى عدم وجودها . وهكذا ، يمكننا «قياس» الجنس على أنه ذكر = 1 وأنثى =0 ، أو العكس .

على الرغم من أن معظم المتغيرات الاقتصادية يتم قياسها على أساس مقياس النسبة أو الفترة ، إلا أن هناك حالات تتطلب متغيرات المقياس الترتيبي والوصفي . وهذا يتطلب أساليب الاقتصاد القياسي المتخصصة التي تتجاوز LRM المعياري . سيكون لدينا عدة أمثلة في الجزء الثالث من هذا الكتاب والتي ستوضح بعض الأساليب المتخصصة .

طبيعة المتغيرات X أو المتغيرات المستقلة

The nature of X variables or regressors

يمكن قياس المتغيرات المستقلة بأي مقياس من المقاييس التي ناقشناها للتو ، غير أنه في العديد من التطبيقات يتم قياس المتغيرات المستقلة بمقاييس النسبة أو الفترة . في النموذج القياسي ، أو نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (CLRM) ، والذي سنناقشه لاحقا ، من المفترض أن تكون المتغيرات المستقلة غير عشوائية ، بمعنى أن قيمها ثابتة في المعاينة المتكررة . ونتيجة لذلك ، فإن تحليل الانحدار الذي سنناقشه يكون مشروطا ، أي أنه مشروط بالقيم المعطاة للمتغيرات المستقلة .

من الممكن أن نسمح أن تكون المتغيرات المستقلة عشوائية مثل المتغير Y ، ولكن في هذه الحالة يجب تفسير النتائج بحذر . سنوضح هذه النقطة في فصل 7 ، وندرسها بعمق في فصل 19 .

طبيعة حد الخطأ العشوائي *u*

The nature of the stochastic error term, u

حد الخطأ العشوائي عبارة عن مجموعة شاملة تتضمن كل تلك المتغيرات التي لا يمكن قياسها بسهولة . قد يمثل هذا الحد المتغيرات التي لا يمكن إدراجها في النموذج لعدم توافر البيانات ، أو أخطاء القياس في البيانات ، أو العشوائية الموجودة في السلوك البشري . مهما كان مصدر الحد العشوائي *u* ، يفترض أن متوسط تأثير حد الخطأ على الانحدار هو تأثير هامشي في أحسن الأحوال . وسيكون لدينا توضيحا أكثر لهذا .

طبيعة معاملات الانحدار، *Bs*

The nature of regression coefficients, the *Bs*

يفترض أن تكون معاملات الانحدار أرقاما ثابتة وليست عشوائية ، على الرغم

من أننا لا نعرف قيمهم الفعلية . وهذا هو الهدف من تحليل الانحدار ، تقدير قيم ***Bs*** على أساس بيانات العينة . يعامل فرع من الإحصاء المعروف باسم الإحصاء البايزي Bayesian statistics معاملات الانحدار كمعاملات عشوائية . في هذا الكتاب لن نتبع أسلوب بايز لنماذج الانحدار الخطي .[1]

معنى الانحدار الخطي The meaning of linear regression

في تحليلنا ، يشير المصطلح «خطي» في نموذج الانحدار الخطي إلى الخطية في معاملات الانحدار ، ***Bs*** ، وليس الخطية في المتغيرات Y و X . على سبيل المثال ، يمكن أن تكون المتغيرات Y و X لوغاريتمية (مثل $\ln X_2$) ، أو مقلوبية ($1/X_3$) أو مرفوعة إلى قوة (على سبيل المثال X_2^3) ، حيث يشير ln إلى اللوغاريتم الطبيعي ، أي لوغاريتم للأساس (e) .[2]

تعني «الخطية» في معاملات B أنها لا ترفع لأي قوة (مثل ، B_2^2) أو يتم قسمتها من قبل معاملات أخرى (مثل B_2 / B_3) أو تحويلها ، مثل $\ln B_4$. هناك حالات قد نضطر فيها إلى دراسة نماذج الانحدار التي لا تكون خطية في معاملات الانحدار .[3]

1.2 طبيعة ومصدر البيانات The nature and sources of data

لإجراء تحليل الانحدار ، نحتاج إلى بيانات . يوجد عادة ثلاثة أنواع من البيانات المتاحة للتحليل : (1) سلسلة زمنية ، (2) مقطعية أو مستعرضة ، و(3) بانل (نوع خاص من البيانات المجمعة) .

بيانات السلسلة الزمنية Time series data

هي مجموعة من المشاهدات التي يأخذها المتغير في أوقات مختلفة ، مثل البيانات اليومية (مثلا أسعار الأسهم ، وتقارير الطقس) ، والأسبوعية (مثلا ، العرض النقدي) ، شهريا (مثلا معدل البطالة ، الرقم القياسي لأسعار المستهلك CPI) ، كل ثلاثة أشهر

---

(1) على سبيل المثال :
Gary Koop, Bayesian Econometrics, John Wiley & Sons, West Sussex, England, 2003.

(2) على العكس ، اللوغاريتم للأساس 10 يسمى اللوغاريتم العادي . لكن هناك علاقة ثابتة بين اللوغاريتمات العادية و الطبيعية ، حيث :

$$\ln_e X = 2.3026 \log_{10} X$$

(3) بما أن هذا موضوع متخصص يتطلب الرياضيات المتقدمة ، فإننا لن نقوم بتغطيته في هذا الكتاب . ولكن من أجل توضيح مبسط ، انظر Chapter 14 ، op cit. ، Gujarati /Porter .

(مثل الناتج المحلي الإجمالي GDP) ، سنويا (مثل الميزانيات الحكومية) خمسية أو كل خمس سنوات (مثل تعداد الصناعات) ، عشرية أو كل عشر سنوات (مثلا ، تعداد السكان) . في بعض الأحيان ، يتم جمع البيانات كل ثلاثة أشهر وسنوياً (على سبيل المثال ، إجمالي الناتج المحلي GDP) . يتم جمع البيانات التي تتكرر بشكل كبير على مدى فترة زمنية قصيرة للغاية . في تداول الفلاش في أسواق الأوراق المالية وأسواق العملات الأجنبية أصبحت هذه البيانات ذات التكرار المرتفع شائعة الآن .

قد تكون هناك علاقة ارتباط بين المشاهدات المتتالية في بيانات السلاسل الزمنية ، وهذا يطرح مشكلات خاصة بالنسبة إلى الانحدارات التي تتضمن بيانات سلسلة زمنية ، لا سيما مشكلة الارتباط الذاتي . سنوضح في فصل 6 هذه المشكلة بالأمثلة المناسبة .

تطرح بيانات السلاسل الزمنية مشكلة أخرى ، وهي أنها قد لا تكون ساكنة أو مستقرة . بالمعنى الدقيق للكلمة ، تكون مجموعة بيانات السلاسل الزمنية مستقرة إذا كان متوسطها وتباينها لا يتغيران بشكل منتظم بمرور الزمن . ندرس في فصل 13 طبيعة السلاسل الزمنية المستقرة وغير المستقرة ونوضح مشاكل التقدير الخاصة التي تسببها السلاسل الزمنية غير المستقرة .

إذا كنا نتعامل مع بيانات السلاسل الزمنية ، سوف نشير إلى الدليل السفلي للمشاهدات بالرمز t (على سبيل المثال X_t ، Y_t) .

البيانات المقطعية أو المستعرضة Cross-sectional data

البيانات المقطعية أو المستعرضة هي بيانات عن واحد أو أكثر من المتغيرات التي يتم جمعها في نفس النقطة من الزمن . ومن الأمثلة على ذلك التعداد السكاني الذي يجريه مكتب الإحصاء ، واستطلاعات الرأي التي تجريها مختلف منظمات الاقتراع ، ودرجة الحرارة في وقت معين في عدة أماكن ، على سبيل المثال لا الحصر .

وعلى غرار بيانات السلسلة الزمنية ، فإن البيانات المقطعية لها مشكلاتها الخاصة ، لا سيما مشكلة عدم التجانس . على سبيل المثال ، إذا تم جمع بيانات عن الأجور في العديد من الشركات في صناعة معينة في نفس الوقت ، فإن عدم التجانس ينشأ بسبب أن البيانات قد تحتوي على شركات صغيرة ومتوسطة وكبيرة كل منها ذات خصائص فردية . في الفصل الخامس تم توضيح كيف يمكن أخذ تأثير الحجم أو النطاق للوحدات غير المتجانسة في الحسبان .

سوف يتم الإشارة إلى البيانات المقطعية بالدليل السفلي i (على سبيل المثال X_i ، Y_i)

بيانات البانل أو البيانات الطولية أو البانل الجزئية

Panel, longitudinal or micro-panel data

تجمع بيانات البانل خصائص كل من البيانات المقطعية وبيانات السلسلة الزمنية . على سبيل المثال ، لتقدير دالة الإنتاج ، قد يكون لدينا بيانات عن عدة شركات (شكل البيانات المقطعية) على مدى فترة زمنية (شكل بيانات السلسلة الزمنية) . تشكل بيانات البانل العديد من التحديات لتحليل الانحدار . نقدم في فصل 17 أمثلة لنماذج انحدار بيانات البانل .

سيتم ترميز بيانات البانل بالدليل السفلي المزدوج it (على سبيل المثال Y_{it} ، X_{it})

مصادر البيانات Sources of data

يعتمد نجاح أي تحليل انحدار على توافر البيانات . يمكن جمع البيانات من خلال وكالة حكومية (مثل وزارة الخزانة) ، أو وكالة دولية (مثل صندوق النقد الدولي (IMF) أو البنك الدولي) ، أو منظمة خاصة (مثل مؤسسة ستاندرد آند بورز Standard & Poor's) ، أو الأفراد أو القطاع الخاص .

هذه الأيام مصدر البيانات الأكثر فعالية هو الإنترنت . كل ما على المرء أن يفعله هو الذهاب إلى «Google» وكتابة موضوعًا ، وسيذهل من عدد المصادر التي يجدها .

جودة البيانات The quality of data

إن حقيقة أننا نستطيع العثور على البيانات في أماكن متعددة لا يعني أنها بيانات جيدة . يجب على المرء أن يتحقق بعناية من جودة الوكالة التي تقوم بتجميع البيانات ، لأن البيانات تحتوي في كثير من الأحيان على أخطاء القياس ، وأخطاء السهو أو أخطاء التقريب وما إلى ذلك . أحيانا لا تتوفر البيانات إلا على مستوى مجمّع للغاية ، وهو ما لا نستطيع من خلاله معرفة الكثير عن الكيانات الفردية المدرجة في المجموع . يجب على الباحثين أن يضعوا في اعتبارهم أن نتائج البحث تكون جيدة فقط عندما توجد جودة في البيانات .

للأسف ، لا يمتلك الباحث الفردي امكانية جمع البيانات من جديد ويجب أن يعتمد على المصادر الثانوية . ولكن يجب بذل كل جهد للحصول على بيانات ذات موثوقية .

1.3 تقدير نموذج الانحدار الخطي

Estimation of the linear regression model

بعد الحصول على البيانات ، السؤال المهم هو : كيف يمكننا تقدير LRM من معادلة (1.1)؟ لنفترض أننا نريد تقدير دالة الأجر لمجموعة من العمال . لإيضاح معدل الأجر في الساعة (Y) ، قد يكون لدينا بيانات عن متغيرات مثل الجنس ، والعرق ، والانتماء لاتحاد عمالي ، والتعليم ، وخبرة العمل ، وغيرها الكثير ، والتي تمثل المتغيرات المستقلة X . علاوة على ذلك ، لنفترض أن لدينا عينة عشوائية من 1000 عامل . كيف إذن نقدر المعادلة (1.1)؟ الجواب في الجزء التالي .

طريقة المربعات الصغرى العادية

The method of ordinary least squares (OLS)

الطريقة الشائعة لتقدير معاملات الانحدار هي طريقة المربعات الصغرى العادية ((OLS .[1] لتوضيح هذه الطريقة ، نعيد كتابة معادلة (1.1) على النحو التالي :

$$u_i = Y_i - (B_1 + B_2 X_{2i} + B_3 X_{3i} + \cdots + B_k X_{ki}) \quad (1.3)$$
$$= Y_i - B X$$

تنص المعادلة (1.3) على أن حد الخطأ هو الفرق بين القيمة الفعلية للمتغير Y وقيمة Y التي تم الحصول عليها من نموذج الانحدار .

أحد الطرق للحصول على تقديرات لمعاملات B هي جعل مجموع حد الخطأ u_i (أي $\sum u_i$) ، صغيرا بقدر الإمكان ، من الناحية المثالية صفر . لأسباب نظرية وعملية ، لا تقلل طريقة OLS من مجموع حد الخطأ ، ولكنها تقلل مجموع مربع حد الخطأ إلى الحد الأدنى من كما يلي :

$$\sum u_i^2 = \sum (Y_i - B_1 - B_2 X_{2i} - B_3 X_{3i} - \cdots - B_k X_{ki})^2 \quad (1.4)$$

حيث يتم أخذ المجموع على جميع المشاهدات . يسمى ($\sum u_i^2$) مجموع مربعات الخطأ (ESS) .

الآن في معادلة (1.4) نحن نعرف قيم Y_i و Xs في العينة ، لكننا لا نعرف قيم معاملات

(1) طريقة OLS هي حالة خاصة لطريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) . تحتوي OLS على العديد من الخصائص المثيرة للاهتمام ، كما هو موضح أدناه . إن البديل عن OLS التي لها قابلية تطبيق عامة هو طريقة الإمكان الأعظم (ML) ، والذي نناقشه بإيجاز في ملحق هذا الفصل .

B . لذلك ، لتدنية مجموع مربعات الخطأ (ESS) ، يجب علينا إيجاد قيم معاملات B التي تجعل ESS صغيرا قدر الإمكان . من الواضح أن ESS هي الآن دالة في معاملات B .

إن التدنية الفعلية للمقدار ESS ينطوي على تقنيات حساب التفاضل والتكامل : نحسب المشتقات (الجزئية) لـ ESS فيما يتعلق بكل معامل B ، ثم نساوي المعادلات الناتجة بالصفر ، ونحل هذه المعادلات آنيا (في وقت واحد) للحصول على تقديرات معاملات الانحدار التي عددها k .[1] بما أن لدينا معاملات الانحدار k ، فسوف نضطر إلى حل عدد k من المعادلات في وقت واحد . لا نحتاج إلى حل هذه المعادلات هنا ، لأن حزم البرامج تقوم بذلك بشكل معتاد .[2]

سنشير إلى معاملات B المقدرة بالحرف الصغير b ، وبالتالي يمكن كتابة الانحدار المقدر على النحو التالي :

$$Y_i = b_1 + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i} + \cdots + b_k X_{ki} + e_i \quad (1.5)$$

والتي يمكن تسميتها نموذج انحدار العينة **sample regression model** ، المقابل لنموذج المجتمع المعطى في معادلة (1.1) .

بوضع

$$\hat{Y}_i = b_1 + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i} + \cdots + b_k X_{ki} = b X \quad (1.6)$$

يمكن كتابة معادلة (1.5) كما يلي :

$$Y_i = \hat{Y}_i + e_i = b X + e_i \quad (1.7)$$

حيث $\hat{Y}_i$ مقدر لـ BX . كما يمكن تفسير BX (أي $E(Y|X)$) على أنه دالة الانحدار للمجتمع **population regression function** (PRF) ، يمكننا تفسير bX كدالة الانحدار للعينة **sample regression function** (SRF) . تسمى معاملات b المقدرات **estimators** لمعاملات B وتسمى e_i البواقي **residual** ، والذي يعتبر مقدرا لحد الخطأ u_i . المُقدر هو صيغة أو قاعدة تخبرنا عن كيفية البحث عن قيم معلمات **الانحدار** . تعرف القيمة العددية التي يأخذها المقدر في العينة بالتقدير . لاحظ بعناية أن المقدرات ، **bs** ، هي متغيرات عشوائية ، لأن قيمها ستتغير من عينة لعينة . من ناحية

(1) سيتذكر الذين يعرفون قواعد التفاضل أنه من أجل العثور على النهاية الصغرى أو النهاية العظمى لدوال تحتوي على متغيرات مختلفة ، فإن الشرط الأول هو مساواة مشتقات الدالة فيما يتعلق بكل متغير بالصفر .

(2) قد يرجع القراء الميالين رياضيا إلى Gujarati / Porter ، المصدر السابق ، الفصل 2

أخرى ، فإن معاملات الانحدار (للمجتمع) ، أو المعلمات Bs ، هي أرقاما ثابتة ، على الرغم من أننا لا نعلم قيمها . ونحاول الحصول على أفضل التخمينات لهم على أساس العينة .

التمييز بين دالة انحدار المجتمع ودالة انحدار العينة أمرا مهما ، لأنه في معظم التطبيقات قد لا نكون قادرين على دراسة المجتمع كاملا لأسباب مختلفة ، بما في ذلك اعتبارات التكلفة . من اللافت للنظر أنه في الانتخابات الرئاسية في الولايات المتحدة الأمريكية كثيراً ما تأتي نتيجة الاقتراعات المستندة إلى عينة عشوائية من 1000 شخص قريبة من التنبؤ بالأصوات الفعلية في الانتخابات .

في تحليل الانحدار هدفنا هو استخلاص استنتاجات حول دالة انحدار المجتمع على أساس دالة انحدار العينة ، لأنه في الواقع نحن نادرا ما نلاحظ دالة انحدار المجتمع . نحن فقط نخمن ما قد تكون عليه . وهذا مهم لأن هدفنا النهائي هو معرفة ما قد تكون عليه القيم الحقيقية لـ Bs . لهذا نحن بحاجة إلى نظرية أخرى ، والتي يقدمها نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (CLRM) ، والذي نناقشه الآن .

1.4 نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي

The classical linear regression model (CLRM)

يضع CLRM الافتراضات التالية :

A-1 : نموذج الانحدار يكون خطيا في المعلمات كما في معادلة (1. 1) ؛ وقد يكون أو لا يكون خطيا في المتغيرات Y و Xs .

A-2 : يفترض أن تكون المتغيرات المستقلة ثابتة أو غير عشوائية بمعنى أن قيمها ثابتة في المعاينة المتكررة . قد لا يكون هذا الافتراض مناسبا لجميع البيانات الاقتصادية ، ولكن كما سنوضح في الفصلين 7 و 19 ، إذا كانت X و u موزعان بشكل مستقل فإن النتائج المستندة على الافتراض الكلاسيكي الذي تمت مناقشته أدناه تظل صحيحة ، شريطة أن يكون تحليلنا مشروطًا بقيم X المحددة المسحوبة من العينة . غير أنه إذا كان لا يوجد ارتباط بين X و u ، فإن النتائج الكلاسيكية تظل صحيحة تقريبا (أي في العينات الكبيرة) .[1]

(1) لاحظ أن الاستقلالية تنطوي على أنه لا يوجد أي ارتباط ، لكن لا يوجد ارتباط لا تعني بالضرورة الاستقلالية .

A-3 : بمعلومية قيم المتغيرات X ، فإن القيمة المتوقعة أو المتوسطة لحد الخطأ تكون صفرا . بمعنى ،[1]

$$E(u_i|X) = 0 \qquad (1.8)$$

حيث ، للإيجاز في التعبير ، **X** (بالخط السميك) تعبر عن كل المتغيرات X في النموذج . وفي كلمتين ، التوقع المشروط لحد الخطأ ، بمعلومية قيم المتغيرات X ، يكون صفرا . بما أن حد الخطأ يمثل تأثير العوامل التي قد تكون عشوائية بشكل أساسي ، فمن المنطقي أن نفترض أن متوسط القيمة أو وسطها الحسابي هو الصفر .

ونتيجة لهذا الافتراض الحاسم ، يمكننا كتابة معادلة (1.2) على النحو التالي :

$$E(Y_i|X) = BX + E(u_i|X) \qquad (1.9)$$
$$= BX$$

والتي يمكن تفسيرها على أنها نموذج لقيمة متوسط أو قيمة الوسط الحسابي للمتغير Y_i مشروطا بقيم X . هذه هي دالة انحدار (متوسط) المجتمع (PRF) المذكورة سابقًا . في تحليل الانحدار هدفنا الرئيسي هو تقدير هذه الدالة . إذا كان هناك متغير X واحد فقط ، فيمكن تصوره كخط انحدار (المجتمع) . إذا كان هناك أكثر من متغير X ، سيكون عليك أن تتخيل أنه منحنى في رسم بياني متعدد الأبعاد . تقدير دالة الانحدار للمجتمع PRF ، المقابل للعينة في معادلة (1.9) ، يرمز له بالرمز $\hat{Y}_i = bx$. أي أن ، $\hat{Y}_i = bx$ تكون مقدرا لـ $E(Yi / X)$.

A-4 : يكون التباين لكل u_i ، بمعلومية قيم X ، ثابتًا أو لا يوجد اختلاف في التباين homoscedastic (كلمة homo تعني متساويًا و scedastic تعني تباينًا) . أي أن :

$$var(u_i|X) = \sigma^2 \qquad (1.10)$$

ملاحظة : لا يوجد أي دليل سفلي على σ^2 .

A-5 : لا يوجد ارتباط بين اثنين من حدود الخطأ . أي لا يوجد أي ارتباط ذاتي . بالرموز ،

(1) إن الشرطة الرأسية بعد u_i يذكرنا بأن التحليل يكون مشروطا على القيم المحددة من X .

$$cov(u_i, u_j|X) = 0 \qquad i \neq j \qquad (1.11)$$

حيث يمثل Cov التغاير و i و j هما حدي خطأ مختلفين . بالطبع ، إذا كان $j = i$ فإن المعادلة (1.11) ستعطي تباين u_i المبين في المعادلة (1.10) .

A-6 : لا توجد علاقات خطية تامة بين المتغيرات X . هذا هو افتراض عدم وجود ارتباط متعدد . على سبيل المثال ، تم من التخلص العلاقات مثل :

$$X_5 = 2X_3 + 4X_4$$

A-7 :تم توصيف نموذج الانحدار بشكل صحيح .أو لا يوجد أي تحيز في التوصيف أو خطأ في التوصيف في النموذج المستخدم في التحليل التجريبي .من المفترض ضمنيًا أن عدد المشاهدات n ، أكبر من عدد المعلمات المقدرة .

على الرغم من أنه ليس جزءًا من CLRM ، فمن المفترض أن حد الخطأ يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين σ^2 (ثابت) . بالرموز ،

A-8 : $$u_i \sim N(0, \sigma^2) \qquad (1.12)$$

على أساس افتراضات A-1 إلى A-7 ، يمكن إثبات أن طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) - الطريقة الأكثر شيوعًا في الممارسة - توفر تقديرات لمعلمات دالة الانحدار للمجتمع PRF التي تحتوي على عدة خصائص إحصائية مرغوبة ، مثل :

1 . المقدرات خطية ، أي أنها دوال خطية في المتغير التابع Y . المقدرات الخطية يسهل فهمها والتعامل معها مقارنة بالمقدرات غير الخطية .

2 . المقدرات غير متحيزة ، أي في التطبيقات المتكررة لطريقة (OLS) ، تكون المقدرات - في المتوسط - مساوية لقيمهم الحقيقية .

3 . في فئة المقدرات الخطية غير المتحيزة ، يكون لمقدرات OLS أدنى تباين . ونتيجة لذلك ، يمكن تقدير قيم المعلمات الحقيقية بأقل قدر ممكن من عدم التأكد ؛ ويسمى المقدر غير المتحيز والذي له أقل تباين مقدر كفء ***efficient estimator***

باختصار ، في ظل الشروط المفروضة ، تعتبر مقدرات OLS هي : أفضل مقدرات خطية غير متحيزة (BLUE) . هذا هو جوهر نظرية جاوس - ماركوف Gauss– Markov المعروفة ، والتي تقدم مبررًا نظريًا لطريقة المربعات الصغرى .

مع إضافة الافتراض A-8 ، يمكن إثبات أن مقدرات OLS هم أنفسهم يتبعون

التوزيع الطبيعي . ونتيجة لذلك ، يمكننا استخلاص استنتاجات حول القيم الحقيقية لمعاملات انحدار المجتمع واختبار الفروض الإحصائية . مع فرض التوزيع الطبيعي الذي تم إضافته ، فإن مقدرات OLS هي أفضل مقاييس غير متحيزة (BUE) في الفئة الكاملة من المقدرات غير المتحيزة ، سواء كانت خطية أم لا . مع افتراض التوزيع الطبيعي ، يعرف CLRM باسم نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي الطبيعي (NCLRM) .

قبل المضي قدما ، يمكن طرح عدة أسئلة . ما مدى واقعية هذه الافتراضات؟ ماذا يحدث إذا لم يتم استيفاء واحد أو أكثر من هذه الافتراضات؟ في هذه الحالة ، هل هناك مقدرات بديلة؟ لماذا نقتصر على المقدرات الخطية فقط؟ سيتم الرد على جميع هذه الأسئلة ونحن نمضي قدما (انظر الجزء الثاني) . ولكن يمكن إضافة أنه في بداية أي مجال من مجالات البحث نحتاج إلى بعض الوحدات الأساسية . يوفر CLRM أحد هذه الأسس .

1.5 التباينات والأخطاء المعيارية لمقدرات OLS

Variances and standard errors of OLS estimators

كما تمت الإشارة إليها من قبل ، مقدرات OLS ، نعني bs ، هي متغيرات عشوائية ، لأن قيمها تختلف من عينة إلى أخرى . لذلك نحن بحاجة لقياس تقلبها . في الإحصاء ، يقاس التقلب في قيم المتغير العشوائي بتباينه σ^2 ، أو الجذر التربيعي للتباين σ ، وهو الانحراف المعياري . في سياق الانحدار يسمى الانحراف المعياري للمقدر بالخطأ المعياري **standard error** ، ولكنه يشبه الانحراف المعياري في مفهومه . بالنسبة إلى LRM ، يتم الحصول على تقدير لتباين حد الخطأ u_i ، أي σ^2 للخطأ ، كما يلي :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k} \qquad (1.13)$$

أي مجموع مربعات البواقي (RSS) مقسومة على $(n - k)$ ، والتي تسمى درجات الحرية (df) ، n هي حجم العينة و k هي عدد معلمات الانحدار المقدرة ، وهذه المعلمات هي القاطع (ثابت الانحدار) ومعاملات الميل التي عددها $(k - 1)$. تسمى $\hat{\sigma}$ الخطأ المعياري للانحدار (SER) أو جذر متوسط المربعات . وهو ببساطة الانحراف المعياري لقيم Y حول خط الانحدار المقدر ، وكثيرا ما يستخدم كمقياس موجز "لجودة التوفيق goodness of fit" لخط الانحدار المقدر (انظر الفقرة 1.6) . **لاحظ أن (^) "*hat*" أو العلامة الموجودة أعلى المعلمة تشير إلى مُقدِّر لهذه المعلمة .**

ومن المهم أن نأخذ في الاعتبار أن الانحراف المعياري لقيم Y ، المشار إليه بالرمز S_Y ، يُتوقع أن يكون أكبر من الخطأ المعياري للانحدار SER ، ما لم يظهر نموذج الانحدار تباينا كبيرا في قيم Y .[1] وإذا كان هذا هو الحال ، لا يوجد أي مغزى من إجراء تحليل الانحدار ، لأنه في هذه الحالة لا يكون للمتغيرات المستقلة X أي تأثيرا على Y . إذن أفضل تقدير لـ Y هو ببساطة متوسط قيمته $\bar{Y}$. وبالطبع نستخدم نموذج الانحدار وذلك للاعتقاد بأن المتغيرات X المدرجة في النموذج ستساعدنا في تفسير أفضل لسلوك Y الذي لا يستطيع $\bar{Y}$ تفسيره بمفرده .

بالأخذ في الاعتبار افتراضات CLRM ، يمكننا بسهولة استخلاص التباينات والأخطاء المعيارية للمعاملات b ، لكننا لن نقدم الصيغ الفعلية لحسابها لأن الحزم الإحصائية ستحسب قيمها بسهولة ، كما سنوضحه في مثال .

التوزيعات الاحتمالية لمقدرات OLS

Probability distributions of OLS estimators

إذا استدعينا فرض A-8 ، $[u_i \sim N(0,\sigma^2)]$ ، يمكن اثبات أن كل مقدر من مقدرات OLS لمعاملات الانحدار هو نفسه يتبع التوزيع الطبيعي مع قيمة وسط حسابي مساوية لقيمة وسطه المقابلة في المجتمع وتباين σ^2 وقيم المتغيرات X . في الممارسة العملية ، يتم استبدال σ^2 بمقدره $\hat{\sigma}^2$ المعطى في معادلة (1.13) . ومن الناحية العملية ، فإننا نستخدم التوزيع الاحتمالي (t) بدلاً من التوزيع الطبيعي للاستدلال الإحصائي (أي اختبار الفروض) . ولكن تذكر أنه مع زيادة حجم العينة ، يقترب توزيع t من التوزيع الطبيعي . إن معرفة أن مقدرات OLS يتم توزيعها بشكل طبيعي تكون مفيدة في تحديد فترات الثقة واستنباط استنتاجات حول القيم الحقيقية للمعلمات . سيتم عرض طريقة تنفيذ ذلك بعد حين .

1.6 اختبار الفروض حول معاملات الانحدار الحقيقية للمجتمع

Testing hypotheses about the true or population regression coefficients

تفترض أننا نريد اختبار الفرض القائل بأن معامل الانحدار (للمجتمع) $B_k = 0$.

(1) تباين المتغير Y المحسوب من العينة يعرف على أنه :

$$S_Y^2 = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 / (n-1)$$

حيث $\bar{Y}$ هو متوسط العينة . الجذر التربيعي للتباين هو الانحراف المعياري للمتغير Y ورمزه S_Y .

لاختبار هذا الفرض ، نستخدم الاختبار الإحصائي t ،[1] وهو :

$$t = \frac{b_k}{se(b_k)}$$

حيث $se(b_k)$ هو الخطأ المعياري لـ b_k . قيمة t هذه لها درجات حرية (df) تساوي $(n - k)$ ؛ تذكر أن الإحصاء t تكون مرتبطة بدرجات الحرية لها . في نموذج الانحدار ذو عدد متغيرات k ، درجات الحرية df تساوي عدد المشاهدات ناقص عدد المعاملات المقدرة .

بمجرد حساب الإحصاء t ، يمكننا البحث في جدول t لمعرفة احتمال الحصول على قيمة t هذه أو أكبر . إذا كان احتمال الحصول على قيمة t المحسوبة صغيراً ، 5% أو أقل ، يمكننا رفض فرض العدم $B_k = 0$. في هذه الحالة ، نقول أن قيمة t المقدرة ذات معنوية إحصائية ، **أي أنها تختلف اختلافًا معنويًا عن الصفر** .

القيم الاحتمالية المختارة عموما هي 10% و 5% و 1% . تُعرف هذه القيم بمستويات المعنوية (التي يشار إليها عادة بالحرف اليوناني ألفا (α) ، والمعروفة أيضًا باسم الخطأ من النوع الأول) ، ومن هنا جاء اسم اختبارات t للمعنوية *t tests of significance* .

لن نحتاج إلى القيام بهذا العمل يدويًا حيث توفر الحزم الإحصائية الناتج المطلوب . لا تعطي حزم البرمجيات هذه قيم t المقدرة فقط ، ولكن أيضا قيم p (الاحتمال) الخاص بها ، والذي يعتبر المستوى المضبوط للمعنوية لقيم t . إذا تم حساب قيمة p ، فليس هناك حاجة لاستخدام قيم تم اختيارها بشكل جزافي لمستوى المعنوية α . من الناحية العملية ، تدل قيمة p المنخفضة إلى أن المعامل المقدر ذو معنوية إحصائية .[2] قد يشير ذلك إلى أن المتغير الذي يتم دراسته له تأثيرا معنويا من الناحية الإحصائية على المتغير التابع ، مع إبقاء قيم كل المتغيرات المستقلة الأخرى ثابتة .

تحسب بعض حزم البرامج الأخرى ، مثل *Excel* و *Stata* ، أيضا فترات الثقة لمعاملات الانحدار الفردية – عادة فترة ثقة 95% confidence interval (CI) . توفر هذه الفترات مدى من القيم التي لديها فرصة 95% لأن تكون القيمة الحقيقية للمجتمع

(1) إذا كانت قيمة σ^2 الحقيقية معلومة ، يمكننا استخدام التوزيع الطبيعي المعياري لاختبار الفروض . بما أننا نقدر التباين الحقيقي للخطأ بـ $\hat{\sigma}^2$ ، تُظهر النظرية الإحصائية أنه ينبغي أن نستخدام توزيع t .

(2) يختار بعض الباحثين قيم α ويرفضون الفرض العدمي إذا كان قيمة p أقل من قيمة α التي تم اختيارها .

ضمنها 95%. (أو مقياس مشابه) يسمى معامل الثقة (confidence coefficient CC) ، وهو ببساطة واحد ناقص قيمة مستوى المعنوية α ، مضروبا في 100 ، أي أن :

CC = 100 (1 − α)

فترة الثقة $(1-\alpha)$ لأي معامل مجتمع B_k انشاؤها على النحو التالي :

$$Pr[b_k \pm t_{\alpha/2} se(b_k)] = (1-\alpha) \qquad (1.14)$$

حيث تشير Pr إلى الاحتمال و $t_{\alpha/2}$ هي قيمة الإحصاء t الذي تم الحصول عليها من جدول توزيع t عند مستوى المعنوية $(\alpha/2)$ مع درجات الحرية المناسبة ، و $se(b_k)$ هو الخطأ المعياري لـ b_k . بمعنى آخر ، نقوم بطرح أو إضافة $t_{\alpha/2}$ مضروبا في الخطأ المعياري لـ b_k من قيمة b_k للحصول على فترة الثقة $(1-\alpha)$ لقيمة B_k الحقيقية . يسمى المقدار $[b_k - t_{\alpha/2} se(b_k)]$ بالحد الأدنى ويسمى المقدار $[b_k + t_{\alpha/2} se(b_k)]$ بالحد الأعلى لفترة الثقة . وهما يسميان حدي الثقة .

يجب تفسير فترات الثقة التي تم الحصول عليها بحذر . وعلى وجه الخصوص يجب ملاحظة ما يلي :

1 – الفترة في معادلة (1.14) لا تقرر أن احتمال أن تقع B_K الحقيقية بين الحدود المعطاة هو $(1-\alpha)$. على الرغم من أننا لا نعرف ما هي القيمة الفعلية لـ B_k ، فمن المفترض أن تكون رقما ما ثابتا .

2 – الفترة في معادلة (1.14) هي فترة عشوائية – أي ، ستختلف من عينة إلى أخرى لأنها تستند إلى b_k ، وهي عشوائية .

3 – بما أن فترة الثقة تكون عشوائية ، المعادلات الاحتمالية مثل معادلة (1.14) يجب فهمها بمعنى بعيد المدى – أي أنه في المعاينة المتكررة : إذا تم إنشاء فترات الثقة عدد كبير من المرات مثل معادلة (1.14) على أساس الاحتمال $(1-\alpha)$ ، فإنه على المدى الطويل ، في المتوسط ، هذه الفترات سوف تحتوي على B_k الحقيقية في $(1-\alpha)$ من الحالات . أي فترة مفردة تعتمد على عينة واحدة قد تحتوي أو لا تحتوي على B_k الحقيقية .

4 – كما هو موضح ، الفترة في معادلة (1.14) عشوائية . ولكن بمجرد أن نحصل على عينة محددة ، وعندما نحصل على قيمة عددية محددة لـ B_K ، فإن الفترة المبنية

على هذه القيمة ليست عشوائية بل ثابتة . لذلك لا يمكننا أن نقول أنه باحتمال $(1-\alpha)$ أن الفترة الثابتة المحددة تتضمن المعلمة الحقيقية . في هذه الحالة B_K إما تقع في هذه الفترة أو لا . لذلك فإن الاحتمال هو 1 أو 0 .

سنوضح كل هذا بمثال عددي تمت مناقشته في الجزء (1.8) .

نفترض أننا نريد اختبار الفرض القائل بأن جميع معاملات الانحدار في معادلة (1.1) تساوي الصفر في نفس الوقت . هذا يعني أن جميع المتغيرات المستقلة في النموذج لا تؤثر على المتغير التابع . باختصار ، لا يساعد النموذج في تفسير سلوك المتغير التابع . وهذا يعرف في دراسة الإحصاء بالمعنوية الكلية للانحدار . يتم اختبار هذا الفرض من خلال اختبار F الإحصائي . يُعرّف الإحصاء F بأنه :

$$F = \frac{ESS/df}{RSS/df} \qquad (1.15)$$

حيث ESS هو جزء من التباين في المتغير التابع Y الذي يفسره النموذج و RSS هو جزء من التغير في Y غير مفسر بالنموذج . مجموع هذان الحدان يمثل التباين الكلي في Y ، ويسمى مجموع المربعات الكلية (TSS) .

كما يتضح من معادلة (1.15) ، الإحصاء F يحتوي على مجموعتين من درجات الحرية ، واحد للبسط والآخر للمقام . تكون درجات حرية المقام دائمًا $(k- n)$ – عدد المشاهدات ناقص عدد المعلمات المقدرة ، بما في ذلك الحد الثابت – وتكون درجات الحرية للبسط دائمًا $(k-1)$ – أي إجمالي عدد المتغيرات المستقلة في النموذج باستثناء الحد الثابت ، وهو العدد الإجمالي لمعاملات الميل المقدرة .

يمكن اختبار معنوية القيمة F المحسوبة بمقارنتها مع القيمة F من جداول F . إذا كانت القيمة F المحسوبة أكبر من قيمتها الحرجة أو F المرجعية عند المستوى المختار من α ، يمكننا رفض فرض العدم ونستنتج أن واحدًا على الأقل من المتغيرات المستقلة ذو معنوية إحصائية . مثل القيمة الاحتمالية p للإحصاء t ، فإن معظم حزم البرامج تقدم أيضًا قيمة p للإحصاء F . يمكن استخلاص كل هذه المعلومات من جدول تحليل التباين (AOV) الذي يصاحب عادة ناتج الانحدار . يتم تقديم مثال على ذلك بعد حين .

من المهم جداً ملاحظة أن استخدام اختبارات t و F يستند بوضوح إلى افتراض أن حد الخطأ ، u_i ، يتبع التوزيع الطبيعي ، كما هو الحال في الافتراض A-8 . إذا لم يكن هذا الافتراض قابلاً للتحقق ، فإن إجراء اختبار t و F غير صالح للتطبيق في العينات الصغيرة ، على الرغم من أنه ما زال بالإمكان استخدامه إذا كانت العينة كبيرة بما فيه

الكفاية (لا نهائية من الناحية الفنية) ، وهي نقطة نعود إليها في فصل 7 حول أخطاء التوصيف .

1.7 R^2 : مقياس جودة التوفيق للانحدار المقدر

R^2: a measure of goodness of fit of the estimated regression

إن معامل التحديد **The coefficient of determination** الذي يرمز له بالرمز R^2 ، هو مقياس شامل لجودة التوفيق لخط الإنحدار المقدر (أو المسطح ، إذا كان هناك أكثر من متغير انحدار واحد) ، أي ، يعطي النسبة أو النسبة المئوية للتغير الكلي في المتغير التابع Y أي (TSS) الذي تفسره جميع المتغيرات المستقلة . لمعرفة كيفية حساب R^2 ، نحدد :

مجموع المربعات الكلي

Total Sum of Squares (TSS) = $\sum y_i^2 = \sum (Y_i - \bar{Y})^2$

مجموع المربعات المفسرة

Explained Sum of Squares (ESS) = $\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$

مجموع مربعات البواقي

Residual Sum of Squares (RSS) = $\sum e_i^2$

يمكن أن نبيّن أن

$$\sum y_i^2 = \sum \hat{y}_i^2 + \sum e_i^2 \qquad (1.16)\,[1]$$

توضح هذه المعادلة أن التباين الكلي للقيم Y الفعلية حول متوسط العينة (TSS) يساوي مجموع الاختلاف الإجمالي لقيم Y المقدرة عن قيمتها المتوسطة (وهو نفسه $\bar{Y}$) ومجموع مربعات البواقي . في كلمات ،

$$TSS = ESS + RSS \qquad (1.17)$$

الآن نحدد R^2 على النحو التالي :

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} \qquad (1.18)$$

(1) تعليق : ابدأ مع $y_i = \hat{y}_i + e_i$ بأخذ مجموع المربعات للطرفين ، مع تذكر أن $\sum \hat{y}_i e_i = 0$ كنتيجة لتقدير OLS .

وهكذا ، فإن معامل التحديد هو ببساطة النسبة أو النسبة المئوية للتغير الكلي في Y المفسر من خلال نموذج الانحدار .

لذلك R^2 تقع بين 0 و 1 ، بشرط أن يكون هناك حدا ثابتا في النموذج . وكلما اقترب من 1 ، كلما كان التوفيق أفضل ، وكلما اقترب من الصفر ، كلما كان التوفيق رديئاً . تذكر أنه في تحليل الانحدار ، أحد الأهداف هو شرح أكبر قدر ممكن من الاختلاف في المتغير التابع بمساعدة المتغيرات المستقلة .

ومن ناحية أخرى ، يمكن أيضًا تعريف R^2 على النحو التالي :

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS} \qquad (1.19)\,[1]$$

أحد عيوب R^2 هو أنه دالة متزايدة في عدد المتغيرات المستقلة . بمعنى ، إذا أضفنا متغير إلى النموذج ، تزداد قيم R^2 . لذلك يعمل الباحثون أحيانًا على «تعظيم» R^2 ، أي كلما زاد R^2 ، كلما كان النموذج أفضل .

لتجنب هذا الإغراء ، يقترح أن نستخدم مقياس R^2 يأخذ في الاعتبار بشكل واضح عدد المتغيرات المستقلة المدرجة في النموذج . يسمى هذا المقياس بـ R^2 المعدل ، يُشار إليها بالرمز $\bar{R}^2$ ، ويتم حسابه من R^2 (غير المعدل) كما يلي :

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2)\frac{n-1}{n-k} \qquad (1.20)$$

تعني كلمة «معدل» بأنه معدل لدرجات الحرية ، والتي تعتمد على k من المتغيرات المستقلة في النموذج .

لاحظ الخاصيتين المتعلقتين بـ $\bar{R}^2$:

1 - إذا كان $k > 1$، فإن $\bar{R}^2 < R^2$ ، وهذا يعني أنه مع زيادة عدد المتغيرات المستقلة في النموذج ، يصبح $\bar{R}^2$ أصغر كثيرا من R^2 غير المعدل . وبالتالي ، يفرض $\bar{R}^2$ "عقوبة» لإضافة المزيد من المتغيرات المستقلة .

2 - يكون R^2 غير المعدل موجبًا دائمًا ، ولكن $\bar{R}^2$ المعدل يمكن أن يكون في بعض الأحيان سالبًا .

(1) TSS = ESS + RSS . لذلك 1 = ESS/TSS + RSS/TSS . أي أن $1 = R^2 + RSS/TSS$ ، بإعادة هذه المعادلة ، نحصل على معادلة (1.19) .

يتم استخدام $\bar{R}^2$ غالبًا لمقارنة نموذجين أو أكثر من نماذج الانحدار التي لها نفس المتغير التابع . بالطبع ، هناك مقاييس أخرى لمقارنة نماذج الانحدار ، التي سنناقشها في فصل 7 .

تم تغطية النظرية الأساسية التي يقوم عليها CLRM ، نقدم الآن مثالا شاملا يوضح النقاط المختلفة التي نوقشت أعلاه . هذا المثال هو مثال نموذجي لنماذج الانحدار المتعدد .

1.8 مثال توضيحي: محددات الأجر لكل ساعة

An illustrative example: the determinants of hourly wages

يقوم المسح السكاني الحالي (CPS) ، الذي أجراه مكتب الإحصاء الأمريكي ، بإجراء مجموعة من الاستطلاعات بشكل دوري حول مجموعة متنوعة من الموضوعات . في هذا المثال ، ننظر إلى بيانات مقطعية من 1289 شخصًا تمت مقابلتهم في مارس 1995 لدراسة العوامل التي تحدد الأجر في الساعة (بالدولار) في هذه العينة .[1] ضع في اعتبارك أن هذه المشاهدات البالغ عددها 1289 هي عينة من عدد كبير من السكان . يتم تعريف المتغيرات المستخدمة في التحليل على النحو التالي :

Wage : الأجر في الساعة بالدولار ، والذي يمثل المتغير التابع .

المتغيرات التفسيرية ، أو المتغيرات المستقلة ، وهي كما يلي :

Female : الجنس ، تم ترميزه 1 للإناث ، 0 للذكور

Nonwhite : العرق ، تم ترميز 1 للعمال غير البيض ، 0 للعمال البيض

Union : وضع الاتحاد العمالي ، تم ترميز 1 إذا كان في وظيفة لها نقابة أو اتحاد ، 0 خلاف ذلك

Education : التعليم (بالسنوات)

Exper : خبرة العمل المتوقعة (بالسنوات) ، تعرف على أنها العمر مطروحا منه سنوات الدراسة ناقص 6 . (من المفترض أن يبدأ التعليم في عمر 6 سنوات) .

على الرغم من إمكانية إضافة العديد من المتغيرات المستقلة الأخرى إلى النموذج ، إلا أننا سنستمر مع هذه المتغيرات لتوضيح نموذج الانحدار المتعدد النموذجي .

(1) البيانات المستخدمة هنا من المسح السكاني الحالي لمكتب تعداد الولايات المتحدة . كما يظهر في Paul A. Ruud, An Introduction to Classical Econometric Theory, Oxford University Press, New York, 2000.

لاحظ أن الأجر ، والتعليم ، والخبرة العملية هي متغيرات تقاس على أساس مقياس النسبة . والمتغيرات أنثى ، غير بيضاء ، والنقابة هي متغيرات وصفية ، والتي يتم ترميزها كمتغيرات وهمية . لاحظ أيضًا أن البيانات هنا هي بيانات مقطعية . البيانات موضحة في جدول [1.1] ، والتي يمكن العثور عليها على الموقع الالكتروني المرافق .

في هذا الكتاب ، سنستخدم حزم برامج *Eviews* و *Stata* لتقدير نماذج الانحدار . على الرغم من أنها تعطي نتائج مماثلة لمجموعة بيانات معينة ، إلا أن هناك بعض الاختلافات في طريقة تقديمها . ولتعريف القارئ بهذه الحزم ، سنقدم في هذا الفصل نتائج تستند إلى هاتين الحزمتين . في الفصول اللاحقة ، قد نستخدم واحدة أو كلا الحزمتين ، ولكن في الأغلب سنستخدم *Eviews* نظرًا لسهولة الوصول إليها .[1]

باستخدام *Eviews 6* ، حصلنا على النتائج الواردة في جدول [1.2] .

جدول [1.2] انحدار الأجور

المتغير التابع WAGE
الطريقة : المربعات الصغرى
العينة : 1 1289
المشاهدات المدرجة : 1289

	المعاملات Coefficient	الخطأ المعياري Std. Error	الإحصاء t t-Statistic	الاحتمال Prob.
الثابت C	-7.183338	1.015788	-7.071691	0.0000
أنثى FEMALE	-3.074875	0.364616	-8.433184	0.0000
غير بيضاء NONWHITE	-1.565313	0.509188	-3.074139	0.0022
الاتحاد العمالي UNION	1.095976	0.506078	2.165626	0.0305
التعليم EDUCATION	1.370301	0.065904	20.79231	0.0000
الخبرة EXPER	0.166607	0.016048	10.38205	0.0000

R-squared	0.323339	Mean dependent var	12.36585
Adjusted R-squared	0.320702	S.D. dependent var	7.896350
S.E. of regression	6.508137	Akaike info criterion	6.588627
Sum squared resid	54342.54	Schwarz criterion	6.612653
Log likelihood	– 4240.370	Durbin–Watson stat	1.897513
F-statistic	122.6149	Prob(F-statistic)	0.000000

(1) يمكن أيضا أن يقدر Excel الانحدار المتعدد ، ولكنه ليس واسع النطاق مثل الحزمتين الأخريين .

تنسيق *Eviews* موحد بشكل كبير . يعرض الجزء الأول من الجدول اسم المتغير التابع وطريقة التقدير (المربعات الصغرى) وعدد المشاهدات ونطاق العينة . في بعض الأحيان قد لا نستخدم كل مشاهدات العينة ، ونحفظ بعض المشاهدات ، والتي تسمى المشاهدات التي يتم الاحتفاظ بها **holdover observations** ، لأغراض التنبؤ .

يعرض الجزء الثاني من الجدول أسماء المتغيرات التفسيرية ، معاملاتهم المقدرة ، الأخطاء المعيارية للمعاملات ، الإحصاء t لكل معامل ، وهو ببساطة نسبة المعامل المقدر مقسومًا على الخطأ المعياري ،[1] والقيمة الاحتمالية p أو المستوى الدقيق لمعنوية الإحصاء t . بالنسبة لكل معامل ، فإن فرض العدم هو أن قيمة هذا المعامل في المجتمع (B الكبيرة) هي صفر ، أي أن المتغير المستقل المحدد ليس له أي تأثير على الانحدار ، وذلك بعد تثبيت قيم المتغيرات المستقلة الأخرى .

كلما كانت قيمة p أصغر ، كلما زادت الأدلة ضد فرض العدم . على سبيل المثال ، متغير الخبرة ، قيمة معامله حوالي 0.17 وقيمة t له تبلغ حوالي 10.38 . إذا كان الفرض هو أن قيمة معامل هذا المتغير في دالة انحدار المجتمع PRF هي صفر ، فيمكننا رفض هذا الفرض بشكل سليم لأن القيمة p للحصول على قيمة t هذه أو أعلى تكون عمليا صفراً . في هذه الحالة ، نقول أن معامل متغير الخبرة ذو دلالة إحصائية عالية ، بمعنى أنه يختلف معنويا عن الصفر . ولتوضيح الأمر بطريقة مختلفة ، يمكننا أن نقول أن خبرة العمل هي عامل محدد هام للأجر في الساعة ، بعد السماح بتأثير المتغيرات الأخرى في النموذج – وهي نتيجة غير مفاجئة .

إذا اخترنا قيمة p تبلغ 5% ، يوضح جدول [1.2] أن كل المعاملات المقدرة تختلف اختلافاً معنوياً إحصائياً عن الصفر ، أي أن كل منها يمثل عاملاً مهماً في تحديد الأجر في الساعة .

يعرض الجزء الثالث من جدول [1.2] بعض الإحصائيات الوصفية . قيمة R^2 (معامل التحديد) تقريبا 0.32 ، وهو يعني أن حوالي 32% من التغير في الأجر في الساعة يتم تفسيره من خلال الاختلاف في المتغيرات الخمسة التفسيرية . قد يبدو أن هذه القيمة للمعامل R^2 منخفضة نوعًا ما ، ولكن ضع في اعتبارك أن لدينا 1289

(1) الفرض العدمي الضمني هنا هو أن المعامل الحقيقي للمجتمع يساوي الصفر . ويجب كتابة النسبة t كما يلي : $t = (b_k - B_k)/se(b_k)$ ، والذي يخفض إلى $t = (b_k)/se(b_k)$. إذا كان B_k في الواقع يساوي الصفر . ولكن يمكنك اختبار أي فرضية أخرى لـ B_k من خلال وضع هذه القيمة في النسبة t الأولى .

مشاهدة مع قيم متنوعة للمتغير التابع والمتغيرات المستقلة . في مثل هذا الإعداد المتنوع ، تكون قيم R^2 منخفضة عادة ، وعادة ما تكون منخفضة عندما يتم تحليل البيانات على المستوى الفردي . يقدم هذا الجزء أيضًا قيمة R^2 المعدل ، وهي أقل قليلاً من قيم R^2 غير المعدل ، كما هو موضح سابقًا . ونظرًا لأننا لا نقارن نموذج الأجر مع أي نموذج آخر ، فإن R^2 المعدل ليس له أهمية خاصة .

إذا أردنا اختبار الفرض القائل بأن جميع معاملات الميل في انحدار الأجر تساوي الصفر في نفس الوقت ، فإننا نستخدم اختبار F الذي نوقش سابقا . في المثال الحالي ، تكون قيمة F هذه هي 123 تقريبا . يمكن رفض فرض العدم هذا إذا كانت القيمة الاحتمالية p للقيمة F المقدرة منخفضة للغاية . في مثالنا ، تكون قيمة p صفر عمليًا ، مما يوحي بأننا نستطيع رفض فرض أن جميع المتغيرات التفسيرية بشكل جماعي ليس لها تأثير على المتغير التابع ، وهو الأجر في الساعة هنا . يوجد على الأقل واحد من المتغيرات المستقلة له تأثيرا معنويا على المتغير التابع .

ويورد الجدول أيضًا العديد من الإحصائيات الأخرى ، مثل معايير المعلومات اكيك Akaike ومعيار سشوارز Schwarz ، والتي تستخدم للاختيار بين النماذج المتنافسة ، إحصاء دربن– واتسون Durbin–Watson ، وهو مقياس للارتباط في حد الخطأ ، وإحصاء لوغاريتم الإمكان **log likelihood** ، وهو أمر مفيد إذا استخدمنا طريقة ML (انظر ملحق هذا الفصل) . سنناقش استخدام هذه الإحصاءات أثناء تقدمنا في المناقشة .[1]

لا يعرض برنامج *Eviews* جدول يعرف باسم جدول تحليل التباين (AOV) الذي تعرضه حزم البرامج الأخرى ، ولكن يمكن بسهولة استخلاص هذا الجدول من المعلومات المقدمة في الجزء الثالث من الجدول . ومع ذلك ، لا ينتج *Stata* فقط المعاملات ، والأخطاء المعيارية ، والمعلومات المذكورة أعلاه ، ولكن أيضا جدول AOV . كما أنه يعطي فترة الثقة 95% لكل معامل مقدر ، كما هو موضح في جدول [1. 3] .

(1) يعطي أيضا Eviews معيار المعلومات Hannan – Quinn ، والذي يقع بين معايير المعلومات Akaike و Schwarz .

جدول [1.3] مخرجات برنامج Stata لدالة الأجر

w	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
female	−3.074875	.3646162	−8.43	0.000	−3.790185	−2.359566
nonwhite	−1.565313	.5091875	−3.07	0.002	−2.564245	−.5663817
union	1.095976	.5060781	2.17	0.031	.1031443	2.088807
education	1.370301	.0659042	20.79	0.000	1.241009	1.499593
experience	.1666065	.0160476	10.38	0.000	.1351242	.1980889
_cons	−7.183338	1.015788	−7.07	0.000	−9.176126	−5.190551

ملاحظة : | t | تعني القيمة المطلقة لـ t لأن t يمكن أن تكون موجبة أو سالبة

كما نلاحظ ، لا يوجد فرق كبير بين *Eviews* و *Stata* في تقديرات معاملات الانحدار . الميزة التي ينفرد بها برنامج *Stata* هو أنه يعطي فترة ثقة 95% لكل معامل ، محسوبة من معادلة (1.14) . بدراسة ، على سبيل المثال ، متغير التعليم . على الرغم من أن التقدير الواحد الأفضل لمعامل التعليم الحقيقي هو 1.3703 ، فإن فترة ثقة 95% هي (من 1.2410 إلى 1.4995) . لذلك ، يمكننا القول بأننا واثقون بنسبة 95% بأن تأثير سنة إضافية من التعليم على الأرباح في الساعة هو على الأقل $1.24 وعلى الأكثر $1.49 دولارًا ، مع ثبات العوامل الأخرى (الاحتفاظ بالأشياء الأخرى ثابتة) .

لذا ، إذا افترضنا أن المعامل الحقيقي للتعليم ، مثلا 1.43 ، كما أشرنا سابقا ، لا يمكننا أن نقول أن 1.43 يكمن في هذه الفترة لأن هذه الفترة تكون ثابتة . لذلك ، 1.43 إما تكمن في هذه الفترة أو لا . كل ما يمكننا قوله هو أنه إذا اتبعنا إجراءات إنشاء فترات الثقة بطريقة المعادلة (1.14) في المعاينة المتكررة سنكون على يقين من أن فترة الثقة تتضمن B_k الحقيقي . بالطبع ، سنكون مخطئين بنسبة 5% من المرات .

تأثير التغير في المتغير المستقل بمقدار وحدة واحدة على متوسط الأجر

Impact on mean wage of a unit change in the value of a regressor

يعني معامل الإناث الذي تبلغ قيمته −3.07 ، أن متوسط أجر المرأة في الساعة أقل من متوسط أجر الرجال في الساعة بحوالي 3 دولارات ، مع إبقاء جميع المتغيرات الأخرى ثابتة . وبالمقابل ، مع ثبات العوامل الأخرى ، يقل متوسط الأجور في الساعة للعاملين غير البيض بحوالي $1.56 عن أجر العاملين البيض . يشير معامل التعليم إلى أن متوسط الأجور في الساعة يزيد بنحو $1.37 عن كل سنة إضافية من التعليم ، مع

ثبات باقي المتغيرات . وبالمثل ، يرتفع متوسط أجر الفرد بنحو 17 سنتًا مقابل كل عام إضافي من الخبرة في العمل ، مع ثبات باقي العوامل .

اختبار المعنوية الكلية للانحدار

Test of the overall significance of the regression

لاختبار الفرض القائل بأن جميع معاملات الميل تساوي الصفر في نفس الوقت (أي أن جميع المتغيرات المستقلة لها تأثيرا يساوى الصفر على الأجر في الساعة) ، أنتج *Stata* جدول [1.4] .

يوضح AOV انقسام إجمالي مجموع المربعات (TSS) إلى عنصرين : واحد يفسره النموذج ، يسمى مجموع المربعات المفسرة (ESS) – وهذا هو مجموع المربعات التي يفسرها النموذج المختار ، والآخر لا يفسر من قبل النموذج ، يسمى مجموع مربعات البواقي (RSS) ، وهي نفس المصطلحات التي تعاملنا معها من قبل .

جدول [1.4] جدول AOV

Source	SS	df	MS	
Model	25967.2805	5	5193.45611	Number of obs = 1289
Residual	54342.5442	1283	42.3558411	F(5, 1283) = 122.61
Total	80309.8247	1288	62.3523484	Prob > F = 0.0000
				R-squared = 0.3233
				Adj R-squared = 0.3207
				Root MSE = 6.5081

الآن كل مجموع من المربعات له درجات الحرية المرتبطة به . المقدار TSS له df هي $(n-1)$ ، لأننا نفقد درجة حرية واحدة في حساب القيمة المتوسطة للمتغير التابع Y من نفس البيانات . المقدار ESS له df هي $(k-1)$ ، عدد k من المتغيرات المستقلة باستثناء حد القاطع ، و RSS له $(k-n)$ من درجات الحرية ، والتي تساوي عدد المشاهدات n ، مطروحًا منها عدد المعلمات المقدرة (بما في ذلك حد القاطع) .

الآن إذا قسمنا ESS على df الخاصة به وقسمنا RSS على df الخاصة به ، يمكننا الحصول على متوسط المربعات (MS) لكل من ESS و RSS . وإذا أخذنا النسبة بين متوسط المربعات MS الاثنين ، يمكننا الحصول على قيمة F . ويمكن إثبات أنه بناء على الفرض العدمي جميع معاملات الانحدار تساوي صفراً في نفس الوقت ، مع افتراض أن حد الخطأ u_i يتبع التوزيع الطبيعي ، وتتبع قيمة F المحسوبة توزيع F مع قيمة

$df = (k - 1)$ في البسط ، وقيمة $df = (n - k)$ في المقام .

في مثالنا ، هذه القيمة F تبلغ حوالي 123 ، وهي نفسها التي تم الحصول عليها من ناتج *Eviews* . وكما يبين الجدول ، فإن احتمال الحصول على F هذه أو أكبر يساوي الصفر تقريبًا ، مما يشير إلى أنه يمكن رفض فرض العدم . حيث يوجد على الأقل متغير مستقل واحد يختلف اختلافًا كبيرًا عن الصفر .

إذا كان جدول AOV غير متوفر ، يمكننا اختبار فرض العدم بأن جميع معاملات الانحدار تساوي الصفر في نفس الوقت ، أي $B_2 = B_3 = ... = B_k = 0$ ، باستخدام علاقة تربط بين F و R^2 ، والتي تكون على النحو التالي :

$$F = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} \qquad (1.18)$$ [(1)]

حيث إنه يتم الحصول على قيمة R^2 من خلال جميع حزم البرامج ، قد يكون من الأسهل استخدام المعادلة (1.18) لاختبار فرض العدم . على سبيل المثال ، R^2 المحسوبة هي 0.3233 . باستخدام هذه القيمة ، نحصل على :

$$F = \frac{0.3233/5}{(1-0.3233)/1283} \approx 122\ 60 \qquad (1.19)$$

هذه القيمة هي نفسها تقريبا كما هو موضح في جدول *Stata* AOV .

ينبغي التأكيد على أن الصيغة الواردة في المعادلة (1.18) يجب استخدامها فقط إذا أردنا اختبار أن جميع المتغيرات التفسيرية لها تأثير صفري على المتغير التابع .

كما لوحظ من قبل ، R^2 هي نسبة الاختلاف في المتغير التابع الذي يفسره المتغير المستقل المدرج في النموذج . يمكن التحقق من ذلك إذا أخذنا نسبة ESS إلى TSS من جدول AOV .

$(=25967.2805 / 80309.8247) = R^2 = 0.3233$

1.9 التنبــؤ Forecasting

في بعض الأحيان قد نرغب في استخدام نموذج الانحدار المقدر لأغراض التنبؤ . بالرجوع إلى انحدار الأجر الوارد في جدول [1.2] لنفترض أننا قد حصلنا على معلومات حول أي عامل مرتقب تتعلق بقيم X له . بالنظر إلى تلك المعلومات

(1) للإثبات أنظر Gujarati /Porter، op cit. ، p. 241

ومعاملات الانحدار الواردة في جدول [1.2] ، يمكننا بسهولة حساب الأجر المتوقع (المتوسط) لهذا الشخص . ولا يمكن تأكيد أن العامل المرتقب سيحصل فعلاً على الأجر المحسوب من الانحدار في جدول [1.2] . كل ما يمكننا أن قوله هو ما قد يكسبه الشخص ذو الخصائص (X) . هذا هو جوهر التنبؤ .

يستخدم التنبؤ بشكل عام في سياق تحليل السلاسل الزمنية . في فصل 16 سوف نستكشف هذا الموضوع بشكل أكثر مع الأمثلة التوضيحية .

1.10 المسار المستقبلي
The road ahead

الآن ما قد عرضناه أساسيات CLRM ، فأين نذهب من هنا؟ الجواب فيما يلي .

يعتمد انحدار الأجر الوارد في جدول [1.2] على افتراضات CLRM . السؤال الذي يطرح نفسه بطبيعة الحال هو : كيف لنا أن نعرف أن هذا النموذج يحقق افتراضات CLRM؟ نحن بحاجة إلى معرفة الإجابات على الأسئلة التالية :

1 . نموذج الأجر المذكور في جدول [1.2] يكون خطيا في المتغيرات والمعلمات . كيف يمكن أن يكون متغير الأجر ، مثلا ، في شكل لوغاريتمي؟ هل يمكن أن تكون متغيرات التعليم والخبرة أيضًا في شكل لوغاريتمي؟ وبما أنه من غير المتوقع أن تنمو الأجور خطيًا مع الخبرة إلى الأبد ، فهل يمكننا إدراج مربع الخبرة كمتغير مستقل إضافي؟ كل هذه الأسئلة تتعلق بالشكل الدالي لنموذج الانحدار ، وهناك العديد من أشكال دوال الانحدار . ندرس هذا الموضوع في فصل 2 .

2 . لنفرض أن بعض المتغيرات المستقلة هي متغيرات كمية ، وبعضها متغيرات وصفية أو اسمية ، وتسمى أيضًا المتغيرات الوهمية . هل هناك مشاكل خاصة في التعامل مع المتغيرات الوهمية؟ كيف نتعامل مع التفاعل بين المتغيرات الكمية والوهمية في حالة معينة؟ في مثال انحدار الأجر لدينا ثلاثة متغيرات وهمية ، أنثى ، غير بيضاء ، والاتحاد العمالي . هل تكسب العاملات اللاتي ينتمين إلى نقابة أكثر من العاملات اللاتي لا ينتمين إلى نقابة ؟ سوف نتعامل مع هذا الجانب والجوانب الأخرى للمتغيرات المستقلة الوصفية في فصل 3 .

3 . إذا كان لدينا العديد من المتغيرات المستقلة في نموذج الانحدار ، فكيف نكتشف أننا لا نواجه مشكلة الارتباط المتعدد؟ إذا كانت لدينا هذه المشكلة ، فما هي العواقب؟ وكيف نتعامل معها؟ نناقش هذا الموضوع في فصل 4 .

4 . في البيانات المقطعية ، قد يكون تباين الخطأ غير ثابت بدلا من أن يكون ثابتا . كيف نكتشف ذلك؟ وما هي عواقب عدم ثبات التباين؟ هل لا تزال مقدرات OLS لها خاصية BLUE؟ كيف نصحح عدم ثبات التباين ؟ نجيب على هذه الأسئلة في فصل 5 .

5. في بيانات السلاسل الزمنية من غير المحتمل تحقيق افتراض عدم وجود ارتباط ذاتي في حد الخطأ . كيف نكتشف ذلك؟ ما هي عواقب الارتباط الذاتي؟ كيف يمكننا تصحيح الارتباط الذاتي؟ سنجيب على هذه الأسئلة في فصل 6 .

6 . من بين افتراضات CLRM هو أن النموذج المستخدم في التحليل التجريبي "تم توصيفه بشكل صحيح" بمعنى أنه يتم إدراج جميع المتغيرات ذات الصلة في النموذج ، ولا يتم إدراج أي متغيرات زائدة في النموذج ، ويتم تحديد التوزيع الاحتمالي لحد الخطأ بشكل صحيح ، ولا توجد أخطاء في القياس في المتغيرات المستقلة والمتغير التابع . من الواضح أن هذا أمر طويل . ولكن من المهم أن نتوصل إلى عواقب الاشتباه في واحد أو أكثر من هذه الحالات في التطبيق العملي . نناقش مشكلة توصيف النموذج ببعض التفصيل في فصل 7 . نناقش أيضا باختصار في هذا الفصل حالة المتغيرات المستقلة العشوائية بدلا من الثابتة ، كما هو مفترض في CLRM .

7. بفرض أن المتغير التابع ليس متغيراً يقاس بمقياس النسبة أو الفترة ، ولكنه متغير وصفي ، يأخذ قيم 1 و 0 . هل ما زال بإمكاننا تطبيق تقنيات OLS المعتادة لتقدير هذه النماذج؟ إذا لم يكن كذلك ، ما هي البدائل؟ يمكن العثور على الإجابة على هذه الأسئلة في فصل 8 ، حيث نناقش نماذج **logit** ونماذج **probit** ، التي يمكن أن تتعامل مع متغير تابع وصفي .

8 . يوسع فصل 9 نطاق نماذج **logit** ونماذج **probit** الثنائية إلى متغيرات بمقياس وصفي متعدد التصنيفات ، حيث يكون لدى المتغير التابع أكثر من قيمتين وصفيتين . على سبيل المثال ، بالنظر إلى وسائل النقل للعمل . لنفترض أن لدينا ثلاثة خيارات : سيارة خاصة ، أو حافلة عامة ، أو قطار . كيف نقرر من بين هذه الخيارات؟ هل ما زلنا نستخدم OLS؟ كما سنوضح في هذا الفصل ، تتطلب مثل هذه المشاكل أساليب تقدير غير خطية . تبين نماذج **logit** الشرطية متعددة الحدود أو نماذج **probit** متعددة الحدود التي تم عرضها في هذا الفصل كيف يمكن تصميم متغيرات وصفية متعددة التصنيفات .

9 . على الرغم من أنه لا يمكن قياس المتغيرات الوصفية قياسا كميا ، إلا أنه يمكن أحيانًا ترتيبها أو وضع رتب لها . توضح نماذج **logit** ونماذج probit المرتبة ، التي تمت مناقشتها في فصل 10 ، كيف يمكن تقدير النماذج المرتبة أو التي لها رتب .

10 . في بعض الأحيان يتم تقييد القيم التي يأخذها المتغير التابع نظرًا لتصميم المشكلة قيد الدراسة . لنفترض أننا نرغب في دراسة الإنفاق على السكن من قبل العائلات التي تحقق دخلًا أقل من 50 ألف دولار سنويًا . من الواضح أن هذا يستثني العائلات ذات الدخل الأعلى من هذا الحد . تظهر نماذج العينة ذات البيانات المراقبة أو المراقبة والنماذج المبتورة التي تم مناقشتها في فصل 11 كيف يمكننا نمذجة ظواهر مثل هذه .

11. وفي بعض الأحيان ، نتعرض لبيانات من نوع العد ، مثل عدد الزيارات إلى الطبيب وعدد براءات الاختراع التي تتلقاها شركة ، وعدد العملاء الذين يمرون من خلال عداد المغادرة في فترة 15 دقيقة ، وما إلى ذلك . لنمذجة بيانات العد هذه ، غالباً ما يتم استخدام توزيع براوسون الاحتمالي **Poisson probability distribution (PPD)** . وبسبب أن الافتراض الذي يبنى عليه PPD قد لا يتم تحقيقه دائمًا ، فسنناقش بإيجاز نموذجًا بديلاً ، يعرف بتوزيع ذي الحدين السالب(NBD) . نناقش هذه الموضوعات في فصل 12 .

12 . في حالات بيانات السلاسل الزمنية ، يعتبر الافتراض الأساسي لـ CLRM أن السلسلة الزمنية مستقرة . إذا لم يكن الأمر كذلك ، فهل لا تزال منهجية OLS المعتادة قابلة للتطبيق؟ ما هي البدائل؟ نناقش هذا الموضوع في فصل 13 .

13 . على الرغم من أن عدم ثبات التباين يرتبط بصفة عامة بالبيانات المقطعية ، إلا أنه يمكن أن ينشأ أيضاً في بيانات السلاسل الزمنية في ما يسمى ظاهرة التقلبات العنقودية والتي تم ملاحظتها في بيانات السلاسل الزمنية المالية . ستوضح نماذج ARCH و GARCH التي تم مناقشتها في فصل 14 كيف نقوم بنمذجة التقلبات العنقودية .

14 . في حالة ما إذا أجرينا انحدارا لسلسلة زمنية غير مستقرة على واحدة أو أكثر من السلاسل الزمنية غير المستقرة ، فقد يؤدي ذلك إلى ما يسمى ظاهرة الانحدار الزائف أو غير المنطقي **spurious or nonsense regression** . ومع ذلك ، إذا كانت هناك علاقة مستقرة طويلة الأجل بين المتغيرات ، أي إذا كانت المتغيرات لها تكامل مشترك ، لا يلزم أن يكون هناك انحراف زائف . نوضح في فصل 15 كيف نكتشف ذلك وماذا يحدث إذا لم يكن للمتغيرات تكامل مشترك .

15 . التنبؤ هو مجال متخصص في الاقتصاد القياسي لسلاسل الزمنية . نناقش في فصل 16 موضوع التنبؤات الاقتصادية باستخدام LRM بالإضافة إلى طريقتين مستخدمتين بشكل ملحوظ في التنبؤ ، وهما ARIMA (المتوسطات المتحركة والانحدار الذاتي المتكاملة) وVAR (الانحدار الذاتي للمتجه) . نوضح كيف تعمل هذه النماذج بالأمثلة .

16 . تتعامل النماذج التي تمت مناقشتها في الفصول السابقة مع بيانات مقطعية أو سلسلة زمنية . يتناول فصل 17 النماذج التي تجمع بين البيانات المقطعية والسلسلة الزمنية . تُعرف هذه النماذج باسم نماذج انحدار بيانات البانل . نبين في هذا الفصل كيف يتم تقدير وتفسير هذه النماذج .

17 . نناقش في فصل 18 موضوع المدة أو تحليل البقاء . مدة الزواج ، ومدة الإضراب ، ومدة المرض ، ومدة البطالة هي بعض الأمثلة على بيانات المدة .

18 . نناقش في فصل 19 ، الفصل الأخير ، موضوعًا حظي باهتمام كبير في الدراسات ، طريقة المتغيرات الأداة **Instrumental Variables (IV)** . لقد خصص الجزء الأكبر من هذا الكتاب لحالة المتغيرات المستقلة غير العشوائية أو الثابتة ، ولكن هناك حالات يتعين علينا النظر فيها ، وهي حالات المتغيرات المستقلة العشوائية . إذا كانت المتغيرات المستقلة العشوائية مرتبطة مع حد الخطأ ، فإن مقاييس OLS لا تكون متحيزة فقط ولكنها تكون أيضًا غير متسقة – أي أن التحيز لا يقل مهما كان حجم العينة . المبدأ الأساسي لـ (IV) هو أنه يستبدل المتغيرات المستقلة العشوائية بمجموعة أخرى من المتغيرات المستقلة ، تسمى المتغيرات الأداة (أو أدوات ببساطة) ، التي ترتبط مع المتغيرات المستقلة العشوائية ولكنها لا ترتبط مع حد الخطأ . وكنتيجة لذلك ، يمكننا الحصول على تقديرات متسقة لمعلمات الانحدار . في هذا الفصل نوضح كيف يمكن تحقيق ذلك .

في بقية الكتاب ، سنناقش كل هذه الموضوعات مع أمثلة واقعية . بالطبع ، لا تشمل قائمة الموضوعات التي تمت مناقشتها بأي طريقة جميع أساليب الاقتصاد القياسي ، والتي تتطور بشكل مستمر . لكنني آمل أن توفر الموضوعات والأمثلة التي تمت مناقشتها في هذا الكتاب للطلاب والباحثين المبتدأين تعريفاً واسعاً بأساليب الاقتصاد القياسي الشائعة الاستخدام . آمل أيضًا أن تثير الأمثلة التي نوقشت في الكتاب شهية القارئ لدراسة أساليب الاقتصاد القياسي الأكثر تقدمًا .

تطبيقات Exercise

1.1 بالرجوع لنتائج الانحدار الواردة في جدول [1.2] .

(أ) لنفترض أنك تريد اختبار الفرض القائل بأن معامل الانحدار الحقيقي أو معامل انحدار المجتمع لمتغير التعليم هو 1 . كيف يمكنك اختبار هذا الفرض؟ وضح الحسابات الضرورية .

(ب) هل ترفض أو تقبل الفرض القائل بأن معامل الانحدار الحقيقي لمتغير الاتحاد العمالي هو 1 ؟

(ج) هل يمكن أخذ لوغاريتمات للمتغيرات الوصفية ، مثل الجنس ، والعرق ، ووضع الاتحاد العمالي؟ لماذا ولماذا لا؟

(د) ما هي المتغيرات الأخرى المفقودة في النموذج؟

(هـ) هل ستقوم بإجراء انحدارات منفصلة للأجور للعمال البيض وغير البيض ، العمال الذكور والإناث ، والعمال المنتمين لنقابة وغير المنتمين؟

(و) بعض الدول لديها قوانين الحق في العمل (أي أن عضوية النقابة ليست إلزامية) والبعض الآخر ليس لديه مثل هذه القوانين (أي أنه يُسمح بعضوية النقابة الإلزامية) . هل يستلزم هذا الوضع إضافة متغير وهمي يأخذ قيمة 1 إذا كانت قوانين الحق في العمل موجودة و 0 خلاف ذلك؟ في البداية ، ماذا تتوقع إذا تمت إضافة هذا المتغير إلى النموذج؟

(ح) هل يمكن إضافة عمر العامل كمتغير تفسيري للنموذج؟ لماذا أو لماذا لا؟

الملحق Appendix

طريقة الإمكان الأعظم

The method of maximum likelihood (ML)

كما لوحظ سابقا ، طريقة الإمكان الأعظم (ML) تعد بديلا لطريقة OLS . وهذه الطريقة مفيدة بشكل خاص في تقدير معالم نماذج الانحدار غير الخطية (في المعلمات) . مثل نماذج logit و probit ونماذج logit متعددة الحدود ، ونماذج probit متعددة الحدود . ستعرض لطريقة ML في الفصول التي تناقش فيها هذه النماذج .

لتقليل العمليات الجبرية ، ندرس نموذج انحدار ذو متغيرين :

$$Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i \qquad (1)$$

حيث

$$u_i \sim IIDN(0, \sigma^2) \qquad (2)$$

وهذا يعني أن حد الخطأ يتم توزيعه بشكل مستقل ومتماثل ويتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين ثابت (أي التوزيع الطبيعي المعياري) . لأن B_1 و B_2 هما ثوابت ومن المفترض أن تكون X ثابتة في المعاينة المتكررة ، تنطوي معادلة (2) على أن :

$$Y_i \sim IIDN(B_1 + B_2X_i, \sigma^2) \qquad (3)$$

أي أن Y_i يوزع أيضا بشكل مستقل ومتماثل ويتبع التوزيع الطبيعي مع المعلمات المذكورة . لذلك يمكننا أن نكتب

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(Y_i - B_1 - B_2X_i)^2\right] \qquad (4)$$

والذي يمثل دالة كثافة Y_i الموزعة توزيعا طبيعيا مع المتوسط والتباين المعطى في معادلة (3) . ملحوظة : exp تعني e مرفوعة إلى قوة الصيغة التي بداخل الأقواس المستطيلة ، e هي أساس اللوغاريتم الطبيعي .

عندما يتم توزيع كل Y_i كما في معادلة (4) ، يمكن كتابة الكثافة المشتركة (أي الاحتمال المشترك) للمشاهدات Y على أنها حاصل ضرب لعدد حدود n هذه ، كل حد يمثل Y_i . يعطي هذا الناتج :

$$f(Y_1,Y_2,\dots,Y_n)=\frac{1}{\sigma^n(\sqrt{2\pi})^n}exp\left[-\frac{1}{2}\sum\frac{Y_i-B_1-B_2X_i{}^2}{\sigma^2}\right] \quad (5)$$

إذا كانت $(Y_1,Y_2,\dots,Y_n)$ معطاة أو معروفة ولكن B_1 و B_2 و σ^2 غير معروفة، فإن الدالة في معادلة (5) تسمى دالة الامكان، يرمز لها بالرمز LF .

تتكون طريقة الامكان الأعظم، كما يوحي الاسم، من تقدير المعلمات المجهولة بطريقة تجعل احتمال مشاهدة العينة Ys هو الحد الأقصى الممكن. لذلك، علينا أن نجد الحد الأقصى لمعادلة (5). من السهل إيجاد الحد الأقصى إذا أخذنا لوغاريتم هذه الدالة للطرفين لينتج :

$$-\frac{n}{2}\ln\sigma^2-\frac{n}{2}\ln(2\pi)-\frac{1}{2}\sum\frac{(Y_i-B_1-B_2X_i)^2}{\sigma^2} \quad (6)$$

وحيث إن الحد الأخير في معادلة (6) يدرج سالبا، فمن ثم لتعظيم (6) علينا تدنية هذا الحد الأخير. وبصرف النظر عن σ^2، فإن هذا الحد ليس سوى حد الخطأ المربع ل OLS . إذا قمنا بتفاضل الحد الأخير فيما يتعلق بثابت الانحدار ومعامل الميل، فسوف نجد أن مقدري B_1 و B_2 مماثلان لمقدرات المربعات الصغرى التي تمت مناقشتها .

غير أنه يوجد اختلاف في مقدر σ^2. يمكن اثبات أن هذا المقدر هو :

$$\sigma^2_{ML}=\frac{\Sigma e_i^2}{n} \quad (7)$$

في حين أن مقدر OLS هو :

$$\hat{\sigma}^2=\frac{\Sigma e_i^2}{n-k} \quad (8)$$

وبعبارة أخرى، لا يتم تعديل مقدر ML للتباين غير المعروف بدرجات الحرية، في حين أن مقدر OLS يعدل. ومع ذلك، يعطي القياسان قيمة واحدة تقريبًا في العينات الكبيرة، على الرغم من أنه في العينة الصغيرة، يكون مقدر ML متحيزًا في حساب تباين الخطأ الحقيقي .

إذا نظرنا إلى نتائج الانحدار لمثال الأجر الوارد في جدول [1.2]، سنرى قيمة (ln LF) هي 4240.37 - . هذه هي القيمة القصوى لدالة الإمكان اللوغاريتمية. إذا قمنا بأخذ اللوغاريتم العكسي anti-log لهذه القيمة، فسنرى أنها قريبة من الصفر .

لاحظ أيضًا أن قيم جميع معاملات الانحدار الواردة في هذا الجدول هي أيضًا تقديرات ML وفقًا لافتراض أنه يتم توزيع حد الخطأ توزيعًا طبيعيًا .

لذلك من أجل كل الأغراض العملية، تعتبر مقدرات OLS و ML لمعاملات الانحدار هي نفسها، بافتراض أن حد الخطأ يتوزع توزيعًا طبيعيًا. هذا هو السبب في أنه من المهم معرفة ما إذا كان حد الخطأ يتم توزيعه في الواقع توزيعا طبيعيا في أي تطبيق. سنناقش هذا الموضوع بشكل أكبر في فصل 7 .

تحتوي مقدرات ML على العديد من خصائص العينة الكبيرة المرغوب فيها : (1) غير متحيزة بشكل تقاربي asymptotically unbiased ؛ (2) متسقة ؛ (3) كفء بشكل تقاربي – أي، في العينات الكبيرة لديهم أصغر تباين بين جميع المقدرات المتسقة ؛ و (4) أنها موزعة توزيعا طبيعيا بشكل مقارب .

ضع في اعتبارك التمييز بين مقدر غير متحيز ومقدر متسق. عدم التحيز هو خاصية للمعاينة المتكررة : بالحفاظ على حجم العينة ثابت، نسحب عدة عينات، ومن كل عينة نحصل على تقدير للمعلمة غير المعروفة. إذا كان متوسط قيمة جميع هذه التقديرات مساوياً للقيمة الحقيقية للمعلمة، فإن ذلك المقدر (أو طريقة التقدير) ينتج عنه مقدر غير متحيز .

ويقال إن المقدر يكون متسقاً إذا كان يقترب من القيمة الحقيقية للمعلمة كلما كبر حجم العينة أكبر وأكبر. ما لوحظ سابقا، في OLS نستخدم R^2 كمقياس لجودة توفيق خط الانحدار المقدر. مكافئ R^2 في طريقة ML هو R^2 الزائف **pseudo**، والذي يتم تعريفه على النحو التالي :[1]

$$pseudo-R^2=1-\frac{lfL}{lfL_0} \quad (9)$$

حيث lfL هو لوغاريتم الامكان للنموذج قيد الدراسة و lfL_0 هو لوغاريتم الامكان بدون أي من المتغيرات المستقلة في النموذج (باستثناء ثابت الانحدار). وبالتالي، يقيس R^2 الزائف النسبة التي تكون بها lfL أصغر (بالحجم المطلق) من lfL_0 .

(1) تتبع المناقشة التالية :
Christopher Dougherty, Introduction to Econometrics, 3rd edn, Oxford University Press, Oxford, 2007, pp. 320–1.

وحيث إن الإمكان يمثل الاحتمال المشترك ، يجب أن يقع بين 0 و 1 . لذا يجب أن تكون قيمة lfL سالبة ، كما في المثال التوضيحي .

في OLS نقوم باختبار المعنوية الكلية لنموذج الانحدار بواسطة اختبار F . إن الاختبار المكافئ تحت ML هو إحصاء نسبة الامكان λ . وهي تعرف على النحو التالي :

$$\lambda = 2(lfL \,/\, lfL_0) \qquad (10)$$

تحت فرض العدم بأن جميع معاملات المتغيرات المستقلة تساوي صفرًا ، يتم توزيع هذه الإحصاء على شكل توزيع χ^2 (مربع كاي) مع درجات حرية df تساوي $(k - 1)$ ، حيث $(k - 1)$ هو عدد المتغيرات المستقلة . كما هو الحال مع اختبارات المعنوية الأخرى ، إذا تجاوزت قيمة مربع كاي المحسوبة قيمة مربع كاي الحرجة عند مستوى المعنوية المختار ، فإننا نرفض فرض العدم .

الفصل الثاني

2 أشكال دوال نماذج الانحدار

Functional forms of regression models

سوف نؤكد على أن اهتمامنا في هذا الكتاب يكون في المقام الأول بنماذج الانحدار الخطي ، أي النماذج الخطية في المعلمات ؛ وقد تكون أو لا تكون خطية في المتغيرات . في هذا الفصل ، ندرس عدة نماذج خطية في المعلمات ولكنها ليست بالضرورة خطية في المتغيرات . على وجه الخصوص ، سنناقش النماذج التالية ، والتي هي في كثير من الأحيان تستخدم في التحليل التجريبي .

1 – النماذج اللوغاريتمية الخطية أو اللوغاريتمية المزدوجة حيث يكون كل من المتغير التابع وكذلك المتغيرات المستقلة كلها في شكل لوغاريتمي .

2 – نماذج من نوع Log–lin يكون فيها المتغير التابع عبارة عن متغير لوغاريتمي ولكن يمكن أن تكون المتغيرات المستقلة في شكل متغير لوغاريتمي أو خطي .

3 – نماذج Lin–log التي يكون فيها المتغير التابع في شكل خطي ، ولكن واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة في شكل متغير لوغاريتمي .

4 – النماذج المبدلة التي تكون فيها المتغيرات المستقلة في شكل معكوس .

5 – نماذج الانحدار ذات المتغيرات المعيارية .

سوف نستخدم عدة أمثلة لتوضيح النماذج المختلفة .

2.1 النماذج اللوغاريتمية الخطية، أو اللوغاريمية المزدوجة أو ذات المرونة الثابتة

Log-linear, double log or constant elasticity models

ندرس دالة إنتاج كوب دوجلاس (CD) Cobb – Douglas الشهيرة ، والتي يمكن صياغتها على النحو التالي :[1]

$$Q_i = B_1 L_i^{B_2} K_i^{B_3} \qquad (2.1)$$

(1) انظر أي كتاب دراسي في الاقتصاد الجزئي لتاريخ وتفاصيل دالة إنتاج Cobb – Douglas.

حيث Q = الناتج output و L = مدخل العمل labor input و K = رأس المال capital و B_1 ثابت .

هذا النموذج غير خطي في المعلمات وتقديره كما هو مطلوب يتطلب تقنيات تقدير غير خطية . غير أنه إذا أخذنا لوغاريتم هذه الدالة ، فإننا نحصل على

$$\ln Q_i = \ln B_1 + B_2 \ln L_i + B_3 \ln K_i \qquad (2.2)$$

حيث يشير ln إلى اللوغاريتم الطبيعي .

بالتعويض عن : $\ln B_1 = A$ ، يمكننا كتابة المعادلة (2.2) على النحو التالي :

$$\ln Q_i = A + B_2 \ln L_i + B_3 \ln K_i \qquad (2.3)$$

المعادلة (2.3) خطية في المعلمات A و B_2 و B_3 وهي بالتالي معادلة خطية ، على الرغم من أنها غير خطية في المتغيرات Q و L و K .[1]

بإضافة حد الخطأ u_i إلى معادلة (2.3) ، نحصل على LRM التالي :

$$\ln Q_i = A + B_2 \ln L_i + B_3 \ln K_i + u_i \qquad (2.4)$$

تُعرف المعادلة (2.4) بالنموذج اللوغاريمي- اللوغاريتمي **log-log** ، أو اللوغاريتمي المزدوج **double-log** ، أو اللوغاريتمي الخطي **log-linear** ، أو ذو مرونة ثابتة **constant elasticity model** ، لأن كل من المتغير التابع والمتغيرات المستقلة يكونوا في شكل لوغاريتمي .

الميزة المثيرة للاهتمام في النموذج اللوغاريتمي الخطي هي أن معاملات الانحدار يمكن تفسيرها على أنها مرونات .[2] على وجه التحديد ، B_2 هي المرونة (الجزئية) للإنتاج فيما يتعلق بمدخلات العمل ، مع الأبقاء على جميع المتغيرات الأخرى ثابتة (هنا رأس المال ، أو K) . أي أنه يعطي النسبة المئوية للتغير في الناتج منسوبا الى النسبة

(1) لاحظ ان $A = \ln B_1$. لذلك $B_1 = \text{anti-log}(A)$ ، وهو غير خطي . ومع ذلك ، في معظم التطبيقات قد لا يكون للجزء المقطوع أي تفسير اقتصادي قابل للتطبيق .

(2) المرونة ببساطة هي النسبة المئوية للتغير في متغير ما مقسومًا على النسبة المئوية للتغير في متغير آخر . على سبيل المثال ، إذا كانت Q هي الكمية و P هو السعر ، فإن النسبة المئوية للتغير في الكمية مقسومة على النسبة المئوية للتغير في السعر تسمى مرونة السعر .

المئوية للتغير في مدخلات العمل ، مع ثبات العوامل الأخرى .[1] وبالمثل ، يعطي B_3 المرونة (الجزئية) للإنتاج فيما يتعلق بمدخلات رأس المال ، مع الأبقاء على جميع المدخلات الأخرى ثابتة . بما أن هذه المرونات تكون ثابتة على مدى المشاهدات ، فإن النموذج اللوغاريتمي المزدوج يُعرف أيضًا بنموذج المرونة الثابتة .

ومن مزايا المرونات أنها أرقام بحتة ، أي خالية من الوحدات التي تقاس بها المتغيرات ، مثل الدولار أو الشخص- ساعة أو رأس المال- ساعة ، لأنها نسب للتغيرات بالنسب المئوية .

خاصية أخرى مثيرة للاهتمام لدالة كوب دوجلاس CD هي أن مجموع معاملات الميل الجزئية ، $(B_3 + B_2)$ ، يعطي معلومات حول العوائد إلى الحجم ، أي استجابة المخرجات للتغير النسبي في المدخلات . إذا كان هذا المجموع يساوي 1 ، فستكون هناك عوائد حجم ثابتة – وهذا يعني أن مضاعفة المدخلات سوف تضاعف الناتج ، وثلاثة أضعاف من المدخلات سوف تضاعف الإنتاج ثلاثة أضعاف ، وهكذا . إذا كان هذا المجموع أقل من 1 ، فسيكون هناك عوائد حجم متناقصة – أي ، مضاعفة المدخلات ينتج عنه مضاعفة أقل في الإنتاج . وأخيرًا ، إذا كان هذا المجموع أكبر من 1 ، فهناك عوائد حجم متزايدة – أي مضاعفة المدخلات ينتج عنه مضاعفة أكبر في الإنتاج .

قبل تقديم مثال واقعي ، تجدر الإشارة إلى أنه في نموذج الانحدار اللوغاريتمي الخطي الذي يتضمن عدة متغيرات ، يعطي معامل الانحدار لكل متغير مستقل المرونة الجزئية للمتغير التابع فيما يتعلق بالمتغير المستقل هذا ، مع الإبقاء على جميع المتغيرات الأخرى ثابتة .

دالة إنتاج كوب - دوجلاس للولايات المتحدة الأمريكية

The Cobb–Douglas production function for the USA

لتوضيح دالة (CD) ، نقدم في جدول [2.1] بيانات عن الانتاج (مقاسة بالقيمة المضافة ، بآلاف الدولارات) ، ومدخلات العمالة (ساعات العمل ، بالآلاف) ،

(1) أي ان

$$B_2 = \frac{\partial \ln Q}{\partial \ln L} = \frac{\partial Q/Q}{\partial L/L} = \frac{\partial Q}{\partial L} \cdot \frac{L}{Q}$$

حيث نستخدم d الملتوية للإشارة أننا نأخذ المشتقات الجزئية .

ومدخلات رأس المال (النفقات الرأسمالية ، بآلاف الدولارات) للقطاع الصناعي في US . البيانات هي بيانات مستعرضة أو مقطعية cross-sectional ، تغطي 50 ولاية وواشنطن العاصمة ، عن العام 2005 . ويمكن الاطلاع على الجدول على الموقع الالكتروني .

يعرض جدول [2.2] نتائج انحدار OLS .

جدول [2.2] دالة Cobb–Douglas للولايات المتحدة، 2005.

Dependent Variable: LOUTPUT
Method: Least Squares
Sample: 1 51
Included observations: 51

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.887600	0.396228	9.811514	0.0000
lnLABOR	0.468332	0.098926	4.734170	0.0000
lnCAPITAL	0.521279	0.096887	5.380274	0.0000

R-squared	0.964175	Mean dependent var	16.94139
Adjusted R-squared	0.962683	S.D. dependent var	1.380670
S.E. of regression	0.266752	Akaike info criterion	0.252028
Sum squared resid	3.415520	Schwarz criterion	0.365665
Log likelihood	−3.426721	Durbin–Watson stat	1.946387
F-statistic	645.9311	Prob(F-statistic)	0.000000

Note: L stands for the log of.

تفسير النتائج

النقطة الأولى التي يجب ملاحظتها هي أن جميع معاملات الانحدار (أي المرونات) معنوية كل على حدة بشكل كبير ، القيمة الاحتمالية p لها منخفضة جدا . ثانيا ، على أساس إحصاء F ، يمكننا أن نستنتج أيضا أن كلا عاملي المدخلات العمالة ورأس المال معا ، معنويين إحصائيا بدرجة كبيرة ، لأن قيمة p منخفضة جدا أيضا . قيمة R^2 البالغة 0.96 هي أيضًا مرتفعة جدًا ، وهو أمر غير معتاد بالنسبة إلى البيانات المقطعية التي تتضمن حالات غير متجانسة . معايير اكيك Akaike وشوارز Schwarz بدائل لـ R^2 ، والتي سيتم مناقشتها لاحقا في الفصل . إن إحصائيات دربن- واتسون Durbin–Watson ، على الرغم من إخراجها بشكل روتيني من قبل برنامج ***Eviews*** ، قد لا تكون مفيدة دائمًا في البيانات المقطعية ، على الرغم من أنها في بعض الأحيان تدل على أخطاء في توصيف النموذج ، كما سنوضح في الفصل السابع حول أخطاء التوصيف .

إن تفسير معامل lnLABOR وهو حوالي 0.47 هو أنه إذا قمنا بزيادة مدخلات العمل بمقدار وحدة واحدة ، أي بنسبة 1% ، في المتوسط ، فإن الناتج يرتفع بنسبة 0.47% ، مع الإبقاء على مُدخلات رأس المال ثابتة . وبالمثل ، مع الإبقاء على مُدخلات العمل ثابتة ، إذا قمنا بزيادة مدخلات رأس المال بنسبة 1% ، في المتوسط ، يزيد الناتج بنحو 0.52 % . بشكل نسبي ، يبدو أن الزيادة في مدخلات رأس المال تساهم بنسبة أكبر من الزيادة المئوية في مدخلات العمالة .

مجموع معاملي الانحدار هو حوالي 0.9896 ، وهو قريب من 1 . هذا سيشير إلى أن دالة انتاج US Cobb–Douglas تميزت بعوائد ثابتة بالنسبة للحجم في عام 2005 [1].

إذا كنا نرغب في العودة إلى دالة الإنتاج الأصلية الواردة في معادلة (2.1) ، فهي كما يلي :

$$Q_i = 48.79\, L^{0.47}\, K^{0.51} \tag{2.5}$$

ملاحظة : 48.79 هو بالتقريب اللوغاريتم العكسي للرقم 3.8876 [2].

تقييم النتائج Evaluation of results

على الرغم من الحكم عليها بالمعايير الإحصائية المعتادة ، إلا أن نتائج دالة إنتاج Cobb–Douglas الواردة في جدول [2.2] تبدو جيدة ، يجب علينا أن نحترس من احتمال وجود عدم ثبات في تباين حد الخطأ . وذلك لأن «العينة» التي ندرسها تتكون من ولايات متنوعة للغاية ، مع قطاعات صناعية متنوعة . أيضا ، تختلف المساحة والكثافة السكانية من ولاية إلى أخرى . في الفصل الخامس ، حول عدم ثبات التباين ، سوف نعيد النظر في دالة الإنتاج Cobb–Douglas لنرى ما إذا كانت لدينا مشكلة من عدم ثبات التباين .

سنكتشف أيضا في فصل 7 ، عن أخطاء التوصيف ، ما إذا كان حد الخطأ يتبع التوزيع الطبيعي ، لأن اختبارات t و F تعتمد بشكل حاسم على افتراض التوزيع

(1) لن نناقش هنا مسألة ما إذا كانت دالة الإنتاج بالنسبة للولايات المتحدة ككل تمثلها فعلا أم لا . هناك دراسات واسعة حول هذا الموضوع . هدفنا الرئيسي هنا هو توضيح النموذج اللوغاريتمي المزدوج .

(2) تذكر أن $A = \ln B_1$. لذلك ، $B_1 = \text{anti-log}(A)$.

الطبيعي ، وخاصة إذا كان حجم العينة صغيرا . وسنتظر في هذا الفصل أيضًا في ما إذا كان هناك أي خطأ في التوصيف في دالة إنتاج Cobb–Douglas المستخدمة في مثالنا .

على الرغم من أن مواصفات اللوغاريمية المزدوجة لدالة إنتاج Cobb–Douglas موحدة في الدراسات ، فإننا نقدم أيضًا نتائج دالة الإنتاج الخطية لأغراض المقارنة ، وهي

$$Output_i = A_1 + A_2 Labor_i + A_3 Capital_i + u_i \qquad (2.6)$$

تعرض نتائج هذا الانحدار في جدول [2.3] .

معاملات رأس المال والعمالة في هذا الانحدار ذات معنوية إحصائية عالية . إذا زادت مدخلات العمل بوحدة واحدة ، فإن متوسط الإنتاج يرتفع بنحو 48 وحدة ، مع ثبات رأس المال . وبالمثل ، إذا ارتفعت مدخلات رأس المال بوحدة واحدة ، فإن الناتج ، يرتفع بنحو 10 وحدات في المتوسط ، مع ثبات العوامل الأخرى . لاحظ أن تفسيرات معاملات الانحدار في دالة الإنتاج الخطي اللوغاريتمي وتلك الموجودة في دالة الإنتاج الخطية مختلفة .

ما هو النموذج الأفضل ، النموذج الخطي أو الخطي اللوغاريتمي؟ لسوء الحظ ، لا يمكننا مقارنة النموذجين مباشرة ، حيث تختلف المتغيرات التابعة في النموذجين . كذلك ، لا يمكننا مقارنة قيم R^2 الخاصة بالنموذجين ، وذلك لأنه من أجل مقارنة R^2s في أي نموذجين يجب أن يكون المتغير التابع هو نفسه في النموذجين . سوف نعرض في القسم 2.8 كيف يمكننا مقارنة النماذج الخطية والخطية اللوغاريتمية .

جدول [2.3] دالة الانتاج الخطية

Dependent Variable: OUTPUT
Method: Least Squares
Sample: 1 51
Included observations: 51

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	233621.5	1250364.	0.186843	0.8526
LABOR	47.98736	7.058245	6.798766	0.0000
CAPITAL	9.951890	0.978116	10.17455	0.0000

R-squared	0.981065	Mean dependent var	43217548
Adjusted R-squared	0.980276	S.D. dependent var	44863661
S.E. of regression	6300694.	Akaike info criterion	34.20724
Sum squared resid	1.91E+15	Schwarz criterion	34.32088
Log likelihood	−869.2846	Durbin–Watson stat	1.684519
F-statistic	1243.514	Prob(F-statistic)	0.000000

2.2 اختبار صلاحية القيود الخطية

Testing validity of linear restrictions

أظهرت دالة إنتاج Cobb–Douglas الخطية التي تم توفيقها لبيانات الإنتاج أن مجموع مرونة الإنتاج–العمل ومرونة الانتاج – رأس المال هو 0.9896 ، أي تقريبا 1 . أي أن هناك عوائد ثابتة بالنسبة للحجم . كيف نختبر هذا صراحة؟

في الواقع ، إذا كان $B_2 + B_3 = 1$ ، وهو مثال على تقييد خطي ، فإن إحدى طرق اختبار عوائد الحجم الثابتة هي دمج هذا التقييد مباشرةً في إجراء التقدير . لنرى كيف يتم ذلك ، يمكننا أن نكتب

$$B_2 = 1 - B_3 \qquad (2.7)$$

كنتيجة لذلك يمكن أن نكتب دالة إنتاج Cobb–Dougias الخطية اللوغاريتمية على النحو التالي :

$$\ln Q_i = A + (1 - B_3) \ln L_i + B_3 \ln K_i + u_i \qquad (2.8)$$

بتجميع الحدود ، يمكننا كتابة المعادلة (2.8) على النحو التالي :

$$\ln Q_i - \ln L_i = A + B_3 (\ln K_i - \ln L_i) + u_i \qquad (2.9)$$

باستخدام خصائص اللوغاريتمات ، يمكننا كتابة هذه المعادلة على النحو التالي :[1]

$$\ln\left(\frac{Q_i}{L_i}\right) = A + B_3 \ln\left(\frac{K_i}{L_i}\right) + u_i \qquad (2.10)$$

حيث Q_i / L_i نسبة الناتج إلى العمالة ، أو إنتاجية العمالة ، و K_i / L_i نسبة رأس المال إلى العمالة ، اثنين من النسب «الكبيرة» للتطور الاقتصادي والنمو .

في كلمات ، تنص المعادلة (2.10) على أن إنتاجية العمالة هي دالة في نسبة رأس المال والعمل . تسمي المعادلة (2.10) بالانحدار المقيّد (RS) والمعادلة الأصلية (2.4) بالانحدار غير المقيد (URS) لأسباب واضحة .

بمجرد تقديرنا المعادلة (2.10) بواسطة OLS ، يمكننا الحصول على القيمة المقدرة لـ B_3 ، والتي يمكننا من خلالها الحصول بسهولة على قيمة B_2 بسبب التقييد

(1) لاحظ أن :

$\ln XY = \ln X + \ln Y$; $\ln (X / Y) = \ln X - \ln Y$; $\ln X^k = k \ln X$ (حيث k هو ثابت) ، ولكن لاحظ أن : $\ln (X + Y) \neq \ln X + \ln Y$

الخطي $(B_2 + B_3 = 1)$. كيف نقرر ما إذا كان التقييد الخطي صالحًا؟ للإجابة على هذا السؤال ، نقدم أولاً نتائج الانحدار على أساس معادلة (2.10) في جدول [2.4] .

تشير هذه النتائج إلى أنه إذا ارتفعت نسبة رأس المال إلى العمل بنسبة 1% ، فإن إنتاجية العمل ترتفع بنسبة حوالي ½% . وبعبارة أخرى ، مرونة إنتاجية العمل فيما يتعلق بنسبة رأس المال – العمل هي ½ ، ومعامل المرونة هذا له أهمية كبيرة . لاحظ أن R^2 حوالي 0.38 لا يمكن مقارنتها مباشرة مع قيمة R^2 في جدول [2 . 2] لأن المتغيرات التابعة في النموذجين مختلفة .

لاختبار صحة الانحدار الخطي ، نحدد أولاً :

RSS_R = مجموع مربعات البواقي من الانحدار المقيد ، معادلة (2.10)

RSS_{UR} = مجموع مربعات البواقي من الانحدار غير المقيد ، معادلة (2.4)

m = عدد القيود الخطية (1 في المثال الحالي)

k = عدد المعلمات في الانحدار غير المقيد (3 في المثال الحالي)

n = عدد المشاهدات (51 في المثال الحالي) .

جدول [2.4] دالة انتاج Cobb – Douglas بالقيود الخطية

Dependent Variable: LOG(OUTPUT/LABOR)
Method: Least Squares
Sample: 1 51
Included observations: 51

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.756242	0.185368	20.26372	0.0000
LOG(CAPITAL/LABOR)	0.523756	0.095812	5.466486	0.0000

R-squared	0.378823	Mean dependent var	4.749135
Adjusted R-squared	0.366146	S.D. dependent var	0.332104
S.E. of regression	0.264405	Akaike info criterion	0.215754
Sum squared resid	3.425582	Schwarz criterion	0.291512
Log likelihood	-3.501732	Prob(F-statistic)	0.000002
F-statistic	29.88247	Durbin–Watson stat	1.93684

الآن لاختبار صلاحية التقييد الخطي ، نستخدم إحصاء F الذي نوقش في فصل 1 .[1]

$$F = \frac{(RSS_R - RSS_{UR})/m}{RSS_R/(n-k)} \sim F_{m,(n-k)} \qquad (2.11)$$

الذي يتبع التوزيع الاحتمالي الإحصائي F ، حيث m و $(n - k)$ هي درجات الحرية للبسط والمقام . تجدر الإشارة إلى أن RSS_R لا يكون أبدًا أقل من RSS_{UR} ، لذلك تكون النسبة F دائمًا غير سالبة .

كما هو معتاد ، إذا تجاوزت قيمة F المحسوبة قيمة F الحرجة عند مستوى المعنوية المختار ودرجات الحرية المناسبة ، فإننا نرفض الفرض العدمي . خلاف ذلك ، لا نرفض الفرض العدمي .

من جدول [2.2] نحصل على $RSS_{UR} = 3.4155$ ، ومن الجدول [2.4] نحصل على $RSS_R = 3.4255$. نحن نعلم أن $(m = 1)$ و $(n = 51)$. بالتعويض عن هذه القيم في معادلة (2.11) ، سيجد القارئ أن القيمة F المقدرة حوالي 0.142 . عند df تساوي 1 في البسط و df تساوي 48 في المقام ، فإن قيمة F هذه ليست معنوية ؛ في الواقع قيمة p للحصول على F (مستوى المعنوية الدقيق) حوالي 0.29 . ولذلك فإن الاستنتاج في المثال الحالي هو أن دالة الإنتاج Cobb – Douglas المقدرة في جدول [2.2] تظهر على الأرجح عوائد ثابتة بالنسبة للحجم .

لذلك ليس هناك ضرر في استخدام دالة الإنتاج الواردة في معادلة (2.10) . ولكن يجب التأكيد على أن إجراء اختبار F المشار إليه أعلاه صالح فقط في حالة التقييد الخطي، ولكنه لا يصلح لاختبار قيد (قيود) غير خطية، مثل: $B_2B_3 = 1$.

2.3 النماذج اللوغاريتمية - الخطية أو نماذج النمو

Log-lin or growth models

يعتبر الموضوع الذي يحظى بأهمية كبيرة للاقتصاديين ، والحكومة ، وقطاع الأعمال ، وصانعي السياسات هو موضوع معدل نمو المتغيرات الاقتصادية الرئيسية ، مثل الناتج المحلي الإجمالي GDP ، وعرض النقود ، والسكان ، والعمالة ، والإنتاجية ومعدلات الفائدة ، على سبيل المثال لا الحصر .

(1) للتفاصيل انظر : Gujarati/Porter, op cit., pp. 243–6.

لاكتشاف كيف يمكن قياس معدل نمو متغير اقتصادي ، نمضي على النحو التالي . لكي نكون محددين ، لنفترض أننا نرغب في قياس معدل نمو الناتج المحلي الإجمالي الحقيقي (أي GDP المعدل للتضخم) بالنسبة للولايات المتحدة الأمريكية للفترة 1960–2007 . لهذا الغرض ، نفترض أننا نستخدم النموذج التالي :

$$RGDP_t = RGDP_{1960}(1+r)^t \qquad (2.12)$$

حيث يشير RGDP إلى الناتج المحلي الإجمالي الحقيقي ، r هو معدل النمو ، ويتم قياس الزمن t بوحدات زمنية .

المعادلة (2.12) هي معادلة الفائدة المركبة المعروفة من مبادئ التمويل . بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لكلا الجانبين لمعادلة (2.12) ، نحصل على

$$\ln RGDP_t = \ln RGDP_{1960} + t\ln(1+r) \qquad (2.13)$$

بوضع $B_1 = \ln RGDP_{1960}$ و $B_2 = \ln(1+r)$ يمكننا الآن كتابة المعادلة (2.13) كما يلي :

$$\ln RGDP_t = B_1 + B_2 t \qquad (2.14)$$

إضافة حد الخطأ u_t إلى (2.14) ، نحصل على نموذج الانحدار التالي :[1]

$$\ln RGDP_t = B_1 + B_2 t + u_t \qquad (2.15)$$

معادلة (2.15) مثل أي نموذج انحدار آخر ؛ والفرق الوحيد هنا هو أن المتغير المستقل هو «الزمن» ، الذي يأخذ القيم من (1 ، 2 ، . . . ، 47) .

نموذج (2.15) يسمى نموذج شبه لوغاريتمي لأن متغير واحد فقط (في هذه الحالة المتغير التابع) يظهر في شكل لوغاريتمي ، في حين أن المتغير المستقل (الزمن هنا) هو في المستوى أو الشكل الخطي . من أجل الأغراض الوصفية يمكن أن نطلق على معادلة (2.15) نموذج لوغاريتمي – خطي .

يمكن تقدير معادلة (2.15) من خلال روتين OLS المعتاد . ولكن قبل عرض نتائج الانحدار ، يمكن ملاحظة أن معامل الميل B_2 في (2.14) يقيس التناسب الثابت أو التغير النسبي في المتغير التابع عند التغير المطلق المعروف في قيمة المتغير المستقل . بمعنى ،

(1) نضيف حد الخطأ للأخذ في الاعتبار أن معادلة الفائدة المركبة من الممكن ألا تتحقق بشكل مضبوط .

$$B_2 = \frac{\text{التغير النسبي في المتغير التابع}}{\text{التغير المطلق في المتغير المستقل}} \qquad (2.16)$$ [1]

في الممارسة نضرب B_2 في 100 لحساب نسبة التغيير ، أو معدل النمو ؛ ضرب B_2 في 100 تعرف أيضا باسم شبه المرونة للمتغير التابع فيما يتعلق بالمتغير المستقل .

نتائج الانحدار Regression results

باستخدام البيانات على الناتج المحلي الإجمالي الحقيقي للولايات المتحدة الأمريكية للفترة 1960–2007 ، نحصل على النتائج الواردة في جدول [2.6] . جدول [2.5] الذي يحتوي على البيانات ، يمكن العثور عليه على الموقع الإلكتروني المرفق .

جدول [2.6] معدل نمو GDP الحقيقي في US عن الفترة: 1960–2007

Dependent Variable: LRGDP
Method: Least Squares
Sample: 1960 2007
Included observations: 48

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7.875662	0.009759	807.0072	0.0000
TIME	0.031490	0.000347	90.81657	0.0000

R-squared	0.994454	Mean dependent var	8.647156
Adjusted R-squared	0.994333	S.D. dependent var	0.442081
S.E. of regression	0.033280	Akaike info criterion	-3.926969
Sum squared resid	0.050947	Schwarz criterion	-3.849003
Log likelihood	96.24727	Durbin–Watson stat	0.347740
F-statistic	8247.650	Prob(F-statistic)	0.000000

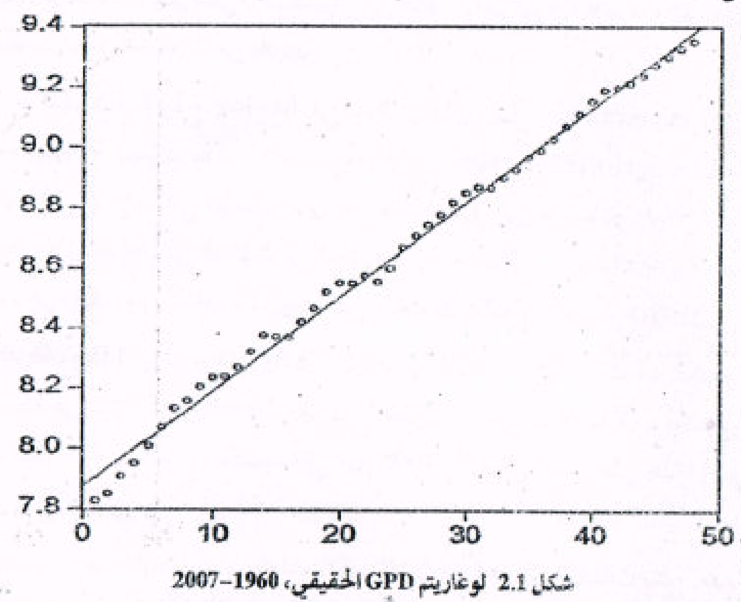
تفسير النتائج Interpretation of the results

أظهرت هذه النتائج أنه خلال الفترة من 1960–2007 ، ارتفع GPD الحقيقي في US بمعدل 3.15% سنوياً . معدل النمو هذا معنويا إحصائيا ، عند القيمة t المقدرة بحوالي 90.82 يكون معنويا بدرجة كبيرة .

(1) الدارسين المعتادين على حساب التفاضل والتكامل يمكنهم أن يفاضلوا المعادلة (2.15) بالنسبة للمتغير t للحصول على : $d(\ln RGDP)/dt = B_2$ ، لكن $d(\ln RGDP)/dt = (1/RGDP)(d(RGDP)/dt)$

ما هو تفسير القاطع (ثابت الانحدار)؟ إذا أخذنا اللوغاريتم العكسي للقيمة 7.8756 ، سوف نحصل على anti−log (7.8756) = 2632.27 ، وهي القيمة الأولى لـ GPD ، أي القيمة في بداية عام 1960 ، نقطة انطلاقنا . كانت القيمة الفعلية لـ RGDP لعام 1960 حوالي2501.8 مليار دولار .

يوضح شكل 2.1 شكل الانتشار للوغاريتم GDP الحقيقي والزمن وخط الانحدار الموفق .



شكل 2.1 لوغاريتم GPD الحقيقي، 1960−2007

ملاحظة فنية : يعطي المعامل B_2 المعدل اللحظي (عند نقطة زمنية) للنمو وليس معدل النمو المركب (على مدى فترة من الزمن) r .. ولكن من السهل حساب هذا الأخير ، مع ملاحظة أن : $B_2 = ln(1 + r)$.

لذلك ، $[r = anti\text{-}log(B_2) - 1]$.

الآن $[anti\text{-}log(B_2) = 1.03199]$.ولذلك فإن معدل النمو المركب هو 0.03199 أو حوالي 3.2% وهو أكبر قليلاً من معدل النمو اللحظي والذي يبلغ حوالي3.1% .

يعود السبب في هذا الفرق إلى عامل التراكم compounding .

نموذج الاتجاه الخطي The linear trend model

افترض أنه ، بدلا من تقدير نموذج النمو (2.14) ، فإننا نقدر النموذج التالي :

$$RGDP_t = A_1 + A_2 time + u_t \qquad (2.17)$$

هذا هو المعروف باسم نموذج الاتجاه ومتغير الزمن يعرف كمتغير الاتجاه . يعطي معامل الميل A_2 في هذا النموذج التغيير المطلق (وليس التغير النسبي أو النسبة المئوية) في RGDP لكل فترة زمنية واحدة . إذا كانت A_2 موجبة ، يكون هناك اتجاه تصاعدي في RGDP ، ولكن إذا كان سالبًا ، فهناك اتجاه هبوطي في RGDP أو أي متغير تابع .

باستخدام البيانات الواردة في جدول [2.5] ، نحصل على نتائج جدول [2.7] .

توضح هذه النتائج أن خلال الفترة 1960−2007 ، ارتفع GDP الحقيقي في USA بنحو 187 مليار دولار سنويًا ، مما يظهر اتجاهاً صعوديًا − وليست بنتيجة مفاجئة .

الخيار بين نموذج النمو (2.15) ونموذج الاتجاه الخطي(2.17) يرجع للباحث ، على الرغم من أن مقارنة RGDP عبر المناطق أو الدول يرجح أن يكون النمو النسبي أكثر ملاءمة . لاحظ أنه نظرا لأن المتغيرات التابعة في النموذج اللوغاريتمي الخطي ونموذج الاتجاه الخطي ليست واحدة ، فليس من المناسب مقارنة قيمتي R^2 لتحديد النموذج الذي يجب اختياره . ولكن ستكون هناك مناقشة أكثر عن هذا في القسم 2.7 .

وحيث إننا نتعامل مع بيانات سلسلة زمنية ، فإن إحصاء Durbin−Watson ، الذي يعتبر مقياس الارتباط الذاتي في حد الخطأ ، هو إحصاءا مهما . سنرى كيف نفسر هذه الإحصاء في فصل 6 الذي يدور حول الارتباط الذاتي . يكفي أن نلاحظ هنا أن، إذا لم يكن هناك ارتباط ذاتي فإن قيمة إحصاء دربن− واتسون تبلغ حوالي 2 ؛[1] كلما اقتربت هذه الإحصاء من الصفر ، كلما زاد دليل الارتباط الذاتي .

2.4 نمـاذج Lin-log Lin-log models

في نماذج log−lin ، أو نماذج النمو ، نكون مهتمين بإيجاد النسبة المئوية للنمو في المتغير التابع بسبب التغيير في المتغير المستقل بمقدار وحدة واحدة . ماذا عن قياس التغير المطلق في المتغير التابع بسبب التغيير النسبي في المتغير المستقل؟

(1) كما سنوضح في الفصل 6 ، تستند هذه الإحصائية على عدة افتراضات .

جدول [2.7] الاتجاه في 1960–2007 ، US GDP

Dependent Variable: RGDP
Method: Least Squares
Sample: 1960 2007
Included observations: 48

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1664.218	131.9990	12.60781	0.0000
TIME	186.9939	4.689886	39.87174	0.0000

R-squared	0.971878	Mean dependent var	6245.569
Adjusted R-squared	0.971267	S.D. dependent var	2655.520
S.E. of regression	450.1314	Akaike info criterion	15.09773
Sum squared resid	9320440.	Schwarz criterion	15.17570
Log likelihood	-360.3455	Durbin-Watson stat	0.069409
F-statistic	1589.756	Prob(F-statistic)	0.000000

إذا كان هذا هو الهدف من التحليل ، فيمكننا تقدير النموذج التالي :

$$Y_i = B_1 + B_2 \ln X_i + u_i \qquad (2.18)$$

نسمي معادلة (2.18)نموذج lin–log ، لأسباب واضحة .

ما الذي يدل عليه معامل الميل B_2 في هذا النموذج؟ كما نعلم ، فإن معامل الميل يعطي التغيير في Y عندما يتغير المتغير المستقل بمقدار وحدة واحدة . لذا ،

$$B_2 = \frac{\text{التغير المطلق في Y}}{\text{التغير في ln X}} = \frac{\text{التغير المطلق في Y}}{\text{التغير النسبي في X}} \qquad (2.19)$$

تذكر أن التغير في لوغاريتم رقم ما هو تغير نسبي ، أو نسب مئوية ، بعد الضرب في 100 .

إذا رمزنا للتغير الصغير بالرمز Δ ، يمكننا أن نكتب (2.19) كما يلي :

$$B_2 = \frac{\Delta Y}{\Delta X / X} \qquad (2.20)$$

أو ،

$$\Delta Y = B_2 (\Delta X / X) \qquad (2.21)$$

تنص المعادلة (2.21) على أن التغيير المطلق في Y (ΔY) يساوي الميل مضروبا في التغير النسبي في X . وهكذا ، إذا كان ($\Delta X/X$) يتغير بمقدار 0.01 وحدة (أو 1%) ، التغيير المطلق في Y هو 0.01 (B_2) . إذا وجد في أحد التطبيقات أن : $B_2 = 200$ ، فإن التغيير المطلق في Y هو 2: = (200) (0.01)

لذلك ، عندما نقدر معادلة مثل (2.18) ، لا تنس أن تضرب قيمة معامل الميل المقدر في 0.01 أو (ما يعادل نفس الشيء) ثم بقسمته على 100 . إذا لم تتبع هذا الإجراء ، فقد تكون قد استخلصت استنتاجات مضللة من نتائجك .

تم استخدام نموذج lin–log في دوال إنفاق إنجل **Engel expenditure functions** ، سميت باسم الإحصائي الألماني (1821–1896) Ernst Engel . افترض إنجل أن "إجمالي الإنفاق المخصص للغذاء يميل إلى الزيادة في شكل متوالية حسابية مع زيادة إجمالي النفقات في شكل متوالية هندسية" .[1] وهناك طريقة أخرى للتعبير عن ذلك وهي أن حصة الإنفاق على الغذاء تقل كلما زاد مجموع الإنفاق .

لتوضيح هذا ، يقدم جدول [2.8] بيانات عن الأغذية والمشروبات غير الكحولية المستهلكة في المنزل (Expfood) ومجموع نفقات الأسرة (Expend) ، بالدولار ، لعدد 869 أسرة في الولايات المتحدة في عام 1995 .[2] يمكن العثور على هذا الجدول على الموقع الالكتروني .

انحدار حصة الإنفاق على الغذاء (SFDHO) من إجمالي النفقات ينتج جدول [2.9] .

(1) يعزى هذا الاقتباس إلى :
H. Working (1943) Statistical laws of family expenditure, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 38, pp. 43–56.

(2) هذه هي عينة عشوائية من البيانات التي تم جمعها لحوالي 5000 أسرة في استقصاء ربع سنوي تم بالمقابلة الشخصية والسؤال عن نفقات المستهلك وأجرته وزارة العمل الأمريكية ، مكتب إحصاءات العمل . وتناقش البيانات المستخدمة هنا في :
Christopher Dougherty, *Introduction to Econometrics*, 3rd edn, Oxford University Press.

جدول [2.9] نموذج Lin - log للانفاق على الغذاء

Dependent Variable: SFDHO
Method: Least Squares
Sample: 1 869
Included observations: 869

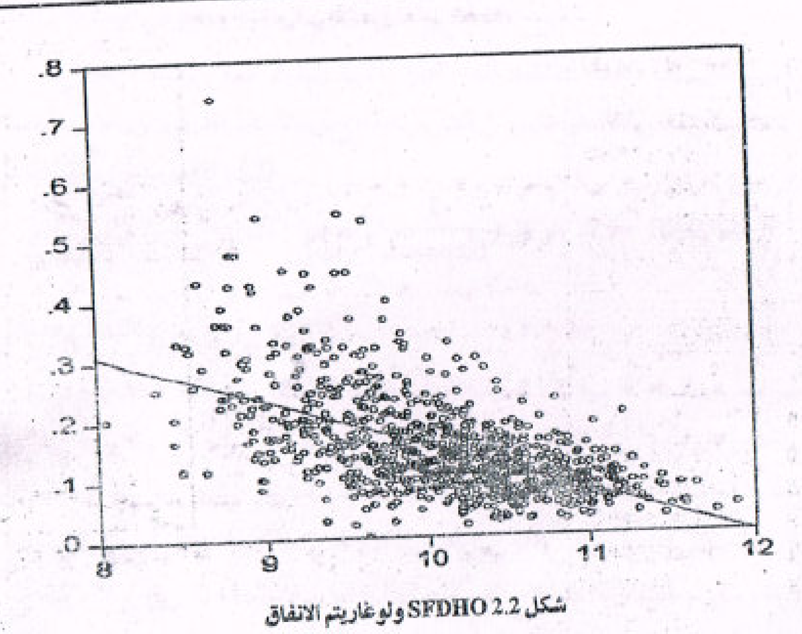
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.930387	0.036367	25.58359	0.0000
LOG(EXPEND)	-0.077737	0.003591	-21.64822	0.0000

R-squared	0.350876	Mean dependent var	0.144736
Adjusted R-squared	0.350127	S.D. dependent var	0.085283
S.E. of regression	0.068750	Akaike info criterion	-2.514368
Sum squared resid	4.097984	Schwarz criterion	-2.503396
Log likelihood	1094.493	Durbin-Watson stat	1.968386
F-statistic	468.6456	Prob(F-statistic)	0.000000

ملاحظة : SFDHO = حصة الإنفاق على الأغذية والمشروبات غير الكحولية في إجمالي الإنفاق و Expend = إجمالي نفقات الأسرة .

جميع المعاملات المقدرة بشكل فردي ذات معنوية إحصائية عالية . إن تفسير معامل الانحدار بحوالي (0.08 −) هو أنه إذا زاد إجمالي الإنفاق بنسبة 1% ، في المتوسط ، فإن حصة الإنفاق على الأغذية والمشروبات غير الكحولية تتناقص بنحو 0.0008 وحدة ، مما يدعم فرضية إنجل . ويمكن ملاحظة ذلك بشكل أوضح في شكل 2.2 (ملاحظة: لا تنس أن تقسم معامل الميل على 100) . على نحو بديل ، يمكن تفسير معامل الانحدار على النحو التالي : إذا زاد إجمالي الإنفاق بنسبة 100% ، في المتوسط ، تنخفض حصة الإنفاق على الأغذية والمشروبات غير الكحولية بنحو 0.08 وحدة .

على الرغم من أننا قمنا بتوفيق نموذج Lin–log ، يوضح شكل 2.2 أن العلاقة بين SFDHO ولوغاريتم (EXPEND) تبدو غير خطية . هناك طرق لجمع العلاقات غير الخطية بين المتغيرات ، مثل النماذج التبادلية أو نماذج الانحدار متعدد الحدود ، التي نناقشها الآن .



شكل 2.2 SFDHO ولوغاريتم الانفاق

2.5 النماذج المعكوسة Reciprocal models

في بعض الأحيان تأتي الحالات التي تكون فيها العلاقة بين المتغير التابع والمتغير (المتغيرات) المستقلة مبدلة أو معكوسة ، كما هو الحال في نموذج الانحدار التالي :

$$Y_i = B_1 + B_2\left(\frac{1}{X_i}\right) + u_i \qquad (2.22)$$

هذا النموذج غير خطي في X لأنه يدرج في النموذج عكسيا أو بشكل مبدل ، ولكن هو LRM لأن المعلمات ،Bs ، خطية .

بعض خصائص هذا النموذج تكون على النحو التالي . كلما زادت X إلى ما لا نهاية ، يقترب الحد B_2 (1/Xi) من الصفر (ملاحظة : B_2 ثابت) و Y تقترب من القيمة المحدودة أو المقاربة لـ B_1 . ميل المعادلة (2.22) يعطى من خلال :

$$\frac{dY_i}{dX_i} = -B_2\left(\frac{1}{X_i^2}\right)$$

لذلك ، إذا كانت B_2 موجبة ، فإن الميل يكون سالبا دوماً ، وإذا كانت B_2 سالبة ، فإن الميل يكون موجبا دوماً .

مثال توضيحي: إعادة النظر في الإنفاق على الغذاء

في الجزء السابق قمنا بتوفيق نموذج lin– log لنفقات الغذاء بالنسبة لمجموع النفقات . دعونا نرى اذا كان النموذج المعكوس يمكن توفيقه أيضا على نفس البيانات . لذلك نقدر (جدول [2.10])

$$SFDHO = B_1 + B_2\left(\frac{1}{Expend_i}\right) + u_i \qquad (2.23)$$

تفسير النتائج

إن معاملات الانحدار ذات دلالة إحصائية عالية ، لأن قيم الاحتمال *p* الخاصة بها هي صفر عمليا . تشير قيمة القاطع التي تقدر بحوالي 0.08 إلى أنه إذا زاد إجمالي الإنفاق بشكل غير نهائي ، فسوف تستقر حصة الإنفاق على الغذاء والمشروبات غير الكحولية في إجمالي النفقات في النهاية إلى حوالي 8% . قيمة معامل الانحدار B_2 الموجبة ، تشير إلى أن معدل تغير SFDHO بالنسبة للنفقات الإجمالية سوف يكون سالباً دائما . هذا يمكن رؤيته بشكل أكثر وضوحًا من الشكل 2.3 .

إذا قارنا الشكلين 2.2 و 2.3 ، سنرى أنهما متشابهان في المظهر . والسؤال العملي هو : أي نموذج أفضل : lin–log أو المبدل؟

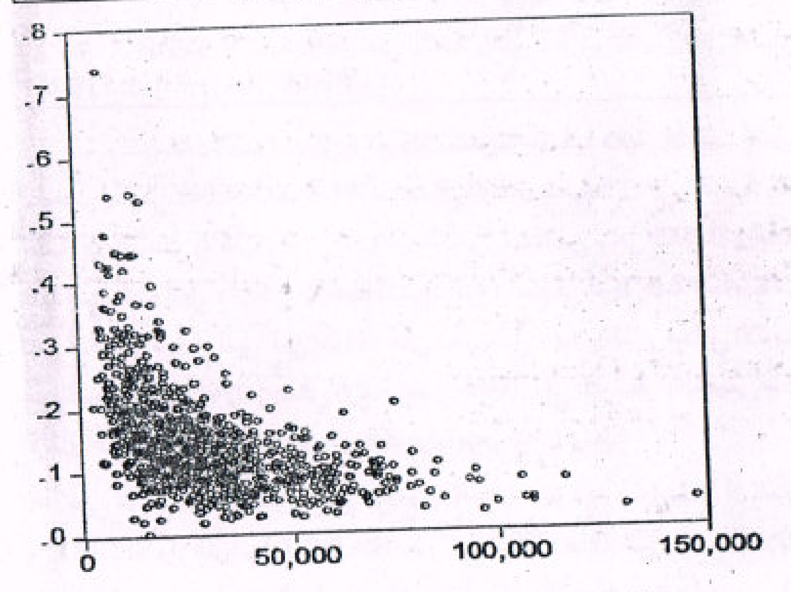
هذه مشكلة شائعة في العمل التجريبي – اختيار النموذج المناسب . وحيث إن النموذجين يوفقان البيانات بشكل معقول ، من الصعب الاختيار بين الاثنين . على أساس معيار R^2 ، يعطي نموذج lin–log قيمة أعلى قليلاً ، لكن الفرق في R^2s ليس كبيراً . لاحظ على ذكر هذا أنه يمكننا مقارنة قيم R^2 لأن المتغير التابع في النموذجين هو نفسه .

جدول [2.10] نموذج متبادل للنفقات الغذائية

Dependent Variable: SFDHO
Method: Least Squares
Sample: 1 869
Included observations: 869

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.077263	0.004012	19.25950	0.0000
1/EXPEND	1331.338	63.95713	20.81610	0.0000

R-squared	0.333236	Mean dependent var	0.144736
Adjusted R-squared	0.332467	S.D. dependent var	0.085283
S.E. of regression	0.069678	Akaike info criterion	–2.487556
Sum squared resid	4.209346	Schwarz criterion	–2.476584
Log likelihood	1082.843	Durbin–Watson stat	1.997990
F-statistic	433.3100	Prob(F-statistic)	0.000000



شكل 2.3 حصة الانفاق على الغذاء من إجمالي الانفاق

2.6 نماذج الانحدار متعدد الحدود Polynomial regression models

بإعادة النظر في نموذج الاتجاه الخطي في معادلة (2.17) التي أجرينا فيها انحدارا للناتج المحلي الإجمالي الحقيقي (RGDP) على متغير الاتجاه ، الزمن .

الآن ضع في اعتبارك النموذج التالي :

$$RGDP_t = A_1 + A_2 time + A_3 time^2 + u_t \quad (2.24)$$

تمثل المعادلة (2.24) مثالاً على دالة تربيعية ، أو بشكل عام ، دالة متعددة الحدود من الدرجة الثانية في متغير الزمن . إذا أضفنا $time^3$ إلى النموذج ، فستكون عبارة عن معادلة متعددة الحدود من الدرجة الثالثة ، أعلى قوة للمتغير المستقل تمثل درجة الدالة كثيرة الحدود .

النقطة الأولى التي يجب ذكرها حول معادلة(2.24) هو أنها LRM ، أي خطية في المعلمات ، على الرغم من أن متغير الزمن يدخل النموذج بشكل خطي وكذلك بشكل مربع . ثانياً ، المتغيرات $time$ و $time^2$ ذات علاقة دالية وستكون لها درجة ارتباط مرتفعة . هل سيؤدي ذلك إلى خلق مشكلة ارتباط بين المتغيرات المستقلة collinearity ، والتي ستنتهك واحدة من افتراضات CLRM بأنه لا توجد علاقات خطية دقيقة بين المتغيرات المستقلة؟ لا ، لأن $time^2$ هي دالة غير خطية في الزمن .

باستخدام البيانات على RGDP ، حصلنا على النتائج في جدول [2.11] .

أولا ، لاحظ أن جميع المعاملات المقدرة معنوية ، بافتراض الإبقاء على الافتراضات المعتادة من النماذج الكلاسيكية . كيف نفسر هذه النتائج؟ في معادلة(2.17) مع متغير الزمن فقط كمتغير مستقل ، كان معامل الزمن حوالي 186.99 ، مما يشير إلى أن RGDP كانت ترتفع بمقدار ثابت يبلغ 186.99 مليار دولار سنويا .

ولكن بالنسبة للنموذج التربيعي ، RGDP تزيد بمعدل متزايد لأن كلا من معاملات الزمن ومربع الزمن موجبة . لرؤية هذا بشكل مختلف ، بالنسبة للنموذج التربيعي في معادلة (2.24) ، معدل تغيير RGDP يعطى عن طريق المعادلة :

$$\frac{dRGDP}{dtime} = A_2 + 2A_3 time \quad (2.25)$$

وهو موجب لأن كلا من A_2 و A_3 موجبان .

ملاحظة: الجانب الأيسر من هذه المعادلة هو المشتقة التفاضلية من RGDP بالنسبة للزمن .

جدول [2.11] نموذج متعدد الحدود لـ US GDP، 1960–2007

Dependent Variable: RGDP
Method: Least Squares
Sample: 1960 2007
Included observations: 48

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2651.381	69.49085	38.15439	0.0000
TIME	68.53436	6.542115	10.47587	0.0000
TIME^2	2.417542	0.129443	18.67647	0.0000

R-squared	0.996787	Mean dependent var	6245.569
Adjusted R-squared	0.996644	S.D. dependent var	2655.520
S.E. of regression	153.8419	Akaike info criterion	12.97019
Sum squared resid	1065030.	Schwarz criterion	13.08714
Log likelihood	-308.2845	Durbin-Watson stat	0.462850
F-statistic	6979.430	Prob(F-statistic)	0.000000

باستخدام النتائج في جدول [2.11] ، نحصل على :

$$\frac{dRGDP}{dt} = 68.53 + 2(2.42)time \quad (2.26)$$

$$= 68.53 + 484time$$

كما توضح معادلة (2.26) ، يعتمد معدل التغير في RGDP على الزمن الذي يتم فيه قياس معدل التغير . وهذا يظهر تناقض قوي مع نموذج الاتجاه الخطي ، معادلة (2.17) ، التي أظهرت معدل ثابت للتغير يبلغ حوالي 187 مليار دولار في السنة .[1]

(1) إذا أخذنا المشتقة التفاضلية الثانية لمعادلة (2.24) بالنسبة للزمن ، سوف نحصل على القيمة 4.84 ، لذلك فإن معدل التغير في معدل التغير هذا يكون ثابتا عبر الزمن .(لاحظ أن القيمة الموجبة للمشتقة الثانية تدل على أن RGDP يزيد بمعدل متزايد)

نموذج Log-lin ذو متغير اتجاه تربيعي
Log-lin model with quadratic trend variable

افترض أنه بدلاً من تقدير معادلة (2.24) أننا نقدر النموذج التالي :

$$\ln RGDP_t = B_1 + B_2 t + B_3 t^2 + u_t \qquad (2.27)$$

نتائج الانحدار من هذا النموذج موضحة في جدول [2.12] .

جدول [2.12] نموذج متعدد الحدود للوغاريتم US GDP، 1960–2007

Dependent Variable: LRGDP
Method: Least Squares
Sample: 1960 2007
Included observations: 48

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7.833480	0.012753	614.2239	0.0000
TIME	0.036551	0.001201	30.44292	0.0000
TIME^2	−0.000103	2.38E-05	−4.348497	0.0001

R-squared	0.996095	Mean dependent var	8.647157
Adjusted R-squared	0.995921	S.D. dependent var	0.442081
S.E. of regression	0.028234	Akaike info criterion	-4.236106
Sum squared resid	0.035873	Schwarz criterion	-4.119156
Log likelihood	104.6665	Durbin–Watson stat	0.471705
F-statistic	5738.826	Prob(F-statistic)	0.000000

ومن المثير للاهتمام أن نلاحظ أنه في جدول [2.11] تكون معاملات الاتجاه ومربع الاتجاه موجبة ، في حين أنه في جدول [2.12] يكون معامل الاتجاه موجبا ولكن حد مربع الاتجاه يكون سالباً . هذا يشير إلى أنه على الرغم من أن معدل نمو RGDP موجب ، فإنه يتزايد بمعدل منخفض . لرؤية هذا بوضوح ، نفاضل معادلة (2.27) بالنسبة للزمن ، نحصل (بعد قمع حد الخطأ) على :

$$\frac{d\ln RGDP}{dt} = B_2 + 2B_3 t \qquad (2.28)$$ [1]

(1) بتذكر أن : $d\ln Y/dX = (1/Y)\, dY/dX$

أي أن ،

$$\frac{1}{RGDP}\cdot\frac{d\,RGDP}{t} = B_2 + 2B_3 t \qquad (2.29)$$

لكن الجانب الأيسر من هذه المعادلة هو معدل نمو RGDP .

$$\text{RGDP معدل نمو} = B_2 + 2B_3 t \qquad (2.30)$$

$$= 0.0365 - 0.0002\, t$$

كما توضح معادلة (2.30) ينخفض معدل نمو RGDP بمعدل 0.0002 لكل وحدة من الزمن .

لاحظ بعناية أنه في معادلة (2.24) نقوم بقياس معدل التغيير في RGDP ، ولكن في معادلة (2.27) نقوم بقياس معدل النمو في RGDP . وهي مقاييس مختلفة .

2.7 اختيار شكل الدالة Choice of the functional form

المشكلة العملية في القيام بالعمل التجريبي هو اتخاذ قرار بشأن شكل دالة نموذج الانحدار التي قد تكون مناسبة في حالة معينة . في نموذج الانحدار ذو متغيرين ، لا يكون هذا الاختيار صعبًا في كثير من الأحيان ، لأننا نستطيع دائمًا رسم المتغير التابع والمتغير المستقل (الوحيد) وتحديد شكل الدالة بالنظر لهذا الرسم . ولكن عندما يتعلق الأمر بنماذج الانحدار المتعدد ، فإن هذا الخيار ليس سهلاً ، لأنه من الصعب رسم شكل متعدد الأبعاد .

وبالتالي ، نحتاج في الممارسة إلى معرفة خصائص النماذج التي ناقشناها في هذا الفصل . وتتمثل إحدى طرق تحقيق ذلك دراسة الميل ومعاملات المرونة في النماذج المختلفة ، التي تم تلخيصها في جدول [2.13] .

إذا كان هناك أكثر من متغير مستقل في النموذج ، فمن ثم يمكن حساب الميل الجزئي ومعاملات المرونة الجزئية ، مع الإبقاء على المتغيرات الأخرى في النموذج ثابتة .[1]

(1) على سبيل المثال بالنسب للنموذج : $Y = B_1 + B_2 X + B_3 X^2$
معامل الميل هو: $dY/dX = B_2 + 2B_3 X$.
ومعامل المرونة هو: $(dY/dX)(X/Y) = (B_2 + 2B_3 X)(X/Y)$
وسوف تعتمد هذه المرونة على قيم X و Y .

2.8 مقارنة النماذج الخطية واللوغاريتمية الخطية

Comparing linear and log-linear models

المشكلة المتكررة التي نواجهها في البحث الاختيار بين النموذج الخطي والنموذج اللوغاريتمي الخطي .[1] اعتبر أن نقاشنا حول دالة الإنتاج للاقتصاد الأمريكي . معادلة (2.4) هي مثال على دالة الإنتاج الخطي ، دالة Cobb – Douglas ، حيث إن معادلة (2.6) هي مثالا على دالة إنتاج خطية . أي نموذج يكون أفضل للبيانات الواردة في جدول [2.1]؟ لقد أعطينا بالفعل نتائج توفيق هذه النماذج في الجدولين [2.2] و[2.3] ، على التوالي .

جدول [2.13] ملخص لأشكال الدوال

Model	Form	Slope	Elasticity
		$\left(\frac{dY}{dX}\right)$	$\left(\frac{dY}{dX}\right)\cdot\frac{X}{Y}$
Linear	$Y = B_1 + B_2X$	B_2	$B_2\left(\frac{X}{Y}\right)^*$
Log-linear	$\ln Y = B_1 + B_2\ln X$	$B_2\left(\frac{Y}{X}\right)$	B_2
Log-lin	$\ln Y = B_1 + B_2X$	$B_2(Y)$	$B_2(X)^*$
Lin-log	$Y = B_1 + B_2\ln X$	$B_2\left(\frac{1}{X}\right)$	$B_2\left(\frac{1}{Y}\right)^*$
Reciprocal	$Y = B_1 + B_2\left(\frac{1}{X}\right)$	$-B_2\left(\frac{1}{X^2}\right)$	$-B_2\left(\frac{1}{XY}\right)^*$

ملاحظة : * تدل على أن معامل المرونة متغيرا ، على حسب القيم التي يأخذها X أو Y أو كلاهما . إذا لم تحدد X و Y ، تقدر هذه المرونات بالقيم المتوسطة لكل من X و Y ، أي القيم $\bar{X}$ و $\bar{Y}$.

كلا النموذجين يوفقان البيانات بشكل جيد . لكننا لا نستطيع المقارنة مباشرة بين النموذجين ، لأن المتغيرات التابعة في النموذجين مختلفة . ولكن إجراء تحويل بسيط على المتغير التابع يمكن أن يجعل النموذجين قابلين للمقارنة . نمضي كما يلي :

(1) في النموذج اللوغاريتمي الخطي يكون المتغير التابع في شكل لوغاريتمي ، ولكن المتغيرات المستقلة قد تكون في شكل لوغاريتمي أو خطي .

خطوة 1 : حساب المتوسط الهندسي (GM) للمتغير التابع ؛ نسميه Q^* .[1] بالنسبة للبيانات الواردة في جدول [2.1] ، فإن GM الخاص بمتغير الانتاج يكون ($e^{16.94139} = 22842628$) .

خطوة 2 : قسمة Q_i على Q^* للحصول على : $\tilde{Q}_i = (Q_i / Q^*)$:

خطوة 3 : نقدر معادلة (2.4) باستخدام $\tilde{Q}_i$ بدلا من Q_i هو المتغير التابع (أي باستخدام $\ln \tilde{Q}_i$ ، على أنه المتغير التابع) .

خطوة 4 : نقدر معادلة (2.6) باستخدام $\tilde{Q}_i$ على أنه المتغير التابع بدلا من Q_i .

المتغيرات التابعة التي تم تحويلها قابلة للمقارنة الآن . بإجراء الانحدارات المحولة ، والحصول على مجموع مربعات البواقي (RSS) (مثلا RSS_1 للنموذج الخطي و RSS_2 للنموذج اللوغاريتمي – الخطي) واختيار النموذج الذي يحتوي على أقل RSS . لتوفير مساحة ، لن نقوم بإعادة إخراج نتائج هذه الانحدارات المحولة فيما عدا النتائج الخاصة بالإحصائيات التالية :

		RSS
log–linear model	النموذج اللوغاريتمي الخطي	3.4155
linear model	النموذج الخطي	3.6519

حيث إن RSS للنموذج اللوغاريتمي الخطي أقل ، قد نفضله على النموذج الخطي ، على الرغم من أن قيم الاثنين من RSS قريبة جدا . ولكن هناك اختبار أكثر منهجية متاح .

إذا كان فرض العدم هو أن كلا النموذجين يوفقان البيانات بشكل جيد ، يمكننا حساب[2]

$$\lambda = \frac{n}{2}\ln\left(\frac{RSS_1}{RSS_2}\right) \sim \chi_1^2 \quad (2.31)$$

(1) المتوسط الهندسي لـ Y_1 و Y_2 هو $(Y_1.Y_2)^{1/2}$ ، والمتوسط الهندسي لـ Y_1 و Y_2 و Y_3 هو $(Y_1.Y_2.Y_3)^{1/3}$ و هكذا .

(2) أنظر :

Gary Koop, Introduction to Econometrics, John Wiley & Sons Ltd, England, 2008, pp. 114–15.

حيث RSS_1 هو RSS من النموذج الخطي و RSS_2 هو RSS من نموذج اللوغاريتمي الخطي . إذا تجاوزت قيمة λ (lambda) المحسوبة قيمة مربع كاي chi-square الحرجة عند درجات حرية df تساوي 1 ، يمكننا رفض فرض العدم ونستنتج أن دالة الإنتاج اللوغاريتمية الخطية هي النموذج الأفضل . ومع ذلك ، إذا كانت قيمة λ المحسوبة أقل من القيمة الحرجة ، فإننا نقبل فرض العدم ، وفي هذه الحالة يكون أداء كلا النموذجين جيدًا على قدم المساواة .[1]

بالنسبة لمثالنا ، يمكن توضيح أن $\lambda = 74.2827$. قيمة مربع كاي الحرجة عند 5% و df=1 هي 3.841 . بما أن قيمة مربع كاي المحسوبة 74.2827 أكبر بكثير من قيمة مربع كاي الحرجة ، يمكننا أن نستنتج أن النموذج اللوغاريتمي الخطي يعمل بشكل أفضل من النموذج الخطي .

ولأنه من السهل تفسير النموذج اللوغاريتمي اللخطي من حيث مرونات العمل ورأس المال والعوائد إلى الحجم ، قد نختار هذا النموذج في الممارسة .

2.9 انحدار المتغيرات المعيارية

Regression on standardized variables

في مختلف الأمثلة التي نوقشت حتى الآن لم يكن ضروريا أن يتم التعبير عن المتغير التابع والمتغيرات المستقلة بنفس وحدة القياس . وهكذا ، في دالة انتاج Cobb – Douglas التي نوقشت سابقا ، تم قياس مدخلات العمل ومدخلات رأس المال بوحدات قياس مختلفة . وهذا يؤثر على تفسير معاملات الانحدار ، لأن حجم معامل الانحدار (الجزئي) يعتمد على وحدات قياس المتغير .

ولكن يمكن تجنب هذه المشكلة إذا قمنا بالتعبير عن جميع المتغيرات في النموذج بالشكل المعياري . في النموذج المعياري نعبر عنه قيمة كل متغير على أنه انحراف عن قيمة وسطه ونقسم الفرق على الانحراف المعياري لذلك المتغير ، مثل

$$Y_i^* = \frac{Y_i - \bar{Y}}{S_Y}; \quad X_i^* = \frac{X_i - \bar{X}}{S_X} \qquad (2.32)$$

(1) إذا كان $RSS_2 > RSS_1$ ، ضع RSS_2 في بسط المعادلة (2.31) و RSS_1 في المقام . إن فرض العدم هنا ينص على أن كلا النموذجين يؤديان أداءً جيدًا . إذا تم رفض هذا الفرض ، فإن النموذج الخطي يكون مفضلا عن النموذج اللوغاريتمي الخطي .

حيث S_Y و S_X هما الانحراف المعياري للعينة و $\bar{Y}$ و $\bar{X}$ هما متوسطي العينة لقيم Y و X ، على التوالي . ويطلق على كل من Y_i^* و X_i^* متغيرات معيارية (قياسية) .

ومن السهل إثبات أن القيمة المتوسطة للمتغير المعياري هي صفر دائمًا وقيمة الانحراف المعياري هي دائمًا 1 ، بغض النظر عن متوسطها الأصلي وقيم الانحراف المعياري . ومن المثير للاهتمام أيضًا أن نلاحظ أن المتغيرات المعيارية هي ما يسمى بالأرقام البحتة (أي بدون وحدة) . ويرجع ذلك إلى أن البسط والمقام في المتغيرات المعيارية يتم قياسهما بنفس وحدة القياس .

إذا أجرينا الآن الانحدار التالي :

$$Y_i^* = B_1^* + B_2^* X_i^* + u_i^* \qquad (2.33)$$

سوف نجد أن b_1^* تساوي الصفر .[1]

يُطلق على معاملات الانحدار المميزة بالنجمة معاملات بيتا **beta coefficients** ، أو المعاملات المعيارية **standardized coefficients** ، في حين أن معاملات الانحدار للمتغيرات غير المعيارية تسمى المعاملات غير المعيارية .

يتم تفسير معامل الميل في هذا الانحدار على النحو التالي : إذا زاد المتغير المستقل المعياري بمقدار وحدة انحراف معياري واحدة ، في المتوسط ، يزداد المتغير التابع المعياري بمقدار B_2^* وحدة انحراف معياري . النقطة التي يجب تذكرها هي أننا ، على عكس الانحدار المعتاد لـ OLS ، نقوم بقياس تأثير المتغير المستقل ليس من حيث الوحدات الأصلية التي يتم بها قياس Y و X ، ولكن بوحدات الانحراف المعياري .

يجب أن نضيف أنه إذا كان لدينا أكثر من متغير مستقل واحد ، يمكننا تحويل جميع المتغيرات المستقلة إلى متغيرات معيارية . ولتوضيح ذلك ، نعيد النظر في دالة الإنتاج الخطية لـ USA التي تم دراستها (انظر جدول [2.3]) وإعادة تقديرها باستخدام مخرجات معيارية وهي متغيرات العمالة ورأس المال . تعرض النتائج في جدول [2.14] .

كما هو متوقع ، «ثابت الانحدار» يكون صفرا . لدى المتغيرين المعياريين تأثيرات

(1) لاحظ أن : $b_1^* = \bar{Y}^* - b_2^* \bar{X}^*$ ، ولكن القيم المتوسطة للمتغيرات المعيارية تساوي صفر ، لذلك b_1^* تساوي صفر مع ثبات العوامل الأخرى .

معنوية بشكل فردي على الإنتاج (المعياري) . إن تفسير معامل العمل الذي يبلغ حوالي 0.40 هو أنه إذا زادت مدخلات العمل بوحدة انحراف معياري واحدة ، فإن متوسط قيمة المخرجات يرتفع بمقدار0.40 وحدة انحراف معياري ، مع ثبات العوامل الأخرى . وتفسير معامل رأس المال الذي يبلغ حوالي0.60 هو أنه إذا زاد رأس المال بوحدة انحراف معياري واحدة ، في المتوسط ، يزيد الإنتاج بمقدار 0.60 وحدة انحراف معياري . نسبيا ، رأس المال لديه تأثير أكبر من العمل على الناتج . معاملات الانحدار في جدول [2.3] ، على النقيض من ذلك ، هي معاملات غير معيارية .

جدول [2.14] دالة الانتاج الخطية باستخدام المتغيرات المعيارية

Dependent Variable: OUTPUTSTAR
Method: Least Squares
Sample: 1 51
Included observations: 51

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.52E-08	0.019666	1.28E-06	1.0000
LABORSTAR	0.402388	0.059185	6.798766	0.0000
CAPITALSTAR	0.602185	0.059185	10.17455	0.0000

R-squared	0.981065	Mean dependent var	5.24E-09
Adjusted R-squared	0.980276	S.D. dependent var	1.000000
S.E. of regression	0.140441	Akaike info criterion	-1.031037
Sum squared resid	0.946735	Schwarz criterion	-0.917400
Log likelihood	29.29145	Durbin–Watson stat	1.684519
F-statistic	1243.514	Prob(F-statistic)	0.000000

Note: STAR variables are standardized variables.

إذا نظرنا إلى النتائج الموضحة في جدول [2.3] ، قد نعتقد أن العمالة لها تأثير أكبر نسبيا على الإنتاج من رأس المال . ولكن بما أن العمل ورأس المال يقاسان بوحدات قياس مختلفة ، فإن مثل هذا الاستنتاج سيكون مضللاً . ولكن في الانحدار على المتغيرات المعيارية ، قد يكون من الأسهل تقييم الأهمية النسبية للمتغيرات المستقلة المختلفة ، لأننا من خلال المعيارية ، نضع جميع المتغيرات المستقلة على قدم المساواة .

ولكن لاحظ أنه سواء ما إذا كنا نستخدم متغيرات معيارية أو غير معيارية ، فإن قيم t . F . و R^2 تظل كما هي ، وبالتالي لا تؤثر على الاستدلال الإحصائي .

2.10 مقاييس جودة التوفيق Measures of goodness of fit

إذا نظرنا إلى النواتج المختلفة الواردة في الجداول السابقة ، فسوف نلاحظ أن هناك عدة مقاييس "لجودة التوفيق goodness of fit" للنموذج المقدر ؛ بمعنى كيف يشرح النموذج التغير في المتغير التابع . تتضمن هذه المقاييس : (1) معامل التحديد ، R^2 ، (2) R^2 المعدل ، عادةً ما يتم الإشارة إليه بالرمز $\bar{R}^2$ ، (3) معيار أكيك Akaike للمعلومات ، و (4) معيار سشوارز Schwarz للمعلومات .

1 - مقياس R^2

كما ذكر سابقاً ، يقيس هذا المقياس نسبة التغير في المتغير التابع الذي تفسره المتغيرات المستقلة . وهو يقع بين 0 و 1 ، يدل 0 على عدم وجود توفيق تماما للبيانات ويدل 1 على التوفيق التام للبيانات . تكمن R^2 عادة ضمن هذه الحدود ؛ كلما اقترب من الصفر كلما كان التوفيق سيئا ، وكلما اقترب من 1 ، كلما كان التوفيق أفضل . عيب هذا المقياس هو أنه عند إدراج المزيد من المتغيرات المستقلة في النموذج ، يمكننا بشكل عام زيادة قيمة R^2 . ويرجع ذلك إلى أن R^2 هي دالة متزايدة من عدد المتغيرات المستقلة في النموذج .

على الرغم من أننا قد حددنا R^2 كنسبة ESS إلى TSS ، فإنه يمكن أيضًا حساب مربع معامل الارتباط بين Y الفعلية و Y المقدرة ($\hat{Y}$) من نموذج الانحدار ، حيث Y هو المتغير التابع ، أي :

$$r^2 = \frac{(\sum y_i \hat{y}_i)^2}{\sum y_i^2 \sum \hat{y}_i^2} \qquad (2.34)$$

حيث

$$y_i = (Y_i - \bar{Y}) \quad , \quad \hat{y}_i = (\hat{Y}_i - \bar{Y})$$

2— R^2 المعدل

لقد ناقشنا بالفعل R^2 المعدل ($\bar{R}^2$) . يتم استخدام $\bar{R}^2$ لمقارنة نموذجين أو أكثر من نماذج الانحدار التي لها نفس المتغير التابع ، ولكن تختلف في عدد المتغيرات المستقلة . وبما أن $\bar{R}^2$ عادة ما يكون أصغر من R^2 ، فإنه يبدو أنه يفرض عقوبة لإضافة مزيد من المتغيرات المستقلة إلى النموذج .

3 - معيار معلومات أكيك Akaike

Akaike's Information Criterion (AIC)

مثل R^2 المعدل ، يضيف معيار AIC عقوبة أشد قسوة إلى حد ما لإضافة المزيد من المتغيرات إلى النموذج . في الشكل اللوغاريتمي ، يتم تعريف AIC على النحو التالي :

$$\ln AIC = \frac{2k}{n} + \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) \qquad (2.35)$$

حيث يكون RSS = مجموع مربعات البواقي و $2k/n$ هو عامل العقوبة .

معيار AIC مفيد في مقارنة نموذجين أو أكثر . عادة ما يتم اختيار النموذج ذو AIC الأقل . كما يستخدم معيار AIC لمقارنة كلاً من أداء التنبؤ داخل نطاق بيانات العينة وخارج العينة لنموذج الانحدار .

4 -معيار معلومات سشوارز Schwarz

Schwarz's Information Criterion (SIC)

يعتبر بديلا لمعيار AIC ، والذي يمكن التعبير عنه في شكله اللوغاريتمي على النحو التالي :

$$\ln SIC = \frac{k}{n}\ln n + \ln\left(\frac{RSS}{n}\right) \qquad (2.36)$$

عامل العقوبة هنا هو $[(k/n)\ln n]$ ، وهو أشد من AIC . مثل AIC ، كلما انخفضت قيمة SIC ، كلما كان النموذج أفضل . أيضا ، مثل AIC ، يمكن استخدام SIC للمقارنة بين أداء التنبؤ داخل نطاق بيانات العينة وخارج العينة لنموذج الانحدار .

ويجب أن نضيف أن الفكرة من وراء إضافة عامل العقوبة هي **Occam's razor** ، والتي تنص على أنه «ينبغي الاحتفاظ بالأوصاف بسيطة قدر الإمكان حتى يثبت عدم الكفاية» . هذا هو المعروف أيضا باسم مبدأ التفسير البسيط *principle of parsimony* .

على أساس هذا المبدأ ، ما هو المعيار الأفضل ، AIC أو SIC؟ في أغلب الأحيان يحدد هذان المعياران نفس النموذج ، ولكن ليس دائمًا . على أسس نظرية ، قد يكون

AIC مفضلاً ، لكن في الممارسة العملية ، يمكن للمرء أن يختار معيار SIC ، لأنه قد يختار نموذجًا أكثر تبسيطًا ، والأشياء الأخرى تبقى كما هي .[1] يقدم *Eviews* كلاً من هذه المعايير .

إذا قارنا نموذج الاتجاه الخطي الموضح في جدول [2.7] مع نموذج الاتجاه التربيعي الوارد في جدول [2.12] ، ستجد أنه بالنسبة لنموذج الاتجاه الخطي ، تكون قيمة Akaike هي15.0 وبالنسبة لنموذج الاتجاه التربيعي تكون 4.23 – . هنا يمكنك اختيار نموذج الاتجاه التربيعي . أما على أساس معيار Schwarz ، هذه القيم هي 15.17 لنموذج الاتجاه الخطي و 4.12– لنموذج الاتجاه التربيعي . مرة أخرى ، سوف تختار النموذج الأخير على أساس هذا المعيار . ومع ذلك ، بالنسبة لنموذج الاتجاه التربيعي ، تكون قيمة Akaike التي تبلغ 4.23– أكثر سالبية من قيمةSchwarz التي تبلغ 4.12– ، بما يعطي Akaike ميزة طفيفة في الاختيار .

قد يكون من المثير للاهتمام ملاحظة أنه بالنسبة إلى LRM ترتبط كل من هذه المعايير باختبار F على النحو التالي : "بالنسبة لحجم عينة n كبير بما فيه الكفاية ، مقارنة قيم AIC يناظر اختبار F بقيمة حرجة 2 و SIC يناظر اختبار F بقيمة حرجة $\log(n)$." [2]

إذا كنا نتعامل مع نماذج الانحدار بمعلمات غير خطية ، المقدرة حسب طريقة الإمكان الأعظم (ML) ، يتم قياس جودة التوفيق باستخدام إحصاء نسبة الإمكان (LR) وهي λ ، والتي تم شرحها في ملحق الفصل الأول ، الذي يناقش طريقة ML . في الجزء الثالث سنناقش النماذج التي نستخدم فيها إحصائيات LR .

---

(1) من من أجل مناقشة حول المزايا النسبية لمعايير اختيار النموذج المختلفة ، انظر :
Francis X. Diebold, *Elements of Forecasting*, 3rd edn, Thomson/South-Western Publishers, 2004, pp. 87–90.

(2) أنظر :
Christiaan Heij, Paul de Boer, Philip Hans Franses, Teun Kloek, and Herman K. van Dijk, *Econometrics Methods with Applications in Business and Economics*, Oxford University Press, Oxford, UK, 2004, p. 280.

2.11 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

في هذا الفصل ، درسنا مجموعة متنوعة من نماذج الانحدار الخطي – أي النماذج التي تكون خطية في المعلمات أو يمكن جعلها خطية مع تحويلات مناسبة . كل نموذج يكون مفيدا في حالات محددة . في بعض التطبيقات ، قد يلائم أكثر من نموذج البيانات . ناقشنا السمات الفريدة لكل نموذج من حيث معاملات الانحدار والمرونة .

في مقارنة نموذجين أو أكثر على أساس R^2 أشرنا إلى أن المتغير التابع في هذه النماذج يجب أن يكون واحدا . ناقشنا على وجه الخصوص الاختيار بين نموذج خطي ونموذج لوغاريتمي خطي ، وهما نموذجان شائعان الاستخدام في البحث .

على الرغم من أننا ناقشنا النماذج المختلفة من حيث نماذج الانحدار الخطي ذات المتغيرين أو الثلاثة متغيرات ، لأغراض عرضية ، يمكن أن تمتد بسهولة إلى نماذج الانحدار التي تنطوي على أي عدد من المتغيرات المستقلة[1] . ويمكن أيضا أن يكون لدينا نماذج تكون فيها بعض المتغيرات المستقلة خطية والبعض الآخر لوغاريتمية خطية .

ناقشنا باختصار دور المتغيرات المعيارية في تحليل الانحدار . نظرًا لأن المتغير المعياري له متوسط يساوي الصفر وانحراف معياري يساوي الواحد ، فمن السهل مقارنة التأثير النسبي للمتغيرات المستقلة المختلفة على المتغير التابع .

يمكننا تقييم نموذج ما من حيث الإشارات المتوقعة لمعاملات الانحدار ، ومعنويتها الإحصائية من حيث قيمة t للمعاملات ، أو اختبار F إذا كنا مهتمين بالمعنوية المشتركة لاثنين أو أكثر من المتغيرات . يمكننا أن نحكم على الأداء الكلي لنموذج من حيث R^2 . إذا قمنا بمقارنة نموذجين أو أكثر من نماذج الانحدار ، فيمكننا استخدام R^2 المعدل أو معايير معلومات Akaike أو Schwarz .

ناقشنا في هذا الفصل أيضًا كيف يمكننا دمج القيود الخطية في تقدير نماذج الانحدار . غالباً ما تقترح النظرية الاقتصادية مثل هذه القيود .

(1) للتعامل مع نماذج الانحدار متعددة المتغيرات هذه ، نحتاج إلى استخدام جبر المصفوفات .

تطبيقات Exercise

2.1 ضع في اعتبارك دالة الإنتاج التالية ، والمعروفة في الأدبيات باسم دالة الإنتاج المتسامية transcendental production function (TPF) ،

$$Q_i = B_1 L_i^{B_2} K_i^{B_3} e^{B_4 L_i + B_5 K_i}$$

حيث تمثل Q ، L ، و K الإنتاج ، والعمالة ، ورأس المال ، على التوالي .

(أ) كيف ستقوم بجعل هذه الدالة خطية؟ (تلميح : اللوغاريتمات .)

(ب) ما هو تفسير المعاملات المختلفة في TPF؟

(ج) بالنظر إلى البيانات الواردة في جدول [2.1] ، قم بتقدير معلمات (TPF) .

(د) لنفترض أنك تريد اختبار الفرض القائل بأن $B_4 = B_5 = 0$. كيف يمكنك اختبار هذا الفرض؟ وضح الحسابات الضرورية . (تلميح : المربعات الصغرى المقيدة .)

(هـ) كيف يمكنك حساب مرونة الإنتاج – العمل ومرونة الإنتاج – رأس المال لهذا النموذج؟ هل هي ثابتة أم متغيرة؟

2.2 كيف يمكنك حساب مرونة الإنتاج – العمل ومرونة الإنتاج – رأس المال لدالة الانتاج الخطية الواردة في جدول [2.3]؟

2.3 بالنسبة لبيانات الانفاق على الطعام الواردة في جدول [2.6] ، وضح ما إذا كان النموذج التالي يوفق البيانات بشكل جيد :

$$SFDHO_i = B_1 + B_2 \, Expend_i + B_3 \, Expend_i^2$$

وقارن نتائجك بتلك التي تمت مناقشتها في النص .

2.4 هل من المنطقي جعل المتغيرات في دالة إنتاج Cobb – Douglas اللوغاريتمية الخطية متغيرات معيارية وتقدير الانحدار باستخدام المتغيرات المعيارية؟ لماذا نعم و لماذا لا؟ وضح الحسابات اللازمة .

2.5 بين أن معامل التحديد R^2 يمكن أيضا الحصول عليه كمربع الارتباط بين قيم Y الفعلية وقيم Y المقدرة من نموذج الانحدار ($\hat{Y}_i$) ، حيث Y هي المتغير التابع . لاحظ أن معامل الارتباط بين المتغير Y و X يعرف بأنه :

$$r = \frac{\Sigma y_i x_i}{\sqrt{\Sigma y_i^2 x_i^2}}$$

حيث : $y_i = (Y_i - \bar{Y}), \quad x_i = (X_i - \bar{X})$

لاحظ أيضا أن القيم المتوسطة لـ Y_i و $\hat{Y}_i$ تكون واحدة ، أي تكون $\bar{Y}$.

2.6 يعرض جدول [2.15] بيانات لعدة دول لعدد 83 دولة عن GDP لكل عامل عن العام 1997 ومؤشر الفساد index of corruption عن العام 1998 :[1]

(أ) ارسم مؤشر الفساد مقابل GDP لكل عامل .

(ب) بناءً على هذه الرسم ، ما هو النموذج المناسب الذي يتعلق بمؤشر الفساد مقابل GDP لكل عامل ؟

(ج) اعرض نتائج تحليلك .

(د) إذا وجدت علاقة طردية بين الفساد ونصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي . كيف تعلل هذا الناتج؟

(1) المصدر :
http://www.transparency.org/pressreleases_archive/1998/1998.09.22.cpi.html (for corruption index; http://www.worldbank.org/research/growth/ (for per worker GDP).

الفصل الثالث

3 نماذج انحدار المتغيرات التفسيرية الوصفية[1]

Qualitative explanatory variables regression models

تضمنت معظم نماذج الانحدار الخطي التي ناقشناها حتى الآن متغير تابع كمي ومتغيرات مستقلة كمية . سنستمر في افتراض أن المتغير التابع يكون كميا ، لكننا سننظر الآن في نماذج تكون فيها المتغيرات المستقلة كمية ووصفية أو نوعية . في الفصل 8 سننظر في المتغيرات التابعة ذات الطبيعة الوصفية .

في تحليل الانحدار نواجه في كثير من الأحيان متغيرات ذات طبيعة وصفية أو نوعية في جوهرها ، مثل النوع ، العرق ، اللون ، الدين ، الجنسية ، المنطقة الجغرافية ، الانتماء الحزبي ، والاضطرابات السياسية . على سبيل المثال ، في دالة الأجر التي ناقشناها في الفصل الأول ، كان لدينا النوع ، والانتماء النقابي ، وحالة الأقليات بين المتغيرات المستقلة لأن هذه المتغيرات النوعية تلعب دوراً مهماً في تحديد الأجر .

هذه المتغيرات الوصفية هي في الأساس متغيرات لها مقياس اسمي أو وصفي وليس لها قيما رقمية معينة . ولكن يمكننا «قياسها» عن طريق إنشاء متغيرات وهمية ، والتي تأخذ قيم 0 و 1 ، تشير القيمة 0 إلى عدم وجود الصفة و 1 تشير إلى وجودها . وبالتالي يمكن قياس متغير النوع على أنه أنثى = 1 و ذكر = 0 ، أو العكس . لاحظ أن المتغيرات الوهمية تسمى أيضًا متغيرات مؤشر ، ومتغيرات تصنيفية ، ومتغيرات نوعية .

في هذا الفصل ، نوضح كيف يمكن التعامل مع المتغيرات الوهمية في إطار نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (CLRM) من أجل التوضيح بالرموز ، سنشير إلى المتغيرات الوهمية بالحرف D

للتمهيد ، نبدأ بمثال واقعي .

(1) لتفاصيل أكثر راجع : Gujarati/Porter, op cit., Chapter 9

3.1 إعادة النظر في دالة الأجر

في فصل 1 درسنا تحديد الأجر بالساعة لبيانات مقطعية من 1,289 شخص على أساس البيانات التي تم الحصول عليها من المسح السكاني الحالي (CPS) لشهر مارس 1995 . ويرد في جدول [1.2] المتغيرات المستخدمة في التحليل ونتائج الانحدار .

سنكتب دالة الأجر في صيغة مختلفة للتأكيد على دور المتغيرات الوهمية في الانحدار .

$$Wage_i = B_1 + B_2 D_{2i} + B_3 D_{3i} + B_4 D_{4i} + B_5 Educ_i + B_6 Exper_i + u_i \quad (3.1)$$

حيث : $D_{2i}=1$ إذا كانت أنثى ، 0 للذكور ؛

$D_{3i}=1$ لغير أبيض ، 0 للأبيض ؛

و $D_{4i}=1$ إذا كان عضو في اتحاد ، 0 غير عضو ،

حيث Ds هي المتغيرات الوهمية

من أجل توحيد الرموز ، نعيد عرض نتائج الانحدار الواردة في جدول [1.2] ، وذلك باستخدام الرموز الواردة في معادلة(3.1) (جدول [3.1]) .

قبل أن نقوم بتفسير المتغيرات الوهمية ، سنورد بعض التعليقات العامة حول هذه المتغيرات .

أولاً ، إذا تم إدراج ثابت الانحدار (القاطع) في النموذج وإذا كان متغير وصفي له عدد تصنيفات m ، فقم بعرض المتغيرات الوهمية فقط $(m - 1)$. على سبيل المثال ، الجنس له فئتان فقط ؛ وبالتالي ندرج متغير وهمي واحد فقط للجنس . ويرجع ذلك إلى أنه إذا حصلت الإناث على قيمة 1 ، يجب أن تكون القيمة للذكور هي صفر . وبطبيعة الحال ، إذا كانت الصفة تحتوي على فئتين فقط ، فلا يهم أي فئة تحصل على قيمة 1 أو صفر . لذا يمكننا أن نرمز للذكور باعتبارهم 1 والإناث 0 .

إذا كنا نعتبر ، على سبيل المثال ، الانتماء السياسي اختيارًا بين الأحزاب الديمقراطية والجمهوريّة والمستقلة ، يمكننا أن نحصل على متغيرين وهميين على الأكثر لتمثيل الأطراف الثلاثة . إذا لم نتبع هذه القاعدة ، فسوف نقع في ما يسمى بمصيدة المتغيرات

الوهمية **dummy variable trap** ، أي حالة العلاقة الخطية التامة . وهكذا ، إذا كان لدينا ثلاثة متغيرات وهمية للأحزاب السياسية الثلاثة والقاطع ، فإن مجموع الثلاث متغيرات الوهمية سوف تكون 1 ، والتي ستكون عندئذ مساوية لقيمة القاطع العام وهي 1 ، مما يؤدي إلى علاقة خطية تامة .[1]

ثانيًا ، إذا كان المتغير النوعي له m من التصنيفات ، فيجوز تضمين m من المتغيرات الوهمية ، بشرط عدم إدراج ثابت الانحدار(العام) في النموذج . بهذه الطريقة لا نقع في فخ المتغيرات الوهمية .

ثالثًا ، تسمى الفئة التي تحصل على القيمة 0 فئة المرجع **reference** أو المقارنة المرجعية **benchmark** أو المقارنة . تتم جميع المقارنات فيما يتعلق بالفئة المرجعية ، كما سنظهر مع مثالنا .

جدول [3.1] نموذج تحديد الأجور.

Dependent Variable: WAGE
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.183338	1.015788	-7.071691	0.0000
FEMALE	-3.074875	0.364616	-8.433184	0.0000
NONWHITE	-1.565313	0.509188	-3.074139	0.0022
UNION	1.095976	0.506078	2.165626	0.0305
EDUCATION	1.370301	0.065904	20.79231	0.0000
EXPER	0.166607	0.016048	10.38205	0.0000

R-squared	0.323339	Mean dependent var	12.36585
Adjusted R-squared	0.320702	S.D. dependent var	7.896350
S.E. of regression	6.508137	Akaike info criterion	6.588627
Sum squared resid	54342.54	Schwarz criterion	6.612653
Log likelihood	-4240.370	Durbin-Watson stat	1.897513
F-statistic	122.6149	Prob(F-statistic)	0.000000

(1) لاحظ أن إدراج القاطع في النموذج معادل لإدراج متغير مستقل في النموذج تكون قيمته دائمًا واحد .

رابعا ، إذا كان هناك العديد من المتغيرات الوهمية ، يجب علينا تتبع الفئة المرجعية . وإلا سيكون من الصعب تفسير النتائج .

خامسا ، في بعض الأحيان سيكون علينا النظر في المتغيرات الوهمية التفاعلية ، والتي سنوضحها قريبا .

سادسًا ، نظرًا لأن المتغيرات الوهمية تأخذ قيم 1 و 0 ، لا يمكننا أخذ اللوغاريتمات الخاصة بهم . أي أننا لا نستطيع إدخال المتغيرات الوهمية في شكل لوغاريتمي .[1]

سابعاً ، إذا كان حجم العينة صغيرا نسبياً ، فلا ندرج الكثير من المتغيرات الوهمية . تذكر أن معامل كل متغير وهمي سوف يكلفك درجة واحدة من الحرية .

تفسير المتغيرات الوهمية Interpretation of dummy variables

بالرجوع إلى دالة الأجر الواردة في جدول [3.1] ، نفسر معامل المتغير الوهمي للإناث الذي يقدر بقيمة -3.0748 . تفسيره هو أن متوسط راتب العاملات في الساعة يقل بحوالي 3.07$ مقارنة بمتوسط راتب العاملين من الذكور ، وهي الفئة المرجعية هنا ، وبالطبع الإبقاء على جميع المتغيرات الأخرى ثابتة . وبالمثل ، متوسط الأجر في الساعة للعاملين النقابيين أعلى بنسبة حوالي 1.10$ مقارنة بالأجور المتوسطة للعمال غير النقابيين ، وهي الفئة المرجعية . وبالمثل ، متوسط الأجر في الساعة للعاملين غير البيض أقل بحوالي 1.57$ - عن العاملين البيض ، وهي الفئة المرجعية .

على ذكر ذلك ، لاحظ أن جميع المعاملات الوهمية ذات معنوية إحصائية عالية بشكل فردي ، لأن قيم p الخاصة بها هي 0 تقريبًا . وغالبا ما تسمى هذه المعاملات الوهمية بالقاطع التمييزي للمتغيرات الوهمية differential intercept dummies ، لأنها تظهر الاختلافات في قيم ثابت الانحدار في الفئة التي تأخذ قيمة 1 مقارنة بالفئة المرجعية .

ماذا تعني قيمة ثابت الانحدار العام common intercept value التي تبلغ حوالي -7.18 ؟ هو الأجر في الساعة المتوقع للعاملين البيض ، غير النقابيين ، الذكور . وهذا يعني أن قيمة ثابت الانحدار العام تشير إلى جميع تلك الفئات التي تأخذ قيمة 0 . وبطبيعة الحال ، هذا هو التفسير الميكانيكي للقاطع أو الحد الثابت .[2]

(1) غير أنه إذا اخترنا 10 و1 بدلا من 1 و0 كمتغير وهمي فمن ثم يمكننا أخذ اللوغاريتم لهم.
(2) بشكل أساسي يوضح أين يقع خط الانحدار من المحور Y . والذي يمثل المتغير التابع.

كما أشرنا في مناسبات عدة ، قيمة ثابت الانحدار السالبة لا تنطوي في كثير من الأحيان على تفسير اقتصادي صحيح .

تفسير المتغيرين المستقلين الكميين واضحا . على سبيل المثال ، يشير معامل التعليم 1.37 إلى أن مقابل كل عام إضافي من التعليم ، يرتفع متوسط الأجر بالساعة بحوالي 1.37$ ، مع الإبقاء على جميع العوامل الأخرى ثابتة . وبالمثل ، لكل سنة إضافية من الخبرة في العمل ، يرتفع متوسط الأجور في الساعة بنحو 0.17$ ، مع مراعاة العوامل الأخرى .

3.2 تنقيح دالة الأجر Refinement of the wage function

وجدنا أن متوسط راتب العاملة من الإناث أقل من نظيره من الذكور ، كما وجدنا أن متوسط راتب العامل غير الأبيض أقل من راتب نظيره الأبيض . هل من الممكن أن يكون متوسط راتب العاملات غير البيض من الإناث مختلفاً عن متوسط راتب العاملات بمفرده أو مختلفا عن العاملين غير البيض بمفرده؟ إذا اتضح أن هذا هو الحال ، فهل يدل على شيئًا حول التمييز المحتمل ضد العاملات غير البيض؟

جدول [3.2] دالة الأجر مع متغيرات وهمية تفاعلية

Dependent Variable: WAGE
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.088725	1.019482	-6.953264	0.0000
D2(Gender)	-3.240148	0.395328	-8.196106	0.0000
D3(Race)	-2.158525	0.748426	-2.884087	0.0040
D4(Union)	1.115044	0.506352	2.202113	0.0278
EDUC	1.370113	0.065900	20.79076	0.0000
EXPERI	0.165856	0.016061	10.32631	0.0000
D2*D3(GenderRace)	1.095371	1.012897	1.081424	0.2797

R-squared	0.323955	Mean dependent var	12.36585
Adjusted R-squared	0.320791	S.D. dependent var	7.896350
S.E. of regression	6.507707	Akaike info criterion	6.589267
Sum squared resid	54293.02	Schwarz criterion	6.617298
Log likelihood	-4239.783	Durbin-Watson stat	1.898911
F-statistic	102.3875	Prob(F-statistic)	0.000000

للإجابة على ذلك ، نقوم بإعادة تقدير دالة الأجر بإضافة متغير وهمي تفاعلي وهو حاصل ضرب الإناث وغير البيض . يسمى حاصل الضرب هذا وهمي تفاعلي ، لأنه يتفاعل مع المتغيرين الوصفيين . بإضافة المتغير الوهمي التفاعلي ، نحصل على النتائج في جدول [3.2] .

معاملات المتغير الوهمي التفاعلي (D2×D3) حوالي 1.10 ، لكنها ليست معنوية ، القيمة p لها هي حوالي 28% .

ولكن كيف نفسر هذا القيمة؟ مع افتراض أن المرأة لديها راتب أقل في المتوسط بحوالي 3.24$ ، كونها غير بيضاء لديها متوسط راتب أقل بحوالي 2.16$ ، وامرأة وغير بيضاء لها متوسط راتب أقل بحوالي 4.30$ والذي ينتج من $(=-3.24-2.16+1.10)$. بعبارة أخرى ، بالمقارنة مع الفئة المرجعية ، فإن الإناث غير البيض (أي التصنيفين معا) يحصلن على متوسط أقل من كونهن أنثى فقط أو أنهن غير بيض فقط . ونترك الأمر للقارئ لمعرفة ما إذا كان العامل النقابي أو العامل النقابي غير الأبيض يحصل على متوسط أجر يختلف عن الفئة المرجعية . يمكنك أيضا أن تحدث تفاعلا لمتغيرات وهمية من الإناث والانتماء لنقابة ، والإناث والخبرة ، وغير البيض والانتماء لنقابة ، وغير البيض والخبرة .

3.3 تنقيح آخر لدالة الأجر

لقد افترضنا ضمنا أن معاملات الميل الخاصة بالمتغيرات المستقلة الوصفية ، والتعليم ، والخبرة ، تبقى هي نفسها بين الذكور والإناث ، وبين أصحاب الأجور البيض وغير البيض . على سبيل المثال ، يعني هذا الافتراض أنه لكل سنة إضافية من التعليم أو كل سنة إضافية من الخبرة في العمل ، يحصل العاملون الذكور والإناث على نفس العدد المتزايد من الأجر في الساعة . بالطبع هذا افتراض . ولكن مع المتغيرات الوهمية ، يمكننا اختبار هذا الافتراض صراحة .

دعونا نعبر عن دالة الأجر على النحو التالي :

$$\begin{aligned} Wage_i = B_1 + B_2 D_{2i} + B_3 D_{3i} + B_4 D_{4i} + B_5 Educ_i \\ + B_6 Exper_i + B_7 (D_{2i} Educ_i) + B_8 (D_{3i} Educ_i) \\ + B_9 (D_{4i} Educ_i) + B_{10} (D_{2i} Exp_i) + B_{11} (D_{3i} Exp_i) \\ + B_{12} (D_{4i} Exp_i) + u_i \qquad (3.2) \end{aligned}$$

في المعادلة (3.2) كل من B_2 ، و B_3 ، و B_4 هي ثوابت تمييزية وهمية ،

جدول [3.3] دالة الأجر مع قاطع تمييزي ومعاملات ميل وهمية

Dependent Variable: W
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−11.09129	1.421846	−7.800623	0.0000
D2	3.174158	1.966465	1.614144	0.1067
D3	2.909129	2.780066	1.046424	0.2956
D4	4.454212	2.973494	1.497972	0.1344
ED	1.587125	0.093819	16.91682	0.0000
EX	0.220912	0.025107	8.798919	0.0000
D2*ED	−0.336888	0.131993	−2.552314	0.0108
D2*EX	−0.096125	0.031813	−3.021530	0.0026
D3*ED	−0.321855	0.195348	−1.647595	0.0997
D3*EX	−0.022041	0.044376	−0.496700	0.6195
D4*ED	−0.198323	0.191373	−1.036318	0.3003
D4*EX	−0.033454	0.046054	−0.726410	0.4677

R-squared	0.332811	Mean dependent var	12.36585
Adjusted R-squared	0.327064	S.D. dependent var	7.896350
S.E. of regression	6.477589	Akaike info criterion	6.583840
Sum squared resid	53581.84	Schwarz criterion	6.631892
Log likelihood	−4231.285	Durbin–Watson stat	1.893519
F-statistic	57.90909	Prob(F-statistic)	0.000000

Note: The symbol * denotes multiplication.

ملاحظة : يشير الرمز * إلى الضرب .

كما كان من قبل ، و B_7 حتى B_{12} هي معاملات ميل تمييزية وهمية . إذا كان على سبيل المثال ، b_7 ، المعامل المقدر لـ B_7 معنويا ، فإنه يشير إلى أن معدل تطور متوسط المرتبات لكل سنة إضافية من التعليم يختلف للإناث مقارنة بالمجموعة المرجعية ، وهي الذكور البيض ، التي يكون معامل انحدارها B_5 . أما معاملات الميل التمييزية الأخرى فيتم تفسيرها بالمثل .

تعرض نتائج الانحدار (3.2) في جدول [3.3] . مقارنة بالنتائج في الجدولين [3.1] و [3.2] ، تظهر النتائج في جدول[3.3] معاملات الانحدار التمييزي للإناث فيما يتعلق بالتعليم والخبرة سالبة وذات معنوية إحصائية عالية ، مما يشير إلى أن معدل تقدم متوسط الأجر في الساعة بالنسبة للعاملات يكون أقل من العمال الذكور فيما يتعلق بالتعليم والخبرة . وبالنسبة للعمال غير البيض ، فإن معدل تطور الأجور فيما يتعلق بالتعليم يكون سالبا وأقل من معدل العمال البيض وهو معنويا عند مستوى 10% . معاملات الميل التمييزية الأخرى ليست معنوية .

أغراض المناقشة ، سنقوم بإسقاط معاملات الميل التمييزية $D_3 * EX$ و $D_4 * ED$ و $D_4 * EX$ وترد النتائج في جدول [3.4] .

من هذه النتائج يمكننا أن نستمد دوال الأجور للذكور والإناث وغير البيض ، والعمال غير النقابيين ، وهم كالتالي :

دالة الأجر للعمال الذكور البيض الذين لا ينتمون لنقابة :

$$\widehat{Wage}_i = -10.6450 + 1.5658\ Educ_i + 0.2126\ Exper_i \quad (3.3)$$

دالة الأجر للعمال الإناث البيض الذين لا ينتمون لنقابة :

$$\widehat{Wage}_i = (-10.6450 + 3.2574) + (1.5658 - 0.3469)\ Educ_i + (0.2126 - 0.0949)\ Exper_i \quad (3.4)$$
$$= -7.3876 + 1.2189\ Educ_i + 0.1177\ Exper_i$$

دالة الأجر للعمال الذكور غير البيض الذين لا ينتمون لنقابة :

$$\widehat{Wage}_i = (-10.6450 - 2.6269) + (1.5658 - 0.3293)\ Educ_i + 0.2126\ Exper_i \quad (3.5)$$
$$= -8.0181 + 1.2365\ Educ_i + 0.2126\ Exper_i$$

دالة الأجر للعمال الذكور البيض الذين ينتمون لنقابة :

$$\widehat{Wage}_i = (-10.6450 + 1.0785) + 1.5658\ Educ_i + 0.2126\ Exper_i \quad (3.6)$$
$$= 9.5665 + 1.5658\ Educ_i + 0.2126\ Exper_i$$

جدول [3.4] دالة الأجور مع الثابت التمييزي والميل الوهمي

Dependent Variable: W
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-10.64520	1.371801	-7.760020	0.0000
FE	3.257472	1.959253	1.662609	0.0966
NW	2.626952	2.417874	1.086472	0.2775
UN	1.078513	0.505398	2.133988	0.0330
ED	1.565800	0.091813	17.05422	0.0000
EX	0.212623	0.022769	9.338102	0.0000
FE*ED	-0.346947	0.131487	-2.638639	0.0084
FE*EX	-0.094908	0.031558	-3.007409	0.0027
NW*ED	-0.329365	0.186628	-1.764817	0.0778

R-squared	0.331998	Mean dependent var	12.36585
Adjusted R-squared	0.327823	S.D. dependent var	7.896350
S.E. of regression	6.473933	Akaike info criterion	6.580402
Sum squared resid	53647.11	Schwarz criterion	6.616442
Log likelihood	-4232.069	Durbin-Watson stat	1.889308
F-statistic	79.52030	Prob(F-statistic)	0.000000

بالطبع ، هناك احتمالات أخرى للتعبير عن دالة الأجر .

على سبيل المثال ، قد ترغب في تفاعل الإناث مع النقابة والتعليم (الإناث * النقابة * التعليم) ، والتي سوف تظهر ما إذا كانت الإناث المتعلمات وينتمين إلى نقابات لديهن أجورا مختلفة فيما يتعلق بحالة التعليم أو الوضع النقابي . كن حذرا من إدخال الكثير من المتغيرات الوهمية ، لأنها يمكن أن تستهلك بسرعة درجات الحرية . في المثال الحالي ، هذه ليست مشكلة خطيرة ، لأن لدينا 1,289 مشاهدة .

3.4 الشكل الدالي لانحدار الأجر

Functional form of the wage regression

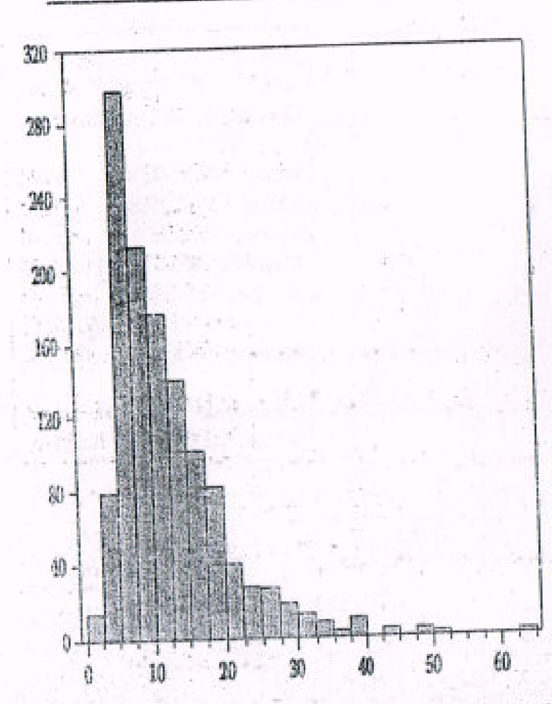
من الشائع في اقتصاديات العمل أن نستخدم لوغاريتم الأجر بدلاً من الأجر كمتغير تابع ، لأن توزيع الأجر يميل إلى الإلتواء بشكل حاد ، كما هوموضح في شكل 3.1 .

يبين هذا المدرج التكراري لمعدلات الأجر أنه ملتو لليمين وأنه بعيدا عن التوزيع الطبيعي ، إذا كان المتغير يتبع التوزيع الطبيعي ، فإن معامل الالتواء **skewness** (مقياس التماثل) يساوي 0 ومعامل التفرطح **kurtosis** (مقياس لطول أو استواء التوزيع الطبيعي) هو 3 . كما توضح الإحصائيات المرافقة لهذا الشكل ، في الحالة الحالية الالتواء يبلغ حوالي 1.85 والتفرطح حوالي 7.84 ، كلا القيمين مختلفتين تماما عن قيم التوزيع الطبيعي . ستتم مناقشة إحصاء **Jarque–Bera (JB)** ، القائمة على مقاييس الالتواء والتفرطح ، في فصل 7 . ويكفي أن نلاحظ هنا أنه بالنسبة لمتغير يتبع التوزيع الطبيعي ، من المتوقع أن تكون قيمة إحصاء JB صفر ، من الواضح أن هذا ليس الحال هنا ، لأن قيمة JB المقدرة هي حوالي 1990 ، وهي أبعد ما تكون عن الصفر ، واحتمال الحصول على هذه القيمة عمليًا هو صفر .[1]

من ناحية أخرى ، يوضح توزيع لوغاريتم الأجر أنه متماثل ويوزع توزيعا طبيعي كما يمكن ملاحظته من شكل 3.2 .

وهذا هو السبب في أنه من الأفضل استخدام لوغاريتم معدلات الأجر على أنه المتغير التابع . أيضا ، في التحويل اللوغاريتمي ، عادة ما تكون مشكلة عدم ثبات التباين أقل شدة .

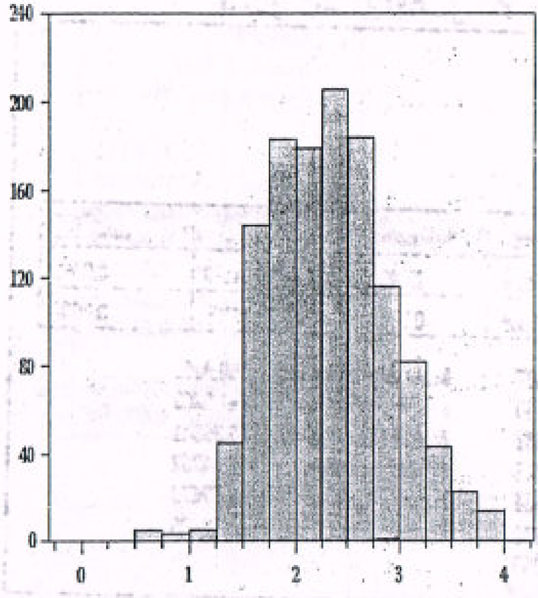
(1) في ظل فرض أن المتغير يتبع التوزيع طبيعي، أظهرت إحصاء **Jarque – Bera** أنه في عينات كبيرة تتبع إحصاء JB توزيع مربع كاي مع 2 من درجات الحرية.



Series: W	
Sample 1 1289	
Observations 1289	
Mean	12.36585
Median	10.08000
Maximum	64.08000
Minimum	0.840000
Std. Dev.	7.896350
Skewness	1.848114
Kurtosis	7.836565
Jarque–Bera	1990.134
Probability	0.000000

شكل 3.1: توزيع معدلات الأجر

باستخدام لوغاريتم معدل الأجر كمتغير تابع (LW) ، تقدير المعادلة (3.1) موضح في جدول [3.5] هذا يدل على أن جميع المعاملات المقدرة بشكل فردي (على أساس اختبار t) وكذلك بشكل جماعي (على أساس اختبار F) ذات معنوية كبيرة ، لأن قيم p الخاصة بها منخفضة للغاية . لكن كيف نفسر هذه المعاملات؟



شكل 3.2: توزيع لوغاريتم الأجر

نسترجع من مناقشتنا لأشكال دوال نماذج الانحدار في فصل 2 أننا في جدول [3.5] نقوم بتقدير نموذج نصف لوغاريتمي حيث يكون متغير معدل الأجر في شكل لوغاريتمي في حين أن المتغيرات المستقلة تكون في شكل خطي . وكما نعلم ، فيما يتعلق بالمتغيرات الكمية التعليم والخبرة في العمل ، فإن معاملاتها تمثل شبه مرونات – أي التغيير النسبي (أو النسبة المئوية للتغير) في معدل الأجور عنما يتغير المتغير المستقل بمقدار وحدة واحدة . وهكذا ، يشير معامل التعليم 0.0999 إلى أنه بالنسبة لكل سنة إضافية من التعليم ، يرتفع متوسط معدل الأجر بنحو 9.99% ، مع افتراض ثبات باقي المتغيرات . وبالمثل ، مقابل كل سنة إضافية من الخبرة في العمل ، يرتفع متوسط معدل الأجر بنحو 1.3% ، مع افتراض ثبات باقي المتغيرات .

جدول [3.5] نموذج الأجر شبه اللوغاريتمي

Dependent Variable: LW
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.905504	0.074175	12.20768	0.0000
D2	−0.249154	0.026625	−9.357891	0.0000
D3	−0.133535	0.037182	−3.591399	0.0003
D4	0.180204	0.036955	4.876316	0.0000
EDUC	0.099870	0.004812	20.75244	0.0000
EXPER	0.012760	0.001172	10.88907	0.0000

R-squared	0.345650	Mean dependent var	2.342416
Adjusted R-squared	0.343100	S.D. dependent var	0.586356
S.E. of regression	0.475237	Akaike info criterion	1.354639
Sum squared resid	289.7663	Schwarz criterion	1.378666
Log likelihood	−867.0651	Durbin-Watson stat	1.942506
F-statistic	135.5452	Prob(F-statistic)	0.000000

ماذا عن المعاملات الوهمية؟ يمكن تفسير المعامل الوهمي للاناث 0.2492– على أنه يشير إلى أن متوسط معدل الأجر للإناث أقل بنسبة 24.92% مقارنة بمتوسط معدل الأجر للذكور . ولكن إذا أردنا الحصول على نسبة مئوية صحيحة ، يجب أن نأخذ اللوغاريتم العكسي antilog (للأساس e) لمعامل المتغير الوهمي ، ونطرح 1 منه ونضرب الفرق في 100 .[1] بعد هذا الإجراء ، نجد أن : [$e^{-0.2492} = 0.7794$] . بطرح 1 من هذا ، نحصل على 0.2206 – . بضرب هذا الرقم في 100 ، نجده 22.06%– . بمعنى أنه مع بقاء كل المتغيرات الأخرى ثابتة ، يكون معدل الأجر للإناث أقل من متوسط معدل الأجر للذكور بحوالي 22.06% ، وهو رقم مختلف عن 24.92% .

لذلك ، يمكن تفسير المعاملات الوهمية الواردة في جدول [3.5] كنسبة مئوية فقط بالتقريب . للحصول على للنسبة المئوية الصحيحة للتغير ، يجب علينا اتباع الإجراء الموضح فقط .

(1) لمناقشة فنية انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapter 9, p. 298.

تبين نتائج الانحدار الخطي والانحدار اللوغاريتمي الخطي الواردة في الجدولين [3.1] و[3.5] أنه في كلتا الحالتين تكون معاملات المتغيرات المستقلة معنوية بشكل كبير ، على الرغم من اختلاف تفسيراتها . ولكن هناك نقطة مهمة يجب تذكرها وهي أن قيمة R^2 الواردة في جدول [3.1] وهي (0.3233) والقيمة الواردة في جدول [3.5] وهي (0.3457) لا يمكن مقارنتهما مباشرة للأسباب التي سبق مناقشتها في الفصل الخاص بالأشكال الدالية لنماذج الانحدار . وطبقًا للنموذج الخطي ، يقيس R^2 نسبة الاختلاف في المتغير التابع ، الذي تفسره جميع المتغيرات المستقلة ، بينما يقيس في النموذج اللوغاريتمي نسبة الاختلاف في لوغاريتم المتغير التابع . والاثنان ليسا نفس الشيء . تذكر أن التغيير في لوغاريتم المتغير هو تغيير نسبي .

يترك للقارئ تكرار نتائج الجداول [3.2] ، [3.3] ، و[3.4] ، باستخدام لوغاريتم معدل الأجر على أنه متغير تابع .

3.5 استخدام المتغيرات الوهمية في التغير الهيكلي

Use of dummy variables in structural change

افترض أننا نريد دراسة العلاقة بين إجمالي الاستثمارات الخاصة (GPI) وإجمالي المدخرات الخاصة (GPS) في الولايات المتحدة الأمريكية خلال الفترة 1959-2007 ، وهي فترة تمتد 49 عامًا . لهذا الغرض سنفكر في دالة الاستثمار التالية

$$GPI_t = B_1 + B_2 GPS_t + u_t \ , \quad B_2 > 0 \qquad (3.7)$$

حيث B_2 هي الميل الحدي للاستثمار- (MPI) أي ، الاستثمار الإضافي الناتج من الدولارات الاضافية من المدخرات . انظر جدول [3.6] على الموقع الالكتروني المرفق .

في 1982-1981 عانت الولايات المتحدة أسوأ ركود في زمن السلم ، حتى الكساد الشديد في 2008 - 2007 . من المحتمل تمامًا أن تكون علاقة الاستثمار- الادخار التي تعبر عنها معادلة (3.7) قد تغيرت هيكليا منذ ذلك الحين .

لمعرفة ما إذا كان الاقتصاد الأمريكي قد خضع لتغيير هيكلي ، يمكننا استخدام متغيرات وهمية لإلقاء الضوء على هذا . قبل القيام بذلك ، دعونا نقدم نتائج الانحدار (3.7) دون الأخذ بعين الاعتبار أي فواصل هيكلية structural breaks . تظهر النتائج في جدول [3.7] .

جدول [3.7] انحدار GPI على GPS ، 1959-2007

Dependent Variable: GPI
Method: Least Squares
Date: 07/06/10 Time: 15:27
Sample: 1959 2007
Included observations: 49

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-78.72105	27.48474	-2.864173	0.0062
GPS	1.107395	0.029080	38.08109	0.0000

R-squared	0.968607	Mean dependent var	760.9061
Adjusted R-squared	0.967940	S.D. dependent var	641.5260
S.E. of regression	114.8681	Akaike info criterion	12.36541
Sum squared resid	620149.8	Schwarz criterion	12.44262
Log likelihood	-300.9524	Hannan-Quinn criter.	12.39470
F-statistic	1450.170	Durbin-Watson stat	0.372896
Prob(F-statistic)	0.000000		

توضح هذه النتائج أن MPI حوالي 1.10 ، وهذا يعني أنه إذا زاد GPS بمقدار دولار ، فإن متوسط GPI يرتفع بحوالي $1.10 . إن MPI ذو معنوية كبيرة ، على الرغم من أنه لا داعي للقلق بشأن مشكلة الارتباط الذاتي ، والتي سنتناولها في فصل آخر .

وللتأكد من وجود خلل هيكلي ، يمكننا التعبير عن دالة الاستثمار على النحو التالي :

$$GPI_t = B_1 + B_2 GPS_t + B_3 Recession81_t + u_t \qquad (3.8)$$

حيث *Recession81* هو متغير وهمي يأخذ قيمة 1 للمشاهدات في بداية عام 1981 و 0 قبل ذلك العام . كما ستلاحظون ، B_3 هو ثابت تمييزي ، يخبرنا عن مدى تغير مستوى متوسط الاستثمار منذ عام 1981 . يوضح جدول [3.8] نتائج الانحدار .

معامل الكساد الوهمي ليس معنويًا ، مما يشير إلى أنه لم يكن هناك تغيير ملحوظ من الناحية الإحصائية في مستوى الاستثمار قبل الركود في عام 1981 وبعده . وبعبارة أخرى ، تشير النتائج إلى أنه لا يوجد خلل أو فاصل هيكلي في الاقتصاد الأمريكي . علينا

أن نقبل هذا الاستنتاج بحذر ، لأنه من المحتمل أن لا يكون ثابت الانحدار هو الذي تغير فقط ، بل ميل انحدار الاستثمار– المدخرات أيضا . للسماح لهذا الاحتمال ، يمكننا تقديم كل من ثابت الانحدار التمييزي والميل التمييزي الوهمي . لذلك نقدر النموذج التالي

$$GPI_t = B_1 + B_2\, GPS_t + B_3\, Recession81_t + B_4\, GPS^{*} Recession81_t + u_t \qquad (3.9)$$

في هذه المعادلة B_3 تمثل ثابت الانحدار التمييزي و B_4 معامل الميل التمييزي ؛ انظر كيف قمنا بتفاعل المتغير الوهمي مع متغير GPS .

ترد نتائج هذا الانحدار في جدول [3.9] . تختلف النتائج في هذا الجدول تمامًا عن النتائج الواردة في جدول [3.8] : حيث إن كلا من ثابت الانحدار التمييزي ومعاملات الميل معنوية . وهذا يعني أن علاقة الاستثمار– المدخرات قد تغيرت هيكلياً منذ الركود عام 1981 .

جدول [3.8] انحدار GPI على GPS مع المتغير الوهمي الكساد لعام 1981

Dependent Variable: GPI
Method: Least Squares
Sample: 1959 2007
Included observations: 49

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-77.89198	27.72938	-2.809006	0.0073
GPS	1.099832	0.032306	34.04453	0.0000
RECESSION81	6.496153	11.69500	0.555464	0.5813

R-squared	0.968817	Mean dependent var	760.9061
Adjusted R-squared	0.967461	S.D. dependent var	641.5260
S.E. of regression	115.7225	Akaike info criterion	12.39954
Sum squared resid	616017.9	Schwarz criterion	12.51536
Log likelihood	-300.7887	Hannan-Quinn criter.	12.44348
F-statistic	714.5717	Durbin-Watson stat	0.385512
Prob(F-statistic)	0.000000		

من جدول [3.9] يمكننا اشتقاق انحدار الاستثمار– المدخرات للفترة السابقة وما بعد 1981 كما يلي :

علاقة الاستثمار–المدخرات قبل عام 1981

$$\widehat{GPI}_t = -32.4901 + 1.0692\, GPS_t$$

علاقة الاستثمار– المدخرات بعد 1981

$$\widehat{GPI}_t = (-32.4901 - 327.8491) + (1.0692 + 0.2441)\, GPS_t$$
$$= -360.3392 + 1.3133\, GPS_t$$

جدول [3.9] انحدار GPI على GPS مع متغير وهمي تفاعلي

Dependent Variable: GPI
Method: Least Squares
Sample: 1959 2007
Included observations: 49

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-32.49016	23.24972	-1.397443	0.1691
GPS	1.069202	0.025916	41.25623	0.0000
DUMMY81	-327.8491	61.75397	-5.308955	0.0000
GPS*DUMMY81	0.244142	0.044594	5.474721	0.0000

R-squared	0.981283	Mean dependent var	760.9061
Adjusted R-squared	0.980035	S.D. dependent var	641.5260
S.E. of regression	90.64534	Akaike info criterion	11.92989
Sum squared resid	369746.0	Schwarz criterion	12.08433
Log likelihood	-288.2824	Hannan-Quinn criter.	11.98849
F-statistic	786.4151	Durbin-Watson stat	0.828988
Prob(F-statistic)	0.000000		

هذا المثال تذكيرًا بأنه يجب علينا توخي الحذر عند استخدام المتغيرات الوهمية . كما يجب أيضًا إضافة أنه قد يكون هناك أكثر من خلل هيكلي في الاقتصاد . على سبيل المثال ، تعرضت الولايات المتحدة لكساد آخر بعد الحظر النفطي لعام 1973 الذي فرضته منظمة أوبك النفطية . لذا يمكن أن نحصل على متغير وهمي آخر يعكس هذا الحدث . الاحتياطات الوحيدة التي يجب عليك الانتباه لها هي أنه إذا لم يكن لديك عينات كبيرة بما يكفي ، فإن إدخال الكثير من المتغيرات الوهمية سوف يكلفك عدة درجات من الحرية . ومع تضاؤل درجات الحرية ، يصبح الاستدلال الإحصائي أقل موثوقية . يذكرنا هذا المثال أيضًا أنه عند تقدير نموذج الانحدار ، يجب أن نكون حذرين

من تقديره ميكانيكيًا دون إيلاء الاهتمام الواجب لاحتمال حدوث خلل هيكلي ، خاصةً إذا كنا نتعامل مع بيانات السلاسل الزمنية .

3.6 استخدام المتغيرات الوهمية في البيانات الموسمية

Use of dummy variables in seasonal data

الميزة المثيرة للاهتمام في العديد من السلاسل الزمنية الاقتصادية التي تستند إلى بيانات أسبوعية وشهرية وربع سنوية هي أنها تظهر أنماطًا موسمية (حركات تذبذبية) . بعض الأمثلة التي نواجهها بشكل متكرر هي المبيعات في وقت الكريسماس ، والطلب على النقود من قبل الأسر في أوقات العطلة ، والطلب على المشروبات الباردة في الصيف ، والطلب على السفر الجوي في الأعياد الكبرى مثل عيد الشكر وعيد الميلاد ، والطلب على الشوكولاته في عيد الحب .

إزالة المكونات الموسمية من سلسلة زمنية تسمى deseasonlization أو التعديل الموسمي ، وتسمى السلسلة الزمنية الناتجة سلسلة زمنية غير موسمية أو معدلة موسميا .[1]

يتم عادة نشر السلاسل الزمنية المهمة ، مثل الرقم القياسي لأسعار المستهلك (CPI) ، والرقم القياسي لأسعار المنتجين (PPI) معدل البطالة ، وتقارير بدء الإسكان ، والرقم القياسي للإنتاج الصناعي وذلك على أساس التعديل الموسمي .

هناك العديد من الطرق لإلغاء التأثير الموسمي من سلسلة زمنية ، ولكن طريقة واحدة بسيطة وغير معقدة هي طريقة المتغيرات الوهمية .[2]

نوضح هذه الطريقة مع مثال واقعي . انظر جدول **[3.10]** على الموقع الالكتروني المرفق .[3]

---

(1) يمكن الإشارة إلى أن السلسلة الزمنية قد تحتوي على أربعة مكونات : مكون موسمي ومكون دوري ومكون اتجاه ومكون عشوائي .

(2) لمناقشة الطرق المختلفة أنظر :
Francis X. Diebold, Elements of Forecasting, 4th edn, South Western Publishing, 2007.

(3) البيانات المستخدمة هنا مأخوذة من :
Christiaan Heij, Paul de Boer, Philip Hans Franses, Teun Kloek, Herman K. van Dijk, Econometric Methods with Applications in Business and Economics, Oxford University Press, 2004, but the original source is: G.M. Allenby, L. Jen, and R.P. Leone, Economic Trends and Being Trendy: The influence of Consumer Confidence on Retail Fashion Sales, Journal of Business and Economic Statistics, 1996, pp. 103–111.

حيث إن مبيعات الملابس حساسة للموسم ، فمن ثم نتوقع قدرا كبيرا من التغير الموسمي في حجم المبيعات . النموذج الذي ندرسه كما يلي :

$$Sales_t = A_1 + A_2 D_{2t} + A_3 D_{3t} + A_4 D_{4t} + u_t \qquad (3.10)$$

حيث $D_2 = 1$ للربع الثاني ، $D_3 = 1$ للربع الثالث ، $D_4 = 1$ للربع الرابع ،

Sales = مبيعات حقيقية لكل ألف قدم مربع من مساحات البيع بالتجزئة . في وقت لاحق سوف نقوم بتوسيع هذا النموذج ليشمل بعض المتغيرات المستقلة الكمية .

لاحظ أننا نعالج الربع الأول من السنة كربع مرجعي . لذلك A_2 ، A_3 ، و A_4 هي معاملات القواطع التمييزية ، والتي تبين كيف أن متوسط المبيعات في الربع الثاني والثالث والرابع يختلف عن متوسط المبيعات في الربع الأول . و A_1 هو متوسط قيمة المبيعات في الربع الأول . لاحظ أيضًا أننا نفترض أن كل ربع مرتبط بموسم مختلف .

يوضح جدول [3.10] بيانات تقدير معادلة (3.10) مع بيانات عن بعض المتغيرات الأخرى ، والتي يمكن العثور عليها على الموقع الالكتروني المرفق .

وترد نتائج الانحدار (3.10) في جدول [3.11] . تظهر هذه النتائج أن كل ثابت انحدار وهمي تمييزي يكون ذو معنوية إحصائية عالية بشكل فردي ، كما هو موضح في قيمة p الخاصة بها . إن تفسير D_2 مثلاً هو أن متوسط قيمة المبيعات في الربع الثاني أكبر من متوسط المبيعات في الربع الأول ، أو الربع المرجعي ، بنسبة 14.69229 وحدة ؛ القيمة الفعلية للمبيعات في الربع الثاني هي 87.87572 (73.18343 + 14.69229) . سيتم تفسير ثوابت الانحدار الوهمي التمييزية الأخرى بشكل مشابه .

كما يمكنك أن ترى من جدول [3.11] ، مبيعات الأزياء هي الأعلى في الربع الرابع ، والذي يشمل عيد الميلاد وعطلات أخرى ، وهي ليست نتيجة مدهشة .

جدول [3.11] نتائج انحدار (3.10)

Dependent Variable: SALES
Method: Least Squares
Sample: 1986Q1 1992Q4
Included observations: 28

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	73.18343	3.977483	18.39943	0.0000
D2	14.69229	5.625010	2.611957	0.0153
D3	27.96471	5.625010	4.971496	0.0000
D4	57.11471	5.625010	10.15371	0.0000

R-squared	0.823488	Mean dependent var	98.12636
Adjusted R-squared	0.801424	S.D. dependent var	23.61535
S.E. of regression	10.52343	Akaike info criterion	7.676649
Sum squared resid	2657.822	Schwarz criterion	7.866964
Log likelihood	−103.4731	Durbin-Watson stat	1.024353
F-statistic	37.32278	Prob(F-statistic)	0.000000

ولأن حجم المبيعات يختلف من ربع إلى ربع آخر ، كيف نحصل على قيم سلسلة مبيعات الأزياء التي تأخذ في الاعتبار التغير الموسمي الملحوظ؟ وبعبارة أخرى ، كيف نقوم بإلغاء الأثر الموسمي لهذه السلسلة الزمنية؟ نواصل العمل على النحو التالي :

1 . من النموذج المقدر (3.10) نحصل على حجم المبيعات المقدرة .

2 . نطرح القيمة المقدرة للمبيعات من حجم المبيعات الفعلي ونحصل على البواقي .

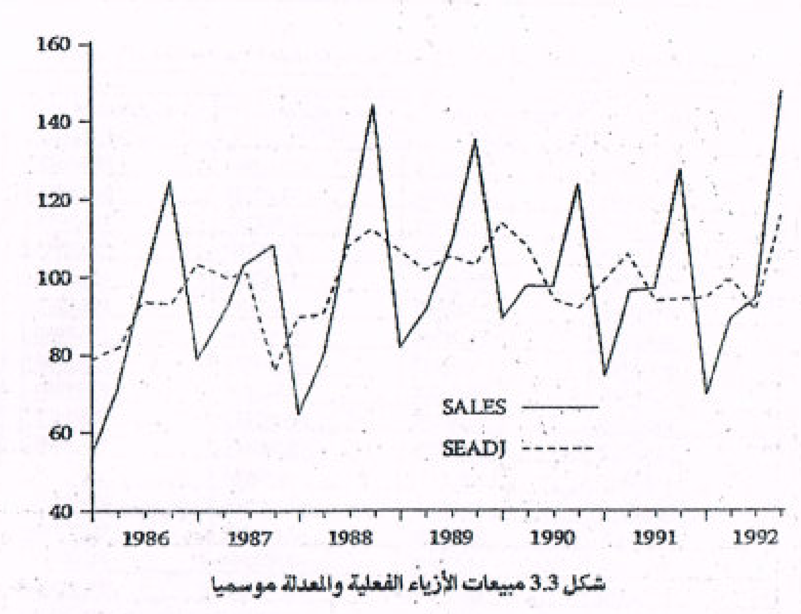
3 . نضيف إلى البواقي المقدرة ، متوسط (عينة) قيمة المبيعات ، وهو 98.1236 في الحالة الحالية . القيم الناتجة هي قيم المبيعات بدون الأثر الموسمي . نعرض الحسابات في جدول [3.12] .

جدول [3.12] المبيعات، المبيعات المتنبأ بها، والبواقي، والمبيعات المعدلة موسميا.

obs	SAIES	SALESF	RESID	SEADJ
1986Q1	53.71400	73.18343	−19.46943	78.65417
1986Q2	71.50100	87.87572	−16.37471	81.74889
1986Q3	96.37400	101.1481	−4.774143	93.34946
1986Q4	125.0410	130.2981	−5.257143	92.86646
1987Q1	78.61000	73.18343	5.426571	103.5502
1987Q2	89.60900	87.87572	1.733286	99.85689
1987Q3	104.0220	101.1481	2.873857	100.9975
1987Q4	108.5580	130.2981	−21.74014	76.38345
1988Q1	64.74100	73.18343	−8.442429	89.68118
1988Q2	80.05800	87.87572	−7.817714	90.30589
1988Q3	110.6710	101.1481	9.522857	107.6465
1988Q4	144.5870	130.2981	14.28886	112.4125
1989Q1	81.58900	73.18343	8.405571	106.5292
1989Q2	91.35400	87.87572	3.478286	101.6019
1989Q3	108.1330	101.1481	6.984857	105.1085
1989Q4	135.1750	130.2981	4.876857	103.0005
1990Q1	89.13400	73.18343	15.95057	114.0742
1990Q2	97.76500	87.87572	9.889286	108.0129
1990Q3	97.37400	101.1481	−3.774143	94.34946
1990Q4	124.0240	130.2981	−6.274143	91.84946
1991Q1	74.58900	73.18343	1.405571	99.52917
1991Q2	95.69200	87.87572	7.816286	105.9399
1991Q3	96.94200	101.1481	−4.206143	93.91746
1991Q4	126.8170	130.2981	−3.481143	94.64246
1992Q1	69.90700	73.18343	−3.276428	94.84717
1992Q2	89.15100	87.87572	1.275286	99.39889
1992Q3	94.52100	101.1481	−6.627143	91.49646
1992Q4	147.8850	130.2981	17.58686	115.7105

ملاحظة : البواقي = المبيعات الفعلية – المبيعات المتوقعة ، و seadj = المبيعات المعدلة موسميا ، والتي يتم الحصول عليها عن طريق إضافة متوسط قيمة المبيعات إلى البواقي خلال فترة العينة ، وهي تساوي 98.1236 .

يوضح الشكل 3.3 مبيعات الأزياء الفعلية والمعدلة . كما ترون من هذا الشكل ، سلسلة المبيعات المعدلة موسمياً أكثر تمهيدا بكثير من السلسلة الأصلية .



شكل 3.3 مبيعات الأزياء الفعلية والمعدلة موسميا

وحيث إنه تم إزالة العامل الموسمي من سلسلة المبيعات المعدلة ، قد يعكس الصعود والهبوط في السلسلة المعدلة المكونات الدورية والاتجاه والعشوائية التي قد توجد في السلسلة (انظر التمرين 3.12).

من وجهة نظر تجار التجزئة ، تعتبر معرفة العوامل الموسمية مهمة لأنها تمكنهم من تخطيط مخزونهم وفقًا للموسم . كما يساعد ذلك الشركات المصنعة على تخطيط جدول إنتاجها .

3.7 دالة المبيعات الموسعة Expanded sales function

بالإضافة إلى حجم المبيعات ، لدينا بيانات عن الدخل الشخصي الحقيقي المتاح real personal disposable income (RPDI) ومؤشر ثقة المستهلك consumer confidence index (CONF) . بإضافة هذه المتغيرات إلى الانحدار (3.10) ، نحصل على جدول [3.13] .

جدول [3.13] النموذج الموسع لمبيعات الأزياء

Dependent Variable: SALES
Method: Least Squares
Sample: 1986Q1 1992Q4
Included observations: 28

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−152.9293	52.59149	−2.907871	0.0082
RPDI	1.598903	0.370155	4.319548	0.0003
CONF	0.293910	0.084376	3.483346	0.0021
D2	15.04522	4.315377	3.486421	0.0021
D3	26.00247	4.325243	6.011795	0.0000
D4	60.87226	4.427437	13.74887	0.0000

R-squared	0.905375	Mean dependent var	98.12636
Adjusted R-squared	0.883869	S.D. dependent var	23.61535
S.E. of regression	8.047636	Akaike info criterion	7.196043
Sum squared resid	1424.818	Schwarz criterion	7.481516
Log likelihood	−94.74461	Durbin–Watson stat	1.315456
F-statistic	42.09923	Prob(F-statistic)	0.000000

النقطة الأولى التي نلاحظها هي أن جميع المعاملات الوهمية التمييزية ذات معنوية عالية (تكون قيم p منخفضة جدًا في كل حالة) ، مما يشير إلى وجود عامل موسمي مرتبط بكل ربع . كما أن المتغيرين المستقلين الكميين لهما معنوية مرتفعة ولهما اشارات متوقعة مسبقا ؛ وكلاهما يكون له تأثير موجب على حجم المبيعات .

باتباع الإجراءات الموضوعة لإلغاء التأثير الموسمي من سلسلة زمنية ، من أجل الحصول على دالة المبيعات الموسعة نحصل على المبيعات المعدّلة موسمياً كما هو موضح في جدول [3.14] . يبين الشكل 3.4 النتائج بيانياً .

كما تتوقع ، فإن أرقام المبيعات المعدلة موسمياً أكثر تمهيداً من أرقام المبيعات الأصلية .

ملاحظة فنية : لقد وجدنا الموسمية في السلسلة الزمنية لمبيعات الأزياء . هل يمكن أن يكون هناك موسمية في سلسلة PPDI و CONF؟ إذا كان الأمر كذلك ، كيف يمكننا إلغاء الأثر الموسمي من السلسلتين؟ من المثير للاهتمام ، أن المتغيرات الوهمية

المستخدمة في إلغاء الأثر الموسمي من سلسلة المبيعات تلغي أيضا الأثر الموسمي من السلسلتين الزمنيتين الأخرتين . ويرجع ذلك إلى نظرية إحصائية معروفة جيدًا ، وهي نظرية **Frisch–Waugh** [(1)] (انظر التمرين 3.9) . لذلك من خلال إدراج المتغيرات الوهمية الموسمية في النموذج ، نقوم بإلغاء المكون الموسمي لكل السلاسل الزمنية المستخدمة في النموذج . إذا جاز التعبير ، فإننا نقتل (نلغي الموسمية) ثلاثة عصافير (ثلاث سلسلة زمنية) بحجر واحد (مجموعة من المتغيرات الوهمية) .

تفترض النتائج الواردة في جدول[3.13] أن ثوابت الانحدار ،التي تعكس العوامل الموسمية ، تختلف من ربع لآخر ، ولكن تظل معاملات انحدار RPDI و CONF ثابتة طوال الوقت . لكن يمكننا اختبار هذا الافتراض ، عن طريق إدخال معاملات ميل وهمية تمييزية كما يلي :

$$\begin{aligned} Sales_t = {} & A_1 + A_2 D_{2t} + A_3 D_{3t} + A_4 D_{4t} + B_1 RDPI_t \\ & + B_2 CONF_t + B_3 (D_2 * RDPI_t) + B_4 (D_3 * RDPI_t) \\ & + B_5 (D_4 * RDPI_t) + B_6 (D_2 * CONF_t) + B_7 (D_3 * CONF_t) \\ & + B_8 (D_4 * CONF_t) + u_t \qquad (3.11) \end{aligned}$$

في هذه المعادلة ، تسمح معاملات الميل التمييزية B_3 إلى B_8 بمعرفة ما إذا كانت معاملات انحدار المتغيرين المستقلين الكميين تختلف من ربع إلى ربع . تعرض النتائج في جدول [3.15] .

نظراً إلى أنه ليست أياً من معاملات الميل التمييزية ذات معنوية إحصائية ، تبين هذه النتائج أن معاملات RPDI و CONF لا تختلف خلال الفصول .

(1) تظهر النظرية بشكل عام أنه إذا كانت المتغيرات تخضع لتعديل مسبق بواسطة المربعات الصغرى العادية وتم استخدام البواقي لاحقًا في معادلة الانحدار ، تكون التقديرات الناتجة مماثلة لتلك الناتجة عن الانحدار الذي يستخدم بيانات غير معدلة ولكن يستخدم متغيرات التعديل بشكل صريح .
Adrian C. Darnell, *A Dictionary of Econometrics*, Edward Elgar, UK, 1997, p. 150.

جدول [3.14] المبيعات الفعلية، المبيعات المتنبأ بها، والبواقي، والمبيعات المعدلة موسميا.

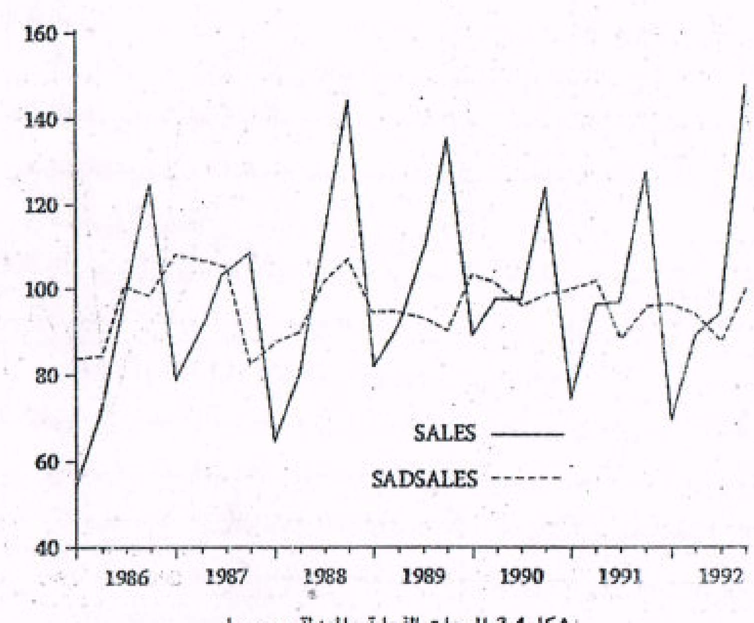
SALES	FORECAST SALES	RESIDUALS	SADSALES
53.71400	65.90094	–12.18694	85.93666
71.50100	83.40868	–11.90768	86.21592
96.37400	91.90977	4.464227	102.5878
125.0410	122.7758	2.265227	100.3888
78.61000	66.77385	11.83615	109.9598
89.60900	78.80558	10.80342	108.9270
104.0220	95.25996	8.762036	106.8856
108.5580	122.1257	–13.56774	84.55586
64.74100	73.55222	–8.811222	89.31238
80.05800	86.16732	–6.109321	92.01428
110.6710	104.9276	5.743355	103.8670
144.5870	133.7971	10.78986	108.9135
81.58900	83.36707	–1.778069	96.34553
91.35400	92.49550	–1.141502	96.98210
108.1330	111.1844	–3.051364	95.07224
135.1750	140.9760	–5.801002	92.32260
89.13400	81.99727	7.136726	105.2603
97.76500	92.76732	4.997684	103.1213
97.37400	97.34940	0.024596	98.14819
124.0240	121.5858	2.438186	100.5618
74.58900	70.90284	3.686156	101.8098
95.69200	90.00940	5.682596	103.8062
96.94200	104.7525	–7.810495	90.31310
126.8170	127.3469	–0.529909	97.59369
69.90700	69.78981	0.117194	98.24079
89.15100	91.47620	–2.325197	95.79840
94.52100	102.6534	–8.132355	89.99124
147.8850	143.4796	4.405374	102.5290

ملاحظة : المبيعات المعدلة موسميا (SADSALES) = البواقي+ 98.1236

بما أن هذه النتائج تُظهر أيضًا أنه ليس أيًا من المتغيرات الوهمية الموسمية معنوية ، فلا توجد اختلافات موسمية في مبيعات الأزياء . ولكن إذا قمنا بإسقاط معاملات الميل التمييزية من النموذج ، فإن جميع ثوابت الانحدار (التمييزية) تكون ذات معنوية إحصائية ، كما رأينا في جدول [3.13] . هذا يشير بقوة إلى وجود عامل موسمي قوي في مبيعات الأزياء .

ما يعنيه هذا هو أن معاملات الميل الوهمية التمييزية لا تنتمي إلى النموذج . لذا سنلتزم بالنموذج الوارد في جدول [3.12] .

من ثم التدريب في جدول [3.15] غير مجدي لأنه يظهر أنه في نمذجة ظاهرة ما ، يجب أن نأخذ في الاعتبار إمكانية الاختلافات في كل من ثوابت الانحدار ومعاملات الميل . فقط عندما نعتبر النموذج الكامل ، كما هو الحال في معادلة (3.11) ، سنكون قادرين على معرفة ما إذا كانت هناك اختلافات في ثوابت الانحدار أو الميل أو كليهما .



شكل 3.4 المبيعات الفعلية والمعدلة موسميا.

جدول [3.15] انحدار مبيعات الأزياء مع قاطع وميل تمييزي

Dependent Variable: SALES
Method: Least Squares
Sample: 1986Q1 1992Q4
Included observations: 28

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-191.5847	107.9813	-1.774239	0.0951
D2	196.7020	221.2632	0.888995	0.3872
D3	123.1388	163.4398	0.753420	0.4621
D4	50.96459	134.7884	0.378108	0.7103
RPDI	2.049795	0.799888	2.562601	0.0209
CONF	0.280938	0.156896	1.790602	0.0923
D2*RPDI	-1.110584	1.403951	-0.791042	0.4405
D3*RPDI	-1.218073	1.134186	-1.073963	0.2988
D4*RPDI	-0.049873	1.014161	-0.049176	0.9614
D2*CONF	-0.294815	0.381777	-0.772219	0.4512
D3*CONF	0.065237	0.259860	0.251046	0.8050
D4*CONF	0.057868	0.201070	0.287803	0.7772

R-squared	0.929307	Mean dependent var	98.12636
Adjusted R-squared	0.880706	S.D. dependent var	23.61535
S.E. of regression	8.156502	Akaike info criterion	7.333035
Sum squared resid	1064.456	Schwarz criterion	7.903980
Log likelihood	-90.66249	Hannan-Quinn criter.	7.507578
F-statistic	19.12102	Durbin-Watson stat	1.073710
Prob(F-statistic)	0.000000		

3.8 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

المتغيرات النوعية أو الوهمية ، هي المتغيرات التي تأخذ قيم 1 و 0 وتوضح كيف يمكن "قياس" المتغيرات المستقلة النوعية "كمياً" والدور الذي تلعبه في تحليل الانحدار .

إذا كانت هناك اختلافات في استجابة المتغير التابع ، وذلك بسبب المتغيرات المستقلة النوعية ، سوف تنعكس في الاختلافات في ثوابت الانحدار ، أو معاملات الميل ، أو الانحدارات الناتجة من المجموعات الفرعية المختلفة لمتغيرين .

وقد تم استخدام المتغيرات الوهمية في مجموعة متنوعة من الحالات ، مثل (1) مقارنة اثنين أو أكثر من المتغيرات المستقلة ، (2) الخلل الهيكلي في السلاسل الزمنية ، و (3) أزالة الأثر الموسمي من سلسلة زمنية .

على الرغم من دورها المفيد في تحليل الانحدار ، يجب التعامل مع المتغيرات الوهمية بعناية . أولاً ، إذا كان هناك ثابت (قاطع) في نموذج الانحدار ، يجب أن يكون عدد المتغيرات الوهمية أقل من عدد التصنيفات لكل متغير نوعي . ثانيًا ، بالطبع ، إذا قمت بإسقاط ثابت الانحدار (العام) من النموذج ، يمكن أن يكون لدينا العديد من المتغيرات الوهمية مماثلة لعدد فئات المتغير الوهمي . ثالثًا ، يجب دائمًا تفسير معامل المتغير الوهمي فيما يتعلق بالفئة المرجعية ، أي الفئة التي تأخذ القيمة 0 . اختيار الفئة المرجعية يعتمد على الغرض من البحوث في متناول اليد . رابعاً ، يمكن للمتغيرات الوهمية أن تتفاعل مع المتغيرات المستقلة الكمية وكذلك مع المتغيرات المستقلة النوعية . خامسًا ، إذا كان النموذج يحتوي على عدة متغيرات نوعية مع عدة فئات ، إدخال متغيرات وهمية لكل التوليفات يمكن أن تستهلك عددًا كبيرًا من درجات الحرية ، خاصة إذا كان حجم العينة صغيرًا نسبيًا . سادسًا ، ضع في اعتبارك أن هناك أساليب أخرى أكثر تعقيدًا لإزالة الموسمية من سلسلة زمنية ، مثل طريقة Census X-12 المستخدمة من قِبل وزارة التجارة الأمريكية .

تطبيقات Exercise

3.1 كيف تقارن نتائج دالة الأجر الخطية الواردة في جدول [3.1] مع انحدار الأجر نصف اللوغاريتمي الوارد في جدول [3.5] ؟ كيف تقارن بين المعاملات المختلفة الواردة في الجدولين؟

3.2 كرر جدول [3.4] ، باستخدام لوغاريتم معدل الأجر كمتغير تابع ومقارنة النتائج التي تم الحصول عليها مع تلك الواردة في جدول [3.4] .

3.3 لنفترض أنك تجري انحدارا للوغاريتم معدل الأجر على لوغاريتم التعليم والخبرة والمتغيرات الوهمية الجنس ، والعرق ، ووضع الاتحاد . كيف تفسر معاملات الانحدار في هذا الانحدار .

3.4 إلى جانب المتغيرات المدرجة في انحدار الأجر في الجدولين [3.1] و [3.5] ، ما هي المتغيرات الأخرى التي ستدرجها؟

3.5 لنفترض أنك تريد النظر في المنطقة الجغرافية التي يقيم فيها صاحب الدخل . لنفترض أننا نقسم الولايات الأمريكية إلى أربع مجموعات : الشرق والجنوب والغرب والشمال . كيف يمكنك توسيع النماذج الواردة في الجدولين [3.1] و [3.5]؟

3.6 لنفترض بدلاً من ترميز المتغيرات الوهمية على أنها 1 و 0 ، نقوم بترميزها على أنها 1- و 1+ . كيف تفسر نتائج الانحدار باستخدام هذا الترميز؟

3.7 افترض أن شخصًا ما اقترح أنه في دالة الأجر نصف اللوغاريتمي بدلاً من استخدام قيم 1 و 0 للمتغيرات الوهمية ، فإنك تستخدم القيمتين 10 و 1 . ماذا ستكون النتيجة؟

3.8 بالرجوع إلى بيانات الأزياء الواردة في جدول [3.10] : باستخدام لوغاريتم المبيعات كمتغير تابع ، احصل على النتائج المقابلة للجداول [3.11] و [3.12] و [3.13] و [3.14] و [3.15] وقارن مجموعتي النتائج .

3.9 قم بإجراء انحدارا للمبيعات و RPDI و CONF بشكل فردي على ثابت الانحدار والمتغيرات المستقلة الثلاثة والحصول على البواقي من هذه الانحدارات ، مثلا S_1 ، S_2 ، S_3 . الآن قم بعمل انحدارا لـ S_1 على S_2 و S_3 (لا يوجد قاطع في هذا الانحدار)[1] ووضح أن معاملات انحدار S_2 و S_3 هي بالضبط نفس معاملات RPDI و CONF التي تم الحصول عليها في الجدول [3.13] ، وبالتالي التحقق من نظرية Frisch-Waugh .

(1) بما أن القيمة المتوسطة لقيمة بواقي OLS تكون دائمًا صفرًا ، فلا داعي لثابت الانحدار في هذا الانحدار .

Rashad (Kelly), Inas, Obesity and diabetes: the roles that prices and policies play. Advances in Health Economics and Health Services Research, vol. 17, pp. 113–28, 2007. Data come from various years.

3.10 اجمع بيانات ربع سنوية عن نفقات الاستهلاك الشخصي (PCE) والدخل الشخصي القابل للتصرف (DPI) ، وكلاهما معدلة للتضخم ، واجري انحدارا لنفقات الاستهلاك الشخصي على الدخل الشخصي القابل للتصرف . إذا كنت تعتقد أن هناك نمطًا موسميًا في البيانات ، فكيف تقوم بإزالة الموسمية من البيانات باستخدام المتغيرات الوهمية؟ بين الحسابات الضرورية .

3.11 مع الاستمرار في التمرين 3.10 ، كيف يمكنك معرفة ما إذا كانت هناك خلل هيكلي في العلاقة بين PCE و DPI؟ اعرض الحسابات الضرورية .

3.12 ارجع إلى مثال مبيعات الأزياء الذي تمت مناقشته في النص . أعد تقدير معادلة (3.10) بإدخال متغير الاتجاه ، الذي يأخذ القيم 1 ، 2 ، . . . وهكذا . قارن نتائجك مع تلك الواردة في جدول [3.10] . ما الذي تشير إليه هذه النتائج؟

3.13 استمر في التمرين السابق . قم بتقدير سلسلة المبيعات بعد إزالة المكونات الموسمية والاتجاه منها ومقارنة تحليلك مع تلك التي تمت مناقشتها في النص

3.14 قم بتقدير آثار الحظر والحد الأقصى من الحلوى—السكر على مرض السكري باستخدام البيانات الموجودة في جدول [3.16] ، والتي يمكن العثور عليها على موقع الويب المرفق ،[1] حيث إن :

diabetes = انتشار مرض السكري في الدولة

ban = 1 إذا كان هناك نوع من الحظر المفروض على السلع المعدلة وراثيا ، 0 غير ذلك

sugar_sweet_cap = العرض المحلي للسكر والحليات للفرد ، بالكيلوغرام

ما هي المتغيرات الأخرى التي يمكن إدراجها في النموذج ؟

(3) مأخوذ من الجدول 4 من :
Rashad (Kelly), Inas, Obesity and diabetes: the roles that prices and policies play. Advances in Health Economics and Health Services Research, vol. 17, pp. 113–28, 2007. Data come from various years.

الجُزْءُ الثّانِي

تقييم نقدي لنموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي

Critical evaluation of the classical linear regression model

الفصل الرابع

4 تشخيص الانحدار I: الارتباط الخطي المتعدد بين المتغيرات المستقلة

Regression diagnostic I : multicollinearity

أحد افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (CLRM) هو أنه لا توجد علاقة خطية دقيقة بين المتغيرات المستقلة. إذا كان هناك واحد أو أكثر من هذه العلاقات بين المتغيرات المستقلة نسميها الارتباط الخطي المتعدد multicollinearity أو الارتباط بين المتغيرات المستقلة، باختصار. في البداية، يجب علينا التمييز بين الارتباط المتعدد التام وغير التام.[1] للتوضيح، فكر في نموذج الانحدار الخطي الذي به عدد k من المتغيرات:

$$Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + \cdots + B_kX_{ki} + u_i \tag{4.1}$$

إذا كان، على سبيل المثال، $X_{2i} + 3X_{3i} = 1$ لدينا حالة من الارتباط المتعدد التام لأن $X_{2i} = 1 - 3X_{3i}$. لذلك، إذا قمنا بإدراج كل من X_{2i} و X_{3i} في نفس نموذج الانحدار، فسوف يكون لدينا ارتباط متعدد تام، أي، علاقة خطية تامة بين المتغيرين. في مثل هذه الحالات، لا يمكننا حتى تقدير معاملات الانحدار، ناهيك عن القيام بأي نوع من الاستدلال الإحصائي.

من ناحية أخرى، إذا كان لدينا $X_{2i} + 3X_{3i} + v_i = 1$، حيث v_i هو حد خطأ عشوائي، لدينا حالة ارتباط متعدد غير تام، بسبب أن

$X_{2i} = 1 - 3X_{3i} - v_i$. لذلك، في هذه الحالة لا توجد علاقة خطية تامة بين المتغيرين؛ إذا جاز التعبير، فإن وجود حد الخطأ v_i يخفف من العلاقة التامة بين هذه المتغيرات.

---

(1) إذا كانت هناك علاقة خطية تامة واحدة فقط بين متغيرين مستقلين، فإننا نسميها علاقة ارتباط، لكن إذا كانت هناك أكثر من علاقة خطية تامة، نسميها ارتباط متعدد. ومع ذلك، سوف نستخدم مصطلحات الارتباط والارتباط المتعدد بالتبادل. إن سياق المشكلة المطروحة سوف يخبرنا عن المشكلة التي نتعامل معها.

في الممارسة العملية ، العلاقة (العلاقات) الخطية التامة بين المتغيرات المستقلة تكون نادرة ، ولكن في العديد من التطبيقات قد تكون المتغيرات المستقلة مرتبطة للغاية . هذه الحالة يمكن أن تسمى ارتباط متعدد غير تام أو شبه ارتباط . لذلك ، في هذا الفصل نركز اهتمامنا على الارتباط المتعدد غير التام .[1]

4.1 عواقب العلاقة الخطية غير التامة

Consequences of imperfect collinearity

1 . لا تزال مقدرات OLS لها خاصية BLUE ، ولكنها تحتوي على تباينات وتغايرات كبيرة ، مما يجعل التقدير الدقيق صعبًا .

2 . ونتيجة لذلك ، تميل فترات الثقة إلى أن تكون أوسع . لذلك ، قد لا نرفض «فرض العدم الصفري» (بمعنى أن المعامل الحقيقي للمجتمع هو صفر) .

3 . بسبب (1) ، فإن نسب t لمعامل واحد أو أكثر تميل إلى أن تكون غير معنوية .

4 . على الرغم من أن بعض معاملات الانحدار غير معنوية إحصائيًا ، فقد تكون قيمة R^2 عالية جدًا .

5 . يمكن لمقدرات OLS والأخطاء المعيارية الخاصة بها أن تكون حساسة للتغييرات البسيطة في البيانات (انظر التمرين 4.6) .

6 . يمكن أن يؤدي إضافة متغير له ارتباط مع متغيرات أخرى إلى نموذج الانحدار المختار إلى تغيير قيم معاملات المتغيرات الأخرى في النموذج .

باختصار ، عندما تكون المتغيرات المستقلة مرتبطة مع بعضها ، يصبح الاستدلال الإحصائي ضعيفًا ، خاصةً إذا كان هناك ارتباط متعدد تقريبا . لا ينبغي أن يكون هذا

(1) لإعطاء مثال على العلاقة الخطية التامة ، افترض أننا ندرج متغيرات الدخل بالدولار والسنتات في دالة الاستهلاك ، فيما يتعلق بالإنفاق الاستهلاكي بالنسبة للدخل . حيث إن الدولار يساوي 100 سنت ، إدخال ذلك سيؤدي إلى علاقة خطية تامة . مثال آخر هو ما يسمى بمصيدة المتغير الوهمي ، والتي كما رأينا في الفصل 3 ، تنتج إذا قمنا بتضمين كل من ثابت الانحدار وكل فئات المتغيرات الوهمية . على سبيل المثال ، في الانحدار الذي يفسر ساعات العمل بالنسبة للعديد من المتغيرات الاقتصادية ، نضيف اثنين من المتغيرات الوهمية ، واحد للذكور وواحد للإناث ، ونبقي أيضًا على ثابت الانحدار . سيؤدي هذا إلى علاقة خطية تامة . بالطبع ، إذا حذفنا الحد الثابت في هذه الحالة ، فستجنب مصيدة المتغيرات الوهمية . من الناحية العملية ، من الأفضل الإبقاء على ثابت الانحدار ولكن مع إدراج متغير وهمي واحد فقط . إذا أخذ المتغير الوهمي قيمة 1 للإناث ، فسوف يأخذ قيمة 0 عندما يكون هناك عامل ذكر .

مفاجئًا ، لأنه إذا كان هناك متغيرين مرتبطين للغاية ، فمن الصعب جدًا عزل تأثير كل متغير بشكل منفصل على المتغير التابع .

ولرؤية بعض هذه العواقب ، فإننا نعتبر نموذجًا ثلاثي المتغيرات ، يتعلق بالمتغير التابع ، واثنين من المتغيرات المستقلة ، X_2 و X_3 ، وهذا هو النموذج التالي :

$$Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i \quad (4.1)$$

باستخدام OLS ، يمكن إظهار أن مقدرات OLS هي كما يلي :[1]

$$b_2 = \frac{(\Sigma y_i x_{2i})(\Sigma x_{3i}^2) - (\Sigma y_i x_{3i})(\Sigma x_{2i}x_{3i})}{(\Sigma x_{2i}^2)(\Sigma x_{3i}^2) - (\Sigma x_{2i}x_{3i})^2} \quad (4.2)$$

$$b_3 = \frac{(\Sigma y_i x_{3i})(\Sigma x_{2i}^2) - (\Sigma y_i x_{2i})(\Sigma x_{2i}x_{3i})}{(\Sigma x_{2i}^2)(\Sigma x_{3i}^2) - (\Sigma x_{2i}x_{3i})^2} \quad (4.3)$$

$$b_1 = \bar{Y} - b_2\bar{X} - b_3\bar{X} \quad (4.4)$$

حيث يتم التعبير عن المتغيرات ببعدها عن قيمها المتوسطة – أي ؛

$$y_i = Y_i - \bar{Y}, \quad x_{2i} = X_{2i} - \bar{X}_2 \quad and \quad x_{3i} = X_{3i} - \bar{X}_3$$

لاحظ أن صيغ معاملات الميل متماثلة بمعنى أنه يمكن الحصول على أحدهما من خلال تبديل أسماء المتغيرات .

يمكن كذلك إثبات أن

$$\text{var}(b_2) = \frac{\sigma^2}{\Sigma x_{2i}^2(1 - r_{23}^2)} = \frac{\sigma^2}{\Sigma x_{2i}^2}\text{VIF} \quad (4.5)$$

$$\text{var}(b_3) = \frac{\sigma^2}{\Sigma x_{3i}^2(1 - r_{23}^2)} = \frac{\sigma^2}{\Sigma x_{3i}^2}\text{VIF} \quad (4.6)$$

حيث

$$\text{VIF} = \frac{1}{1 - r_{23}^2} \quad (4.7)$$

حيث σ^2 هو تباين حد الخطأ u_i و r_{23} هو معامل الارتباط بين X_2 و X_3 و VIF هو عامل تضخم التباين : هو قياس الدرجة التي يتم تضخم التباين بها من مقدر OLS بسبب الارتباط المتعدد . ولرؤية ذلك ، ضع في اعتبارك جدول [4.1] .

(1) انظر: Gujarati/Porter, op cit., pp. 193–4.

جدول[4.1] تأثير زيادة r_{23} على تباين OLS لمقدر b_2

Value of r_{23}	VIF	Var(b_2)
0.0	1.00	$\sigma^2 / \Sigma x_{2i}^2 = K$
0.50	1.33	$1.33 \times K$
0.70	1.96	$1.96 \times K$
0.80	2.78	$2.78 \times K$
0.90	5.26	$5.26 \times K$
0.95	10.26	$10.26 \times K$
0.99	50.25	$50.25 \times K$
0.995	100.00	$100 \times K$
1.00	Undefined	Undefined

ملاحظة : يمكن عرض جدول مماثل لتباين b3

يتضح من هذا الجدول أنه كلما ازداد معامل الارتباط بين X_2 و X_3 ، يزداد تباين b_2 بسرعة بطريقة غير خطية . ونتيجة لذلك ، ستكون فترات الثقة أوسع نطاقاً وقد نستخلص بشكل خاطيء أن B_2 الحقيقية لا تختلف عن الصفر . ويمكن ملاحظة أن عكس VIF يسمى القدرة أو السماح (TOL) **tolerance** – ويساوي

$$\text{TOL} = \frac{1}{\text{VIF}} \qquad (4.8)$$

عند $r_{23}^2 = 1$ (أي علاقة ارتباط تامة) ، TOL هي صفر ، وعندما تكون 0 (أي لا يوجد ارتباط) ، تكون TOL هي e . يمكن تعميم صيغة VIF المعطاة للانحدار ذي المتغيرين إلى نموذج الانحدار ذو k متغير (القاطع و $(k-1)$ متغير مستقل) على النحو التالي :

$$\text{var}(b_k) = \frac{\sigma^2}{\Sigma x_k^2}\left[\frac{1}{1-R_k^2}\right] = \frac{\sigma^2}{\Sigma x_k^2}\text{VIF} \qquad (4.9)$$

حيث R_k^2 هو قيمة R^2 من انحدار المتغير المستقل رقم k th على جميع المتغيرات المستقلة الأخرى في النموذج وحيث $\Sigma x_k^2 = \Sigma(X_k - \bar{X}_k)^2$ هو التغير في المتغير k th حول قيمته . إن انحدار المتغير المستقل k th على المتغيرات المستقلة الأخرى في النموذج يسمى الانحدار الإضافي أو المساعد **auxiliary regression** ، لذلك إذا كان لدينا 10 متغيرات مستقلة في النموذج ، سيكون لدينا 10 انحدارات مساعدة .

تحسب الحزمة الإحصائية *Stata* عوامل VIF و TOL عن طريق إصدار الأمر estat vif بعد تقدير انحدار OLS ، كما نوضح في المثال التالي .

4.2 مثال: ساعات عمل المرأة المتزوجة في سوق العمل

An example: married women's hours of work in the labor market

لإلقاء الضوء على طبيعة الارتباط المتعدد ، نستخدم البيانات من العمل التجريبي الذي قام به Mroz – .[1] راجع جدول [4.2] على الموقع الإلكتروني المرفق . أراد الباحث تقييم أثر العديد من المتغيرات الاجتماعية – الاقتصادية على ساعات عمل المرأة المتزوجة في سوق العمل . هذه بيانات مقطعية عن 753 امرأة متزوجة لعام 1975 . تجدر الإشارة إلى أن هناك 325 امرأة متزوجة لم يعملن وبالتالي لم يكن لديهن ساعات عمل . وبعض المتغيرات التي استخدمها هي كما يلي :

Hours : ساعات العمل التي تم قضائها في عام 1975 (متغير تابع)
Kidslt6 : عدد الأطفال الذين تقل أعمارهم عن 6 سنوات .
Kidsge6 : عدد الأطفال بين 6 و 18 عامًا .
Age : عمر المرأة بالسنوات .
Educ : سنوات الدراسة
Wage : أجر تقديري من الأرباح
Hushrs : ساعات عمل الزوج
Husage : عمر الزوج
Huseduc : سنوات دراسة الزوج
Huswage : أجر الزوج في الساعة ، عام 1975
Faminc : دخل الأسرة في 1975
Mtr : سعر الضريبة الفيدرالية الحدية التي تفرض على المرأة
motheduc : سنوات الأم في التعليم
fatheduc : سنوات الأب في التعليم
Unem : معدل البطالة في محل الإقامة
Exper : خبرة سوق العمل الفعلية

كنقطة بداية ، حصلنا على نتائج الانحدار في جدول [4.3]

(1) انظر:
T. A. Mroz, The sensitivity of an empirical model of married women's hours of work to economic and statistical assumptions, *Econometrica*, 1987, vol. 55, pp. 765–99.

قبل ذلك ، نتوقع وجود علاقة طردية بين ساعات العمل والتعليم والخبرة ، وتعليم الأب وتعليم الأم وعلاقة عكسية بين ساعات العمل والعمر ، وسن الزوج ، وساعات عمل الزوج ، وأجور الزوج ، ومعدل الضريبة الحدية ، ومعدل البطالة ، والأطفال دون سن 6 سنوات . وتتحقق معظم هذه التوقعات في النتائج الإحصائية . غير أنه يوجد عدد كبير من المعاملات غير معنوية إحصائيًا ، ربما يشير إلى أن بعض هذه المتغيرات مرتبطة ، مما يؤدي إلى أخطاء معيارية أعلى ونسب t منخفضة .

جدول [4.3] انحدار ساعات عمل المرأة

Dependent Variable: HOURS
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 1 428
Included observations: 428 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8595.360	1027.190	8.367842	0.0000
AGE	−14.30741	9.660582	−1.481009	0.1394
EDUC	−18.39847	19.34225	−0.951207	0.3421
EXPER	22.88057	4.777417	4.789319	0.0000
FAMINC	0.013887	0.006042	2.298543	0.0220
FATHEDUC	−7.471447	11.19227	−0.667554	0.5048
HUSAGE	−5.586215	8.938425	−0.624966	0.5323
HUSEDUC	−6.769256	13.98780	−0.483940	0.6287
HUSHRS	−0.473547	0.073274	−6.462701	0.0000
HUSWAGE	−141.7821	16.61801	−8.531837	0.0000
KIDSGE6	−24.50867	28.06160	−0.873388	0.3830
KIDSLT6	−191.5648	87.83198	−2.181038	0.0297
WAGE	−48.14963	10.41198	−4.624447	0.0000
MOTHEDUC	−1.837597	11.90008	−0.154419	0.8774
MTR	−6272.597	1085.438	−5.778864	0.0000
UNEM	−16.11532	10.63729	−1.514984	0.1305

R-squared	0.339159	Mean dependent var	1302.930
Adjusted R-squared	0.315100	S.D. dependent var	776.2744
S.E. of regression	642.4347	Akaike info criterion	15.80507
Sum squared resid	1.70E+08	Schwarz criterion	15.95682
Log likelihood	−3366.286	Durbin–Watson stat	2.072493
F-statistic	14.09655	Prob(F-statistic)	0.000000

4.3 الكشف عن الارتباط المتعدد

Detection of multicollinearity

كما سنرى في الفصول المتعلقة بالارتباط الذاتي وعدم ثبات التباين ، لا يوجد اختبار وحيد للارتباط المتعدد . بعض التشخيصات التي تمت مناقشتها في المؤلفات هي :

1 . قيمة R^2 مرتفعة لكن القليل من نسب t تكون معنوية . في مثالنا ، قيمة R^2 البالغة 0.34 ليست عالية بشكل خاص . ولكن هذا لا ينبغي أن يكون مفاجئًا في البيانات المقطعية مع العديد من المشاهدات المتنوعة . ومع ذلك ، فإن نسبًا قليلة جدًا غير معنوية إحصائيا ، ربما بسبب علاقة خطية متداخلة بين بعض المتغيرات المستقلة .

2 . علاقات الارتباط العالية بين كل اثنين من المتغيرات التفسيرية أو المتغيرات المستقلة . تذكر أن معامل الارتباط بين المتغيرين Y و X تم تعريفه على النحو التالي :

$$r_{XY} = \frac{\Sigma x_i y_i}{\sqrt{x_i^2 \; y_i^2}} \tag{4.10}$$

حيث يتم تعريف المتغيرات على أنها انحرافات عن قيمها المتوسطة (على سبيل المثال $y_i = Y_i - \bar{Y}$) . بما أن لدينا 15 متغيراً مستقلاً ، سيكون لدينا 105 من الارتباطات الزوجية .[1] لن نعرض كل هذه الارتباطات . معظم معاملات الارتباط ليست قوية بشكل خاص ، ولكن بعضها يزيد عن 0.5 . على سبيل المثال ، يبلغ الارتباط بين عمر الزوج ودخل الأسرة حوالي 0.67 ، وبين تعليم الأم وتعليم الأب حوالي 0.55 ، وبين معدل الضريبة الحدية ودخل الأسرة حوالي 0.88− .

ومن المعتقد أن الارتباطات القوية بين كل اثنين من المتغيرات المستقلة هي علامة على علاقة ارتباط متعدد . لذلك يجب حذف المتغيرات المستقلة التي يوجد بينها ارتباط قوي . ولكن ليس من الممارسة السليمة الاعتماد على معاملات ارتباط بسيطة أو ثنائية ، لأنها لا تبقي على المتغيرات الأخرى في النموذج ثابتة أثناء حساب الارتباطات الزوجية .

3 . معاملات الارتباط الجزئي : من أجل الحفاظ على المتغيرات الأخرى ثابتة ، يجب أن نحسب معاملات الارتباط الجزئي . لنفترض أن لدينا ثلاثة متغيرات X_1 و X_2

(1) بالطبع، لن تكون كل هذه الارتباطات مختلفة لأن العلاقة بين Y و X هي نفسها بين X و Y.

و X_3 . عندئذٍ ، يكون لدينا ثلاثة ارتباطات بين كل زوج من المتغيرات r_{12} ، و r_{13} ، و r_{23} وثلاثة ارتباطات جزئية $r_{13.2}$ ، $r_{12.3}$ ، و $r_{23.1}$ ؛ على سبيل المثال $r_{23.1}$ ، تعني الارتباط بين المتغيرين X_2 و X_3 ، مع الحفاظ على قيمة المتغير X_1 ثابتة (راجع التمرين 4.4 حول حساب معاملات الارتباط الجزئي) . من الممكن أن يكون الارتباط بين X_2 و X_3 $(= r_{23})$ قويًا ، مثلا 0.85 . لكن هذه العلاقة لا تأخذ في الاعتبار وجود المتغير الثالث X_1 . إذا كان المتغير X_1 يؤثر على كل من X_2 و X_3 ، فيمكن أن يكون الارتباط القوي بين الاثنين الأخيرين نتيجة للتأثير المشترك لـ X_1 على كلا من هذين المتغيرين . يحسب الارتباط الجزئي $r_{23.1}$ الارتباط الصافي بين X_2 و X_3 بعد إزالة تأثير X_1 . في هذه الحالة ، من الممكن أن يتم تقليل الارتباط القوي 0.85 بين X_2 و X_3 إلى 0.35 مثلا .

على الرغم من ذلك ، لا يوجد ضمان بأن الارتباطات الجزئية ستوفر دليلاً مؤكدا على الارتباط المتعدد . لتوفير مساحة ، لن نقدم القيم الفعلية للارتباطات الجزئية لمثالنا . يمكن أن تحسب *Stata* الارتباطات الجزئية لمجموعة من المتغيرات مع تعليمات بسيطة .

4 . **الانحدار الإضافي Auxiliary regressions** : لمعرفة أي من المتغيرات المستقلة تكون مرتبطة ارتباطا قويا مع المتغيرات المستقلة الأخرى المدرجة في النموذج ، يمكننا اجراء انحدارا لكل متغير مستقل على المتغيرات المستقلة المتبقية والحصول على الانحدارات المساعدة المذكورة سابقا .

وحيث إن لدينا 15 من المتغيرات المستقلة ، سيكون هناك 15 انحدارا مساعدا . يمكننا اختبار المعنوية الكلية لكل انحدار بواسطة اختبار F الذي تمت مناقشته في فصل 2 . والفرض العدمي هنا هو أن جميع معاملات الانحدار في الانحدار المساعد هي صفر . إذا رفضنا هذا الفرض لواحد أو أكثر من الانحدارات الثانوية ، يمكننا أن نستنتج أن الانحدارات المساعدة ذات قيم F المعنوية تكون مرتبطة مع المتغيرات الأخرى في النموذج . وبالطبع ، إذا كان لدينا العديد من المتغيرات المستقلة ، كما في مثالنا ، فإن حساب العديد من الانحدارات المساعدة في الممارسة سيكون شاقا ، إن لم يكن مستحيلاً من الناحية الحسابية .

5 . **عوامل تضخم التباين (VIF) و (TOL)** : عوامل (VIF) و (TOL) التي تم الحصول عليها من *Stata* ، معروضة في جدول [4.4] .

يبين هذا الجدول بوضوح أن هناك درجة عالية من الارتباط بين العديد من المتغيرات . حتى متوسط VIF يزيد عن 2 .

جدول [4.4] عوامل VIF و TOL

Variable	VIF	TOL = 1/VIF
mtr	7.22	0.138598
age	5.76	0.173727
husage	5.22	0.191411
faminc	5.14	0.194388
huswage	3.64	0.274435
educ	2.02	0.494653
hushrs	1.89	0.529823
huseduc	1.86	0.536250
fatheduc	1.61	0.621540
motheduc	1.60	0.623696
exper	1.53	0.652549
kidsge6	1.41	0.708820
wage	1.23	0.813643
kidslt6	1.23	0.815686
unem	1.08	0.928387
Mean VIF	2.83	

4.4 التدابير العلاجية Remedial measures

هناك العديد من العلاجات المقترحة في الدراسات السابقة .[1] وما إذا كان أي منها يعمل في موقف محدد هو أمر قابل للنقاش . بما أن مقدرات OLS هي BLUE طالما أن علاقة الارتباط غير تامة ، فغالباً ما يُقترح أن أفضل علاج هو عدم القيام بأي شيء سوى تقديم نتائج النموذج الموفق . ويرجع ذلك إلى أن الارتباط في كثير من الأحيان هو مشكلة نقص في البيانات ، وفي العديد من المواقف قد لا يكون لدينا خيار بشأن البيانات المتوفرة معنا للبحث .[2]

ولكن في بعض الأحيان يكون من المفيد إعادة التفكير في النموذج الذي اخترناه للتحليل للتأكد من أن جميع المتغيرات المدرجة في النموذج ضرورية . وبالانتقال إلى

(1) للاطلاع على مناقشة تفصيلية ، انظر : Gujarati/Porter, op cit., pp. 342–6.

(2) وصفها الاقتصادي Arthur Goldberger مشكلة «micronumerosity» . والتي تعني ببساطة حجم عينة صغيرة و / أو عدم وجود تقلب كاف في قيم المتغيرات المستقلة . أنظر كتابه . *A Course in Econometrics*, Harvard University Press, Cambridge, MA, 1991, p. 249.

النموذج الوارد في جدول [4.3] ، من المرجح أن يوجد ارتباط بين المتغيرين تعليم الأب وتعليم الأم ، وهذا بدوره يعني أن تعليم الابنة قد يكون مرتبطاً أيضاً مع هذين المتغيرين . يمكن للمرء أيضًا أن يتساءل عما إذا كان إدراج الأطفال فوق سن السادسة كمتغير تفسري أمرًا منطقيًا . كما أن عمر الزوجة وزوجها مرتبطان أيضًا . لذلك إذا استثنينا هذه المتغيرات من النموذج ، فربما لا تكون مشكلة الارتباط بنفس الشدة التي كانت عليها من قبل .(1)

ترد نتائج النموذج المنقح في جدول [4.5] .

كما نرى ، أصبحت معظم المتغيرات معنوية عند مستوى 10% أو مستوى أدنى من المعنوية ولها تفسيرا اقتصاديا ، والاستثناء هو معدل البطالة ، الذي يكون معنويا عند مستوى معنوية 11% . ويرد في جدول [4.6] قيم عوامل VIF و TOL المقابلة لمعاملات جدول [4.5] .

على الرغم من انخفاض متوسط VIF ، لا تزال هناك علاقة ارتباط متعدد قوية بين المتغيرات المستقلة المشمولين في النموذج المعدل . نستطيع تقدير المزيد من مثل هذه النماذج باستخدام مجموعات مختلفة من المتغيرات التفسيرية الواردة في جدول [4.3] للبحث عن النموذج الذي قد يكون أقل ارتباطا . لكن هذه الاستراتيجية ، المسماة "التنقيب عن البيانات **data mining**" أو «صيد البيانات» ، غير مستحسنة . إذا كان لدينا نموذجًا يحتوي على العديد من المتغيرات التي تنتمي فعليا للنموذج ، فمن الأفضل تركها في النموذج . إذا كانت بعض المعاملات في هذا النموذج ليست معنوية ، فليكن ذلك . هناك القليل جدًا الذي يمكننا القيام به للبيانات دون جمع بيانات جديدة أو مجموعة مختلفة من البيانات ، إذا كان ذلك ممكنًا .

(1) ولكن حذار من تحيز التوصيف ، يجب عدم استبعاد المتغيرات فقط للتخلص من العلاقة الخطية . إذا كان المتغير ينتمي إلى النموذج ، فيجب الاحتفاظ به حتى إذا لم يكن ذو معنوية إحصائية .

جدول [4.5] انحدار ساعات عمل المرأة المنقح

Dependent Variable: HOURS
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 1 428
Included observations: 428 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8484.523	987.5952	8.591094	0.0000
AGE	−17.72740	4.903114	−3.615540	0.0003
EDUC	−27.03403	15.79456	−1.711604	0.0877
EXPER	24.20345	4.653332	5.201315	0.0000
FAMINC	0.013781	0.005866	2.349213	0.0193
HUSHRS	−0.486474	0.070462	−6.904046	0.0000
HUSWAGE	−144.9734	15.88407	−9.126972	0.0000
KIDSLT6	−180.4415	86.36960	−2.089178	0.0373
WAGE	−47.43286	10.30926	−4.600995	0.0000
MTR	−6351.293	1029.837	−6.167278	0.0000
UNEM	−16.50367	10.55941	−1.562935	0.1188

R-squared	0.335786	Mean dependent var	1302.930
Adjusted R-squared	0.319858	S.D. dependent var	776.2744
S.E. of regression	640.1992	Akaike info criterion	15.78680
Sum squared resid	1.71E+08	Schwarz criterion	15.89112
Log likelihood	−3367.375	Durbin-Watson stat	2.078578
F-statistic	21.03098	Prob(F-statistic)	0.000000

جدول [4.6] VIF و TOL للمعاملات في جدول [4.5]

Variable	VIF	TOL=1/VIF
mtr	6.54	0.152898
faminc	4.88	0.204774
huswage	3.35	0.298295
hushrs	1.76	0.568969
age	1.49	0.669733
exper	1.46	0.683036
educ	1.36	0.736669
wage	1.21	0.824171
kidslt6	1.19	0.837681
unem	1.07	0.935587
Mean VIF	2.43	

4.5 طريقة المكونات الأساسية (PC)

The method of principal components (PC)

الأسلوب الاحصائي ، والمعروف باسم تحليل المكونات الأساسية(PCA) ، يمكنه تحويل المتغيرات المرتبطة إلى متغيرات متعامدة أو غير مترابطة.[1] المتغيرات المتعامدة التي تم الحصول عليها تسمى المكونات الرئيسية . وبالرجوع إلى انحدار ساعات العمل ، كما هو مذكور في جدول [4.3] ، لدينا 15 متغيرا مستقلا . سوف تقوم طريقة PC من حيث المبدأ بحساب 15 مكونًا أساسيًا ، *PCs* ، يشار إليها باسم PC_1 ، PC_2 ، .... ، PC_{15} ، بحيث تكون جميعها غير مرتبطة بشكل متبادل . هذه *PCs* التي عددها 15 هي توليفات خطية من المتغيرات المستقلة الأصلية . من الناحية العملية ، لا نحتاج إلى استخدام جميع *PCs* البالغ عددها 15 ، نظرًا لأن عددًا أقل من ذلك سيكون ملائمًا في كثير من الأحيان لشرح الظاهرة قيد الدراسة ، كما نوضح أدناه .

(1) تفسيره حرفياً ، يعني المصطلح متعامد التقاطع أو الاستلقاء بزاوية قائمة . يقال أن المتغيرات غير المرتبطة تكون متعامدة لأنه عند رسمها على رسم بياني ، فإنها تشكل زوايا قائمة على أحد المحاور .

إن الفكرة الأساسية وراء PCA بسيطة . فهي تجمع المتغيرات المرتبطة في مجموعات فرعية بحيث يكون للمتغيرات التي تنتمي إلى أي مجموعة فرعية عاملاً «مشتركًا» يحركها معًا . قد يكون هذا العامل المشترك مهارة أو قدرة أو ذكاء أو عرقًا أو أي عامل من هذا القبيل . هذا العامل المشترك ، والذي ليس من السهل دائما تحديده ، هو ما نسميه مكون رئيسي . هناك PC واحد لكل عامل مشترك . نأمل أن تكون هذه العوامل المشتركة أو *PCs* أقل في العدد من العدد الأصلي للمتغيرات المستقلة . نقطة البداية لتحليل PC هي مصفوفة الارتباط للمتغيرات الأصلية . مصفوفة الارتباط 15 × 15 أكبر من أن تنسخ هنا ، ولكن أي حزمة إحصائية سوف تنتجها . من مصفوفة الارتباط ، باستخدام *Minitab 15* ، حصلنا على *PCs* التالية (جدول[4.7]) ، 15 في المجموع . لن نناقش الرياضيات الفعلية لاستخراج *PCs* ، لأننا نهتم بما تعنيه .

تفسير المكونات الرئيسية Interpretation of the PCs

يقدم الجزء الأول من جدول[4.7] 15 من *PCs* المقدرة . المكون الأساسي الأول PC_1 ، له تباين (eigenvalue) يساوي 3.5448 ومسئول عن 24% من الاختلاف الكلي في جميع المتغيرات المستقلة . المكون الرئيسي الثاني PC_2 ، له تباين 2.8814 ، وهو ما يمثل 19% من إجمالي الاختلاف في جميع الـ15 متغيرا مستقلا . هذين الاثنان من PCs يمثلان 42% من الاختلاف الكلي . وبهذه الطريقة ، فسنرى أن أول ستة من PCs مسئولين معا عن 74% من االاختلاف الكلي في جميع المتغيرات المستقلة . وعلى الرغم من وجود 15 من PCs ، يبدو أن ستة منها فقط مهمة من الناحية الكمية . ويمكن ملاحظة ذلك بشكل أكثر وضوحًا في شكل 4.1 الذي تم الحصول عليه من *Minitab 15* .

ننظر الآن إلى الجزء الثاني من جدول[4.7] . بالنسبة لكل PC ، فإنه يعطي ما يسمى بالتحميلات أو الدرجات أو الأوزان ، أي مقدار مساهمة كل من المتغيرات المستقلة الأصلية في ذلك PC . على سبيل المثال ، خذ PC_1 : التعليم ، ودخل الأسرة ، وتعليم الأب ، وتعليم الأم ، وتعليم الزوج ، وأجر الزوج ، و MTR يشكلون حملا كبيرا على هذا PC . لكن إذا أخذنا PC_4 فسوف ترى أن ساعات عمل الزوج تسهم بشكل كبير في هذا PC .

جدول[4.7] المكونات الرئيسية لمثال ساعات العمل

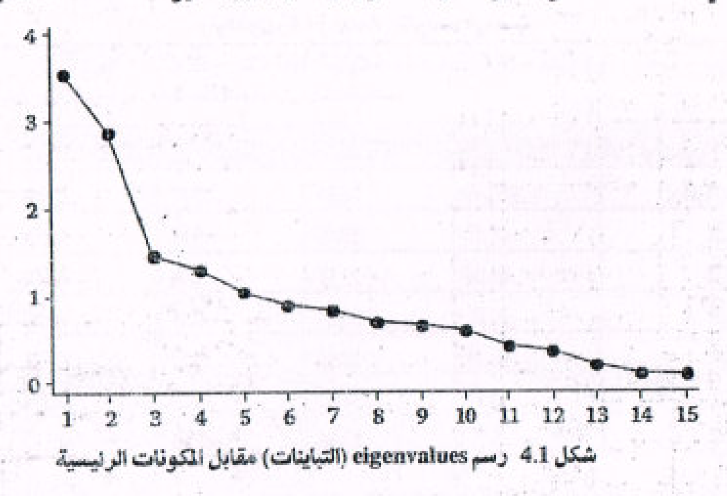
Eigenanalysis of the Correlation Matrix
428 cases used, 325 cases contain missing values

Eigenvalue	3.5448	2.8814	1.4598	1.2965	1.0400	0.8843	0.8259	0.6984
Proportion	0.236	0.192	0.097	0.086	0.069	0.059	0.055	0.047
Cumulative	0.236	0.428	0.526	0.612	0.682	0.740	0.796	0.842
Eigenvalue	0.6495	0.5874	0.4151	0.3469	0.1823	0.1046	0.0830	
Proportion	0.043	0.039	0.028	0.023	0.012	0.007	0.006	
Cumulative	0.885	0.925	0.952	0.975	0.987	0.994	1.000	

Variable	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6
AGE	0.005	0.528	0.114	0.021	−0.089	0.075
EDUC	0.383	−0.073	0.278	−0.064	0.188	0.150
EXPER	−0.039	0.373	0.267	0.025	0.255	0.058
FAMINC	0.424	0.106	−0.314	0.179	−0.029	−0.026
FATHEDUC	0.266	−0.142	0.459	−0.081	−0.289	−0.142
HUSAGE	−0.008	0.513	0.106	0.021	−0.141	0.033
HUSEDUC	0.368	−0.091	0.129	0.015	0.069	0.230
HUSHRS	0.053	−0.129	0.099	0.718	0.049	0.461
HUSWAGE	0.382	0.093	−0.373	−0.240	−0.141	−0.185
KIDSGE6	−0.057	−0.320	−0.309	0.062	−0.292	0.101
KIDSLT6	0.014	−0.276	0.018	−0.278	0.515	0.163
WAGE	0.232	0.052	−0.031	−0.054	0.526	−0.219
MOTHEDUC	0.224	−0.214	0.450	−0.031	−0.299	−0.238
MTR	−0.451	−0.127	0.228	−0.197	0.018	−0.003
UNEM	0.086	0.071	−0.039	−0.508	−0.208	0.711

على الرغم من أنه سلسا رياضيا ، إلا أن تفسير PCs يكون تفسيرا ذاتيا . على سبيل المثال ، يمكن أن نفكر في PC_1 على أنه يمثل المستوى الإجمالي للتعليم ، لأن وزن هذا المتغير كبيرا في هذا PC .

بمجرد استخراج المكونات الرئيسية ، يمكننا بعد ذلك إجراء انحدار المتغير التابع الأصلي (ساعات العمل) على المكونات الرئيسية ، وتجاوز المتغيرات المستقلة الأصلية .



شكل 4.1 رسم eigenvalues (التباينات) مقابل المكونات الرئيسية

للتوضيح ، لنفترض أننا نستخدم فقط PCs الست الأولى ، حيث يبدو أنها الأكثر أهمية . بعمل انحدار لساعات العمل على هذه PCs الستة ، نحصل على النتائج الموضحة في جدول [4.8] من *Minitab15* . من هذه النتائج يبدو أن PC_2 و PC_4 يفسران سلوك ساعات عمل النساء بشكل أفضل . بالطبع ، المثير للسخرية هنا أننا لا نعرف كيفية تفسير هذه المكونات الرئيسية . ومع ذلك ، فإن طريقة المكونات الرئيسية هي طريقة مفيدة لتقليل عدد المتغيرات المستقلة المرتبطة واستبدالها ببعض المكونات غير المرتبطة . نتيجة لذلك ، لا نواجه مشكلة العلاقة الخطية . ولكن هذا التبسيط يأتي بتكلفة لأننا لا نعرف كيفية تفسير PCs بطريقة ذات معنى في التطبيقات العملية . إذا تمكنا من التعرف على PCs التي تحتوي على بعض المتغيرات الاقتصادية ، فإن طريقة المكونات الرئيسية ستكون مفيدة للغاية في تحديد الارتباط المتعدد وتوفر أيضًا حلًا لها .

على ذكر ذلك ، يمكن الإشارة إلى أن طريقة **ridge regression** هي طريقة أخرى للتعامل مع المتغيرات المرتبطة . المقدرات التي ينتجها انحدار **ridge regression** تكون متحيزة ، لكن لديها متوسط مربعات خطأ أقل (MSE) من مقدرات

OLS .[1] إن مناقشة انحدار **ridge regression** خارج نطاق هذا الكتاب .[2]

جدول [4.8] انحدار المكونات الرئيسية

Hours = 1303 − 1.5 C23 + 84.0 C24 + 18.6 C25 + 106 C26 + 4.8 C27 − 56.4 C28

428 حالة مستخدمة ، 325 حالة تشتمل على بيانات ناقصة .

Predictor	Coef	SE	Coef t	P(P value)
Constant	1302.93	36.57	35.63	0.000
PC1	−1.49	19.45	−0.08	0.939
PC2	84.04	21.57	3.90	0.000
PC3	18.62	30.30	0.61	0.539
PC4	105.74	32.16	3.29	0.001
PC5	4.79	35.90	0.13	0.894
PC6	−56.36	38.94	−1.45	0.149

S** = 756.605 R-Sq = 6.3% R-Sq(adj) = 5.0%

ملاحظة : 325 من السيدات المتزوجات ليس لديهن ساعات عمل

** هذا هو الخطأ المعياري للانحدار ($\hat{\sigma} =$)

ملاحظة : يعطي العمود الأول أسماء المتغيرات المستقلة – أي PCs ، ويعطي العمود الثالث الأخطاء المعيارية المقدرة لهم ، ويعطي العمود الرابع القيم t المقدرة ، ويعطي العمود الأخير القيم الاحتمالية p (أي المستوى المضبوط للمعنوية)

4.6 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

في هذا الفصل قمنا بفحص مشكلة الارتباط المتعدد ، المشكلة يتم مواجهتها بشكل شائع في العمل التجريبي ، خاصة إذا كان هناك العديد من المتغيرات التفسيرية المرتبطة في النموذج . طالما أن علاقة الارتباط ليست تامة ، فيمكننا العمل ضمن نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي ، بشرط تحقق الافتراضات الأخرى لـ CLRM .

(1) متوسط مربعات الخطأ MSE لأي مقدر مثلا $\hat{\lambda}$ لـ λ تساوي تباينه بالإضافة إلى مربع التحيز في تقديره

(2) لمناقشة سهلة الاستخدام ، راجع:
Samprit Chatterjee and Ali S. Hadi, *Regression Analysis by Example*, 4th edn, John Wiley &Sons, New York, 2006, pp. 266–75.

إذا كانت العلاقة الخطية ليست تامة ، ولكن قوية ، تترتب على ذلك عدة عواقب . لا تزال مقدرات OLS لها خاصية BLUE ، ولكن واحد أو أكثر من معاملات انحدار يكون لها أخطاء معيارية كبيرة بالنسبة لقيم المعاملات ، مما يجعل النسب t صغيرة . لذلك يمكن للمرء أن يستنتج (بشكل خاطيء) أن القيم الحقيقية لهذه المعاملات لا تختلف عن الصفر . أيضا قد تكون معاملات الانحدار حساسة جدا للتغيرات الصغيرة في البيانات خاصة إذا كانت العينة صغيرة نسبيا (انظر تمرين 4.6) .

هناك العديد من الاختبارات التشخيصية للكشف عن الارتباط المتعدد ، ولكن ليس هناك ما يضمن أنها ستؤدي إلى نتائج مرضية . إنها في الأساس عملية تجربة وخطأ .

أفضل نصيحة عملية هي عدم القيام بأي شيء إذا واجهتك علاقة ارتباط متعدد ، لأنه في أغلب الأحيان لا نتحكم في البيانات . ومع ذلك ، من المهم جدًا اختيار المتغيرات المدرجة في النموذج بعناية . كما يوضح المثال التوضيحي ، قد يؤدي إعادة تعريف نموذج ما من خلال استبعاد المتغيرات التي قد لا تنتمي إلى النموذج إلى تخفيف مشكلة الارتباط المتعدد ، شريطة ألا نلغي المتغيرات ذات الصلة بموضوع معين . وبصرف النظر عن ذلك ، عند تقليل الارتباط المتعدد ، سنرتكب أخطاء في توصيف النموذج ، والتي تمت مناقشتها في فصل 7 . لذلك ، يجب التفكير في النموذج بعناية قبل أن تقوم بتقدير نموذج الانحدار .

هناك محظورا ألا وهو ، إذا كان هناك ارتباط متعدد في النموذج ، وإذا كان هدفك هو التنبؤ ، فقد لا يكون الارتباط المتعدد سيئًا ، شريطة أن تستمر علاقة الارتباط المتعدد المشاهدة في العينة في فترة التنبؤ .

وأخيرا ، هناك تقنية إحصائية تسمى تحليل المكونات الرئيسية سوف "تحل" مشكلة الارتباط . في PCA نقوم ببناء متغيرات اصطناعية بحيث تكون متعامدة مع بعضها البعض . يتم استخراج هذه المتغيرات الاصطناعية ، والمعروفة باسم المكونات الرئيسية (PC) ، من المتغيرات المستقلة X الأصلية . من ثم يمكننا إجراء انحدار للمتغير التابع الأصلي على المكونات الرئيسية . لقد أظهرنا كيف يتم حساب PCs وتفسيرها ، باستخدام مثالنا التوضيحي .

أحد مميزات هذه الطريقة هي أن PCs عادة ما تكون أصغر في العدد من العدد الأصلي للمتغيرات المستقلة . لكن أحد العيوب العملية للـ PCA هو أن PCs في كثير من الأحيان ليس لها معنى اقتصادي قابل للتطبيق ، حيث إنها عبارة عن توليفات (مرجحة) للمتغيرات الأصلية التي يمكن أن يكون قد تم قياسها بوحدات قياس مختلفة . لذلك ، قد يكون من الصعب تفسير PCs . هذا هو السبب في أنها لا تستخدم كثيرا في البحوث الاقتصادية ، على الرغم من أنها تستخدم على نطاق واسع في البحوث النفسية والتربوية .

تطبيقات Exercise

4.1 بالنسبة لمثال الساعات الذي نوقش في هذا الفصل ، حاول الحصول على مصفوفة الارتباط للمتغيرات المدرجة في جدول [4.3] . يمكن لـ *Eviews* و *Stata* والعديد من البرامج الأخرى حساب الارتباطات بسهولة نسبية . ابحث عن المتغيرات التي ترتبط بدرجة كبيرة مع بعضها .

4.2 هل توافق على العبارة التالية ولماذا؟ إن الارتباطات البسيطة بين المتغيرات هي شرط كاف ولكنه ليس شرطًا ضروريًا لوجود ارتباط متعدد .

4.3 استمر مع التمرين 4.1 ، أوجد معاملات الارتباط الجزئي للمتغيرات المدرجة في جدول [4.2] ، باستخدام *Stata* أو أي برنامج آخر لديك . بناءً على الارتباطات الجزئية ، أي متغيرات يبدو أنها مرتبطة ارتباطًا قويًا؟

4.4 في النموذج ذو الثلاث متغيرات Y و المتغيرات المستقلة X_2 و X_3 ، يمكننا حساب ثلاثة معاملات ارتباط جزئي . على سبيل المثال ، يكون الارتباط الجزئي بين Y و X_2 ، مع الإبقاء على X_3 ثابتا ، المشار إليه بـ $r_{12.3}$ ، على النحو التالي :

$$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13} r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}}$$

r_{123} حيث يشير الدليل السفلي 1 و 2 و 3 إلى المتغيرات Y و X_2 و X_3 على التوالي و r_{12} و r_{13} و r_{23} هي معاملات ارتباط بسيطة بين المتغيرات .

(أ) متى يكون $r_{12.3}$ مساوياً لـ r_{12} ؟ وماذا يعني ذلك؟

(ب) هل يقل $r_{12.3}$ ، أو يكون مساوٍ أو أكبر من r_{12} ؟ فسر ذلك .

4.5 قم بعمل الانحدارات المساعدة الـ 15 المذكورة في الفصل وحدد المتغيرات التفسيرية التي ترتبط ارتباطًا كبيرًا ببقية المتغيرات التفسيرية .

4.6 ضع في اعتبارك مجموعات البيانات الواردة في الجدولين التاليين :

Table 1

Y	X_2	X_3
1	2	4
2	0	2
3	4	12
4	6	0
5	8	16

Table 2

Y	X_2	X_3
1	2	4
2	0	2
3	4	0
4	6	12
5	8	16

الاختلاف الوحيد بين الجدولين هو أن القيمة الثالثة والرابعة من X_3 مبدلة .

(أ) أجري انحدارا للمتغير Y على كل من X_2 و X_3 في كلا الجدولين ، واستخرج ناتج OLS المعتادة .

(ب) ما هو الفرق الذي تلاحظه في الانحدارين؟ وماذا يفسر هذا الاختلاف .

4.7 توضح البيانات التالية احتياجات القوى العاملة لتنفيذ مشروع إقامة مساكن لضباط البكالوريوس في البحرية في US ، المكونة من 25 بناية .

يتم وصف المتغيرات أدناه ويتم عرض البيانات في جدول [4.9] ، [1] والتي يمكن العثور عليها على الموقع الإلكتروني المرفق :

Y : ساعات العمل الشهرية اللازمة لتنفيذ المشروع

X_1 : متوسط معدل الإشغال اليومي

X_2 : المتوسط الشهري لعدد تسجيلات الوصول

X_3 : ساعات العمل الأسبوعية لتشغيل مكتب الخدمة

X_4 : منطقة الاستخدام العام (بالقدم المربع)

X_5 : عدد أجنحة البناء

X_6 : سعة الرسو التشغيلي

X_7 : عدد الغرف

(1) المصدر :
R. J. Freund and R. C. Littell (1991) *SAS System for Regression*. SAS Institute Inc.

الأسئلة:

هل المتغيرات التفسيرية ، أو بعض الأجزاء الفرعية منها ، مرتبطة؟ كيف يتم الكشف عن هذا؟ إظهر الحسابات الضرورية .

اختياري : قم بعمل تحليل المكونات الأساسية ، باستخدام البيانات الواردة في الجدول أعلاه .

4.8 ارجع إلى التمرين 4.6 . أولاً إجري انحدارا لـ Y على X_3 واحصل على البواقي من هذا الانحدار ، مثلا e_{1i} . ثم إجري انحدارا لـ X_2 على X_3 واحصل على البواقي من هذا الانحدار ، مثلا e_{2i} . الآن إجري انحدارا لـ e_{1i} على e_{2i} . سيعطي هذا الانحدار معامل الانحدار الجزئي المعطى في معادلة (4.2) . ماذا يظهر هذا التمرين؟ وكيف تصف البواقي e_{1i} و e_{2i}؟

الفصل الخامس

5 تشخيص الانحدار II: عدم ثبات التباين
Regression diagnostic II: heteroscedasticity

واحدة من المشاكل الشائعة التي تواجهنا عند التعامل مع البيانات المقطعية هي عدم ثبات التباين (التباين غير المتساو) في حد الخطأ . هناك العديد من الأسباب التي تؤدي إلى عدم الثبات ، مثل وجود القيم المتطرفة في البيانات ، أو شكل دالة غير صحيح لنموذج الانحدار ، أو التحويل غير الصحيح للبيانات ، أو خلط المشاهدات التي لها مقاييس حجم مختلفة (مثل مزج الأسر ذات الدخل المرتفع مع الأسر ذات الدخل المنخفض) الى آخره .

5.1 عواقب عدم ثبات التباين[1]

Consequences of heteroscedasticity

يفترض نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (CLRM) أن حد الخطأ u_i في نموذج الانحدار له تباين ثابت (تباين متساوي) عبر المشاهدات ، مشار إليه بـ σ^2 . على سبيل المثال ، عند دراسة الإنفاق الاستهلاكي فيما يتعلق بالدخل ، هذا الافتراض يعني أن الأسر ذات الدخل المنخفض وذات الدخل المرتفع لديها نفس الفروق في التباين رغم اختلاف مستوى الإنفاق الاستهلاكي .

ومع ذلك ، إذا لم يتم استيفاء فرضية الثبات أو التباين المتساوي ، فإننا نواجه مشكلة عدم الثبات ، أو التباين غير المتكافئ ، يرمز له بالرمز σ_i^2 (لاحظ الدليل السفلي i) . وهكذا ، بالمقارنة مع الأسر ذات الدخل المنخفض ، فإن الأسر ذات الدخل المرتفع ليس لديها فقط مستوى متوسط أعلى من الإنفاق الاستهلاكي ولكن أيضا زيادة التقلب في الإنفاق الاستهلاكي . ونتيجة لذلك ، في حالة عمل انحدار للإنفاق الاستهلاكي بالنسبة لدخل الأسرة ، فمن المرجح أن نواجه عدم ثبات في التباين .

إن عدم ثبات التباين يخلف العواقب التالية :

(1) للاطلاع على التفاصيل . انظر: Gujarati/Porter text, *op cit.*, Chapter 11

1 . لا يغير عدم ثبات التباين الخواص غير المتحيزة والاتساق لمقدرات OLS .

2 . ولكن لم تعد مقدرات OLS لها أقل تباين أو لم تعد كفء . أي أنها ليست أفضل مقاييس خطية غير متحيزة (BLUE) ؛ هي ببساطة مقدرات خطية غير متحيزة (LUE) .

3 . نتيجة لذلك ، قد لا تكون اختبارات t و F التي تستند إلى الافتراضات المعيارية لـ CLRM موثوق بها ، مما يؤدي إلى استنتاجات خاطئة بشأن المعنوية الإحصائية لمعاملات الانحدار المقدرة .

4 . في ظل وجود مشكلة عدم ثبات التباين ، يتم توفير مقدرات لها خاصية (BLUE) من خلال طريقة المربعات الصغرى المرجحة (WLS) .

وبسبب هذه العواقب ، من المهم أن نتحقق من وجود تغيرات في مستوى عدم ثبات التباين ، والتي توجد عادة في البيانات المقطعية . قبل أن نفعل ذلك ، نفكر في مثال واقعي .

5.2 معدلات الإجهاض في الولايات المتحدة الأمريكية

Abortion rates in the USA

ما هي العوامل التي تحدد معدل الإجهاض عبر الولايات الخمسين في USA ؟ لدراسة هذا ، حصلنا على البيانات الموضحة في جدول [5.1] ، والتي يمكن العثور عليها على الموقع الالكتروني .[1]

المتغيرات المستخدمة في التحليل كما يلي :

State = اسم الولاية (50 ولاية أمريكية) .

ABR = معدل الإجهاض ، عدد حالات الإجهاض لكل ألف امرأة تتراوح أعمارهن بين 15 – 44 عام 1992 .

Religion = النسبة المئوية لسكان الولاية حسب الديانة .

(1) تم الحصول على البيانات من موقع :
Leo H. Kahane, http://www.cbe.csueastbay.edu/~kahane.

Price = متوسط السعر المفروض في 1993 على المرافق غير التابعة للمستشفى للإجهاض في 10 أسابيع بالتخدير الموضعي (مرجح بعدد حالات الإجهاض التي أجريت في عام 1992) .

Laws = متغير يأخذ قيمة 1 إذا فرضت الدولة قانونًا يمنع إجراء الإجهاض لفتاة قاصر ، 0 بخلاف ذلك .

Funds = المتغير الذي يأخذ قيمة 1 إذا كانت أموال الدولة متاحة للاستخدام لدفع تكاليف الإجهاض في معظم الحالات ، 0 خلاف ذلك .

Educ = النسبة المئوية لسكان الولاية الذين يبلغ عمرهم 25 عامًا أو أكثر ويحملون شهادة الثانوية العامة (أو ما يعادلها) ، في عام 1990 .

Income = الدخل المتاح للفرد الواحد ، في عام 1992 .

Picket = النسبة المئوية للمستجيبين الذين أبلغوا عن تعرضهم للاضراب مع احتكاك جسدي أو صد المرضى .

النموذج The model

كنقطة بداية ، فإننا نعتبر نموذج الانحدار الخطي التالي :

$$ABR_i = B_1 + B_2 Rel_i + B_3 Price_i + B_4 Laws_i + B_5 Funds_i + B_6 Educ_i + B_7 Income_i + B_8 Picket_i + u_i \quad (5.1)$$

$i = 1, 2, \ldots, 50$

قبل هذا ، نتوقع أن تكون ABR ذات علاقة عكسية بالدين ، والسعر ، والقوانين ، والاضراب ، والتعليم ، وترتبط بعلاقة طردية بالتمويل والدخل . ونفترض أن حد الخطأ يفي بالافتراضات الكلاسيكية القياسية ، بما في ذلك افتراض ثبات التباين . بالطبع ، سنقوم بتحليل ما بعد التقييم لنرى ما إذا كان هذا الافتراض قائماً في الحالة الحالية . باستخدام *Eviews6* ، حصلنا على نتائج جدول [5.2] ، والتي تم تقديمها في تنسيق *Eviews* القياسي .

جدول [5.2] تقدير OLS لدالة معدل الاجهاض

Dependent Variable: ABORTION
Method: Least Squares
Sample: 1 50
Included observations: 50

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	14.28396	15.07763	0.947361	0.3489
RELIGION	0.020071	0.086381	0.232355	0.8174
PRICE	−0.042363	0.022223	−1.906255	0.0635
LAWS	−0.873102	2.376566	−0.367380	0.7152
FUNDS	2.820003	2.783475	1.013123	0.3168
EDUC	−0.287255	0.199555	−1.439483	0.1574
INCOME	0.002401	0.000455	5.274041	0.0000
PICKET	−0.116871	0.042180	−2.770782	0.0083

R-squared	0.577426	Mean dependent var	20.57800
Adjusted R-squared	0.506997	S.D. dependent var	10.05863
S.E. of regression	7.062581	Akaike info criterion	6.893145
Sum squared resid	2094.962	Schwarz criterion	7.199069
Log likelihood	−164.3286	Durbin–Watson stat	2.159124
F-statistic	8.198706	Prob(F-statistic)	0.000003

كما تظهر هذه النتائج ، على أساس إحصائية t ، فإن السعر والدخل والإضراب معنوية عند مستوى 10% أو عند مستوي معنوية أقل ، في حين أن المتغيرات الأخرى ليست معنوية ، على الرغم من أن بعضها (القوانين والتعليم) أمامها اشارات صحيحة .

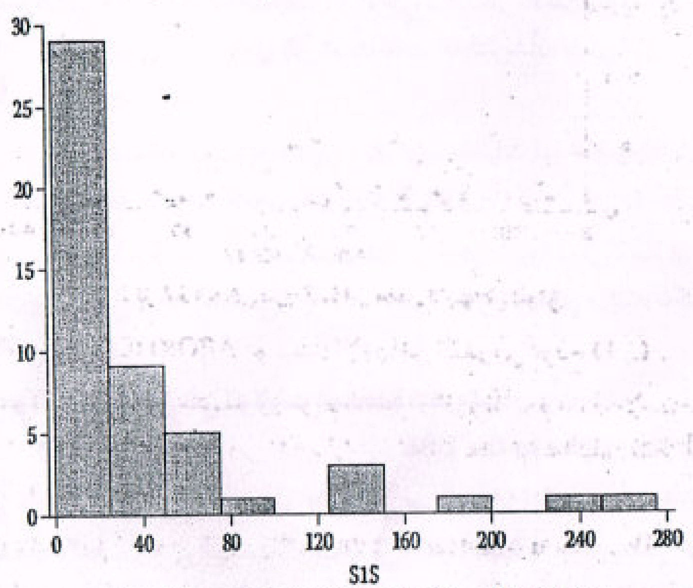
ولكن تذكر أنه إذا كان هناك عدم ثبات في التباين، قد لا تكون قيم t المقدرة موثوق بها .

تُظهر قيمة R^2 أن 58% من التباين في معدل الإجهاض يفسر بالنموذج . إن إحصاء F ، الذي يختبر الفرض القائل بأن جميع معاملات الميل تساوي الصفر في نفس الوقت ، يرفض بوضوح هذا الفرض ، لأن قيمتها 8.199 معنوية للغاية ؛ قيمة الاحتمال p الخاصة به هي صفر عمليا . مرة ثانية ، يجب أن نأخذ في الاعتبار أن إحصاء F قد لا يكون موثوقًا به إذا كان هناك عدم ثبات في التباين .

لاحظ أن F المعنوية لاتعني أن كل متغير تفسيري يكون معنويا ، حيث إن الإحصاء t تظهر أن بعض المتغيرات التفسيرية فقط معنوية .

تحليل النتائج Analysis of results

كما لاحظنا ، نواجه عادة في البيانات المقطعية مشكلة عدم ثبات التباين . في مثالنا ، بسبب تنوع الولايات فإننا نشك بوجود عدم ثبات التباين .



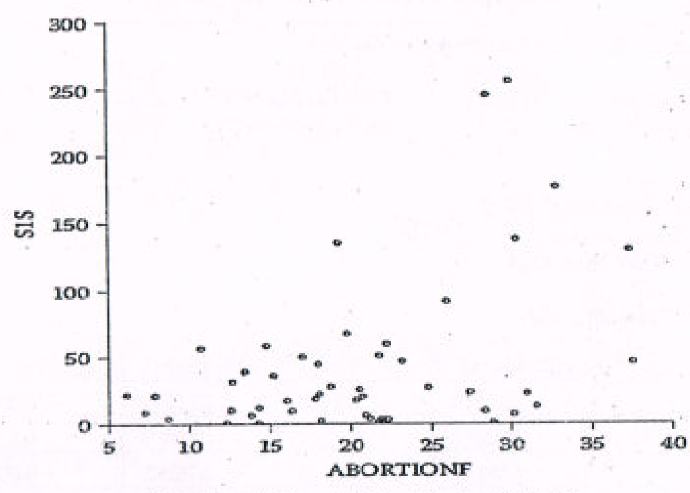
شكل 5.1 المدرج التكراري للبواقي المربعة من معادلة (5.1)

يمكننا رسم مدرج تكراري لمربعات البواقي (S1S) من الانحدار الوارد في جدول [5.2] كاختبار بسيط لعدم ثبات التباين ؛ انظر شكل 5.1 .

واضح من هذا الشكل أن مربع البواقي ، المناظر لحدود الخطأ المربعة ، لا تشير إلى أن حد الخطأ له تباين ثابت .(1)

يمكننا أن نحصل على لمحة أفضل عن عدم ثبات التباين إذا قمنا برسم مربع البواقي (S1S) مقابل معدل الإجهاض المقدر من نموذج الانحدار (شكل 5.2)

(1) تذكر أن تقدير OLS لتباين الخطأ معطى كما يلي: $\hat{\sigma}^2 = \Sigma e_i^2/(n-k)$ أي ، مربعات البواقي مقسومة على درجات الحرية .



شكل 5.2 البواقي المربعة مقابل معدل الاجهاض الموفق

ملاحظة : ABORTIONF هو معدل الإجهاض المقدر من نموذج (5.1) .

يبدو أن هناك علاقة منتظمة بين مربع البواقي والقيم المقدرة لمعدل الإجهاض ، والتي يمكن فحصها من خلال بعض الاختبارات الشكلية لعدم ثبات التباين (انظر أيضاً معادلة (5.3) أدناه) .

5.3 اكتشاف عدم ثبات التباين Detection of heteroscedasticity

بجانب الطرق البيانية الموضحة في القسم السابق ، يمكننا استخدام اختبارين شائعين لعدم ثبات التباين ، وهما اختبار Breusch – Pagan واختبار White .[1]

اختبار Breusch – Pagan (BP)

يتضمن هذا الاختبار الخطوات التالية :

1 – تقدير انحدار OLS ، كما هو موضح في جدول [5.2] ، والحصول على مربعات بواقي OLS ، e_i^2 ، من هذا الانحدار .

2 – نجري انحدارا لـ e_i^2 على المتغيرات المستقلة التي عددها k المتضمنة في النموذج .

(1) يمكن العثور على تفاصيل هذه الاختبارات وغيرها في كتاب Gujarati/Porter text, *op cit.*, Chapter 11.

الفكرة هنا هي معرفة ما إذا كانت مربعات البواقي (تناظر مربع حد الخطأ الحقيقي) مرتبطة بواحد أو أكثر من المتغيرات X .[1] يمكن اختيار متغيرات مستقلة أخرى قد يكون لها بعض التأثير على تباين الخطأ . الآن نجري الانحدار التالي :

$$e_i^2 = A_1 + A_2Rel_i + A_3Price_i + A_4Laws_i + A_5Funds_i$$
$$+A_6Educ_i + A_7Income_i + A_8Picket_i + v_i \qquad (5.2)$$

حيث v_i هو حد الخطأ .

نحفظ R^2 من الانحدار (5.2) ؛ ونطلق عليه R^2_{aux} ، حيث aux يعني إضافي auxiliary ، حيث إن معادلة (5.2) هي معادلة إضافية للانحدار الأولي (5.1) (انظر جدول [5.3]) . الفكرة من وراء معادلة (5.2) هو معرفة ما إذا كان مربع حد الخطأ مرتبطًا بواحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة ، وهو ما قد يشير إلى احتمال وجود عدم ثبات التباين في البيانات .

3 – فرض العدم هنا هو أن تباين الخطأ ثابت – أي ، جميع معاملات الميل في معادلة (5.2) تساوي في نفس الوقت صفر .[2] يمكن استخدام الإحصاء F من هذا الانحدار مع درجات حرية df تساوي $(k - 1)$ و $(n - k)$ في البسط والمقام ، على التوالي ، لاختبار هذا الفرض . إذا كانت الإحصاء F المحسوبة من معادلة (5.2) معنوية ، يمكننا رفض فرض ثبات التباين . إذا لم يكن كذلك ، قد لا نرفض الفرض العدمي .

كما تظهر النتائج في جدول [5.3] ، إحصاء F بدرجات حرية 7 في البسط و 42 في المقام) معنوية للغاية ، القيمة الاحتمالية p لها هي فقط حوالي 2% . وبالتالي يمكننا رفض فرض العدم .

4 – بدلاً من ذلك ، يمكن استخدام إحصاء مربع كاي chi–square . يمكن توضيح أنه في ظل فرض العدم بثبات التباين ، فإن حاصل ضرب R^2_{aux} (المحسوب في الخطوة 2) وعدد المشاهدات يتبع توزيع chi–square ، مع df مساويًا لعدد المتغيرات المستقلة في النموذج . إذا كانت قيمة chi–square المحسوبة ذات قيمة

(1) على الرغم من أن e_i^2 ليست هي نفس الشيء مثل u_i^2. في العينات الكبيرة ، فإن الأول هو بديل جيد .

(2) إذا كانت هذه هي الحالة ، فإن الثابت A_1 يقترح أن يكون تباين الأخطاء ثابتًا أو متجانسا .

p منخفضة ، يمكننا رفض فرض العدم بثبات التباين .[1] كما أظهرت النتائج في جدول [5.3] ، فإن قيمة chi-square المشاهدة ($R^2_{aux}\, n =$) حوالي 16 لديها قيمة p منخفضة جداً ، مما يوحي بأنه يمكننا رفض فرض العدم بثبات التباين . لعرض هذا بشكل آخر ، يعاني الانحدار في جدول [5.2] من مشكلة عدم ثبات التباين .

ملاحظة تحذيرية: هذا الاختبار هو اختبار عينة كبيرة وقد لا يكون مناسبًا في بعض العينات الصغيرة .[2]

باختصار ، ربما يبدو أن معدل الانحدار في معدل الإجهاض يعاني من عدم ثبات التباين .

بالعودة إلى مثالنا ، نحصل على النتائج الموضحة في جدول [5.3] .

اختبار وايت White لعدم ثبات التباين

نبدأ أولا بالفكرة التي يقوم عليها اختبار BP ونجري انحدارا لمربع البواقي على المتغيرات المستقلة السبعة ، ولمربعات هذه المتغيرات المستقلة ، ولحاصل الضرب المتقاطع بين كل اثنين من المتغيرات المستقلة ، وذلك ينتج إجمالي 33 معاملا .

كما في اختبار BP ، نحصل على قيمة R^2 من هذا الانحدار ونضربه في عدد المشاهدات . بناء على فرض العدم أن هناك ثبات في التباين ، يتبع حاصل الضرب هذا توزيع مربع كاي مع قيمة df مساوية لعدد المعاملات المقدرة . اختبار White أكثر عمومية وأكثر مرونة من اختبار BP .

(1) تذكر العلاقة بين إحصائيات F و χ^2 وهي: $mF_{m,n} = \chi^2_m \quad as\ n \rightarrow \infty$ بمعنى أنه بالنسبة لقيمة df الكبيرة في المقام ، تكون قيمة df في البسط مضروبة في قيمة F مساوية تقريبا لقيمة مربع كاي بدرجات حرية البسط ، ، حيث إن m و n درجات الحرية للبسط والمقام ، على التوالي (انظر الملحق الإحصائي)

(2) قد يجادل المرء بأن البيانات التي لدينا ليست في الحقيقة عينة عشوائية ، لأن لدينا جميع الولايات في الاتحاد . لذلك ، لدينا في الواقع جميع السكان . لكن تذكر أن بيانات معدل الإجهاض هي لمدة عام واحد فقط . من الممكن أن يختلف هذا المعدل من سنة إلى أخرى . ومن ثم يمكننا معالجة البيانات المستخدمة للسنة الواحدة كعينة من جميع معدلات الإجهاض الممكنة لجميع السنوات التي لدينا بيانات عنها .

جدول [5.3] اختبار Breusch-Pagan لعدم ثبات التباين

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey

F-statistic	2.823820	Prob. F(7,42)	0.0167
Obs*R-squared	16.00112	Prob. Chi-Square(7)	0.0251
Scaled explained SS	10.57563	Prob. Chi-Square(7)	0.1582

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 10/05/09 Time: 13:14
Sample: 1 50
Included observations: 50

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	16.68558	110.1532	0.151476	0.8803
RELIGION	-0.134865	0.631073	-0.213707	0.8318
PRICE	0.286153	0.162357	1.762492	0.0853
LAWS	-8.566472	17.36257	-0.493387	0.6243
FUNDS	24.30981	20.33533	1.195447	0.2386
EDUC	-1.590385	1.457893	-1.090879	0.2815
INCOME	0.004710	0.003325	1.416266	0.1641
PICKET	-0.576745	0.308155	-1.871606	0.0682

R-squared	0.320022	Mean dependent var	41.89925
Adjusted R-squared	0.206693	S.D. dependent var	57.93043
S.E. of regression	51.59736	Akaike info criterion	10.87046
Sum squared resid	111816.1	Schwarz criterion	11.17639
Log likelihood	-263.7616	Durbin-Watson stat	2.060808
F-statistic	2.823820	Prob(F-statistic)	0.016662

في المثال الحالي ، إذا لم نضف مربعات الحدود وحواصل الضرب المتقاطعة إلى الانحدار المساعد ، فإننا نحصل على $nR^2 = 15.7812$ ، الذي يحتوي على توزيع مربع كاي مع 7 درجات حرية . احتمال الحصول على القيمة هذه لمربع كاي أو قيمة أكبر هو حوالي 0.03 ، وهو احتمال منخفض جدا . هذا من شأنه أن يوحي بأننا نستطيع أن نرفض فرض العدم بثبات التباين .

إذا أضفنا مربعات الحدود وحواصل الضرب المتقاطعة إلى الانحدار المساعد ،

نحصل على $nR^2 = 32.1022$ ، الذي له قيمة مربع كاي مع 33 .[1] احتمال الحصول على قيمة chi-square هذه حوالي 0.51 . في هذه الحالة لن نرفض فرض العدم .

كما يوضح هذا التمرين ، فإن اختبار White chi-square حساس لما إذا كنا نضيف أو لا نضيف مربعات الحدود وحواصل الضرب المتقاطعة من الانحدار المساعد .[2] تذكر أن اختبار White هو اختبار عينة كبيرة . لذلك ، عندما نقوم بإدراج المتغيرات المستقلة ومربعاتها ومربعات حواصل الضرب المتقاطعة ، مما يؤدي إلى خسارة 33 من درجات الحرية ، من المرجح أن تكون نتائج الانحدار المساعد حساسة للغاية ، وهذا هو الحال هنا .

لتجنب خسارة عددا كبيرا درجات الحرية ، يمكن اختصار اختبار White من خلال اجراء انحدار لمربعات البواقي على القيمة المقدرة للمتغير التابع ومربعها .[3] هذا يعني أننا نجري الانحدار :

$$e_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 Abortionf + \alpha_3 bortionf^2 + v_i \quad (5.3)$$

حيث *Abortionf* = قيمة التنبؤ بمعدل الإجهاض من معادلة (5.1) .

بما أن معدل الإجهاض المقدر هو دالة خطية في المتغيرات المستقلة المدرجة في نموذج معادلة (5.1) ، ندمج بطريقة ما وبشكل غير مباشر المتغير المستقل الأصلي ومربعه في تقدير معادلة (5.3) ، والتي تعتبر جوهر اختبار White الأصلي . ولكن لاحظ أنه في معادلة (5.3) لا يوجد مجال لحد حاصل الضرب المتقاطع ، وبالتالي تتجنب حدود حاصل الضرب المتقاطع كما هو الحال في اختبار White الأصلي . وبالتالي ، فإن اختبار White المختصر يحفظ عدة درجات من درجات الحرية .

تعرض نتائج هذا الانحدار في جدول [5.4] . الإحصاء المثير للإهتمام في هذا الجدول هو إحصاء F ، والذي يعتبر ذو معنوية إحصائية كبيرة ، لأن القيمة p له

(1) هذا لأن لدينا 7 متغيرات مستقلة، 5 من مربعات المتغيرات المستقلة وحاصل الضرب المتبادل لكل متغير مستقل في المتغيرات المستقلة الأخرى . لكن لاحظ أننا لا نضيف قيم تربيعية للمتغيرات الوهمية ، لأن مربع المتغير الوهمي الذي يأخذ قيمة 1 هي أيضًا 1 . لاحظ أيضًا أن حاصل الضرب لكل من الدين والدخل هو نفس حاصل ضرب الدخل والدين ، لذلك تجنب ازدواجية العد .

(2) لهذا السبب لوحظ أن اختبار White له قوة (احصائية) ضعيفة . قوة الاختبار (الإحصائية) هي احتمال رفض فرض العدم عندما يكون غير صحيح .

(3) انظر:
Jeffrey M. Wooldridge, *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, 4th edn, South-Western Publishing, 2009, p. 275.

منخفضة للغاية . لذلك فإن اختبار White يدعم اختبار BP ويستنتج أن دالة الاجهاض تعاني فعليا من عدم ثبات التباين . وقد تم التوصل إلى هذا الاستنتاج مع فقدان عدد أقل من درجات الحرية .

لاحظ أنه على الرغم من أن إحصاء F معنويا ، فإن معاملي الانحدار الجزئي ليسا معنويين بشكل فردي . بالمناسبة ، إذا حذفنا حد ABORTIONF المربع من معادلة (5.3) ، سوف نجد أن حد ABORTIONF معنويا .[1] والسبب في ذلك هو أن حدود ABORTIONF ومربعاته مرتبطة في شكل دالة ، مما يزيد من الارتباط المتعدد . ولكن ضع في اعتبارك أن الارتباط المتعدد يشير إلى العلاقات الخطية بين المتغيرات وليس العلاقات غير الخطية ، كما هو الحال في معادلة (5.3) .

ومن الجدير بالملاحظة أنه سواء استخدمنا BP أو White أو أي اختبار آخر لعدم ثبات التباين ، فإن هذه الاختبارات ستوضح فقط ما إذا كان تباين الخطأ في حالة محددة غير ثابت أم لا . لكن هذه الاختبارات لا تشير بالضرورة إلى ما يجب فعله إذا واجهنا عدم ثبات التباين .

جدول [5.4] اختبار White المختصر

Dependent Variable: RES^2
Method: Least Squares
Sample: 1 50
Included observations: 50
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	20.20241	27.09320	0.745663	0.4596
ABORTIONF	-1.455268	3.121734	-0.466173	0.6432
ABORTIONF^2	0.107432	0.081634	1.316014	0.1946

R-squared	0.193083	Mean dependent var	41.89925
Adjusted R-squared	0.158746	S.D. dependent var	57.93043
S.E. of regression	53.13374	Akaike info criterion	10.84163
Sum squared resid	132690.1	Schwarz criterion	10.95635
Log likelihood	-268.0406	Durbin-Watson stat	1.975605
F-statistic	5.623182	Prob(F-statistic)	0.006464

(1) يبلغ معامل Abortionf القيمة 3.1801 وقيمة t له هي 3.20 ، وهو معنويا عند مستوى 0.002 .

5.4 التدابير العلاجية Remedial measures

بمعرفة عواقب عدم ثبات التباين ، فقد يكون من الضروري البحث عن إجراءات علاجية . المشكلة هنا هي أننا لا نعرف التباينات غير الثابتة ، σ_i^2 ، لأنها نادراً ما يتم ملاحظتها . إذا استطعنا رصدها ، فيمكننا الحصول على تقدير BLLUE عن طريق قسمة كل مشاهدة على σ_i (غير الثابت) وتقدير النموذج المحول بطريقة OLS . تُعرف طريقة التقدير هذه بطريقة المربعات الصغرى المرجحة **weighted least squares** **(WLS)**[1]. للأسف ، نادراً ما يُعرف σ_i^2 الحقيقي . إذاً ، ما هو الحل؟

في الواقع ، نقوم بتخمينات متعمقة حول ما قد يكون عليه σ_i^2 وتحويل نموذج الانحدار الأصلي بطريقة تجعل تباين الخطأ في النموذج المحول ثابتا . بعض التحويلات المستخدمة في الممارسة هي كما يلي[2]:

1 . إذا كان تباين الخطأ الحقيقي يتناسب مع مربع أحد المتغيرات المستقلة ، يمكننا قسمة جانبي المعادلة (5.1) على هذا المتغير وإجراء الانحدار المحول . افترض في المعادلة (5.1) أن تباين الخطأ يتناسب مع مربع الدخل . لذلك فإننا نقسم معادلة (5.1) على متغير الدخل لكلا الجانبين وتقدير هذا الانحدار . ثم نخضع هذا الانحدار لاختبارات عدم ثبات التباين ، مثل اختبارات BP و White . إذا كانت هذه الاختبارات تشير إلى أنه لا يوجد أي دليل على وجود علاقة عدم ثبات ، يمكن أن نفترض بعد ذلك أن حد الخطأ المحول له تباين ثابت .

2 . إذا كان تباين الخطأ الحقيقي متناسبًا مع أحد المتغيرات المستقلة ، فيمكننا استخدام ما يسمى بالتحويل المربّع ، أي أننا نقسم جانبي (5.1) على الجذر التربيعي للمتغير المستقل الذي اخترناه . بعد ذلك نقدر الانحدار وبالتالي تحويل وإخضاع هذا الانحدار إلى اختبارات عدم ثبات التباين . إذا كانت هذه الاختبارات مرضية ، من الممكن أن نعتمد على هذا الانحدار .

هناك مشاكل عملية في تطبيقات هذه الإجراءات . أولاً ، كيف نعرف أي متغير مستقل نختاره لعملية التحويل إذا كان هناك العديد من المتغيرات المستقلة؟ يمكننا المضي قدمًا عن طريق التجربة والخطأ ، ولكن هذا الإجراء سيستغرق وقتًا طويلاً . ثانياً ، إذا كانت بعض قيم المتغير المستقل الذي تم اختياره هي صفراً ، فإن القسمة على الصفر من الواضح أنها ستكون مشكلة كبيرة .

---

(1) نظرًا لأن كل مشاهدة مقسومة (أي مرجحة) على σ_i ، فسيتم خصم نسبة كبيرة من المشاهدات التي تكون قيمة σ_i لها كبيرة مقارنةً بالمشاهدات التي لها قيمة σ_i قليلة .

(2) للاطلاع على التفاصيل ، انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, pp. 392–5

يمكن في بعض الأحيان تجنب مشكلة اختيار متغير مستقل باستخدام القيمة Y المقدرة (أي $\hat{Y}_i$) ، وهي قيمة متوسط مرجح لجميع المتغيرات المستقلة في النموذج ، والترجيحات ستكون هي معاملات الانحدار لهذه المتغيرات b_s .

يمكن الإشارة إلى أن كل هذه الأساليب من التحويلات تكون إلى حد ما مخصصة لغرض ما . ولكن ليس هناك الكثير الذي يمكننا القيام به حيال ذلك ، لأننا نحاول تخمين ما هي تباينات الخطأ الحقيقية . كل ما يمكن أن نأمله هو أن التخمين يكون جيدا بشكل معقول .

لتوضيح كل هذه التحويلات سوف تكون مضيعة للوقت والمكان . ومع ذلك ، سنوضح واحدة فقط من هذه التحويلات . إذا قسمنا (5.1) على معدل الإجهاض المقدر من (5.1) ، نحصل على نتائج في جدول [5.5] .

لقد اخضعنا هذا الانحدار لاختبارات Breusch–Pagan و White ، لكن كلا الاختبارين أظهرا أن مشكلة عدم ثبات التباين لا تزال قائمة .[1] يجب إضافة أننا نجري التحويلات لغرض التخلص من عدم ثبات التباين . يمكننا العودة إلى الانحدار الأصلي من خلال الضرب في ABORTIONF النتائج في جدول [5.5] .

جدول [5.5] معادلة (5.1) المحولة

Dependent Variable: ABORTION/ABORTIONF
Method: Least Squares
Sample: 1 50
Included observations: 50

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
1/ABORTIONF	12.81786	11.22852	1.141545	0.2601
RELIGION/ABORTIONF	0.066088	0.068468	0.965239	0.3400
PRICE/ABORTIONF	−0.051468	0.017507	−2.939842	0.0053
LAWS/ABORTIONF	−1.371437	1.819336	−0.753812	0.4552
FUNDS/ABORTIONF	2.726181	3.185173	0.855897	0.3969
EDUC/ABORTIONF	−0.228903	0.147545	−1.551408	0.1283
INCOME/ABORTIONF	0.002220	0.000481	4.616486	0.0000
PICKET/ABORTIONF	−0.082498	0.031247	−2.640211	0.0116

R-squared	0.074143	Mean dependent var	1.011673
Adjusted R-squared	−0.080166	S.D. dependent var	0.334257
S.E. of regression	0.347396	Akaike info criterion	0.868945
Sum squared resid	5.068735	Schwarz criterion	1.174869
Log likelihood	−13.72363	Durbin–Watson stat	2.074123

ملاحظة : Abortionf هو معدل الاجهاض المتنبأ به من معادلة (5.1)

---

(1) لتوفير مساحة، فإننا لا نقدم النتائج التفصيلية. يمكن للقراء التحقق من الاستنتاج من خلال إجراء الاختبارات الخاصة بهم، باستخدام البيانات الواردة في الجدول [5.1].

3 . التحويل اللوغاريتمي : في بعض الأحيان ، بدلا من تقدير الانحدار (5.1) ، يمكننا أن نجري انحدارا للوغاريتم المتغير التابع على المتغيرات المستقلة ، والتي قد تكون خطية أو في شكل لوغاريتمي . والسبب في ذلك هو أن التحويل اللوغاريتمي يضغط على المقاييس التي يتم بها قياس المتغيرات ، مما يقلل الفرق الذي يبلغ عشرة أضعاف بين قيمتين إلى فرق يبلغ ضعفين فقط . على سبيل المثال ، الرقم 80 هو 10 أضعاف الرقم 8 ، ولكن ln80 (=4.3280) يبلغ ضعف ln8 (=2.0794) .

التحذير الوحيد حول استخدام التحويل اللوغاريتمي هو أنه يمكننا أخذ لوغاريتمات الأرقام الموجبة فقط .

بإجراء انحدار لوغاريتم معدل الإجهاض على المتغيرات المدرجة في معادلة (5.1) ، نحصل على النتائج التالية في جدول [5.6] .

وصفيا هذه النتائج مماثلة لتلك الواردة في جدول [5.1] ، من حيث إن السعر والدخل ومتغيرات الاضراب ذات معنوية إحصائية . غير أن تفسير معاملات الانحدار يختلف عن ذلك التفسير في جدول [5.1] . تقيس معاملات الانحدار المختلفة شبه المرونة – أي التغيرات النسبية في معدل الإجهاض عندما تتغير قيمة المتغير المستقل بمقدار وحدة واحدة .[1] وهكذا ، يعني معامل السعر 0.003 – أنه إذا ارتفع السعر بمقدار دولارا ، يكون التغيير النسبي في معدل الإجهاض هو (0.003–) أو حوالي 0.3% – . جميع المعاملات الأخرى يجب أن يتم تفسيرها بشكل خاص .[2]

عندما تم اختبار هذا الانحدار باختبار Breusch – Pagan واختبار White (بدون شروط الحدود المربعة و حاصل الضرب التبادلي) ، وجد أن هذا الانحدار لم يعان من عدم ثبات التباين . مرة أخرى ، يجب أن يتم قبول هذه النتيجة بحذر ، لأن «عينة» من 51 مشاهدة قد لا تكون كبيرة بما فيه الكفاية .

هذا الاستنتاج يثير نقطة مهمة حول اختبارات عدم ثبات التباين . إذا كان واحد أو أكثر من هذه الاختبارات يشير إلى أننا نواجه مشكلة عدم ثبات التباين ، فقد لا يكون الأمر عدم ثبات التباين في حد ذاته ولكن خطأ في توصيف النموذج ، وهو موضوع سنناقشه في فصل 7 ببعض التفاصيل .

(1) استرجع مناقشتنا حول النماذج نصف اللوغاريتمية .
(2) ولكن تذكر التحذير الوارد في الفصل السابق حول تفسير المتغيرات الوهمية في الانحدارات نصف اللوغاريتمية .

جدول [5.6] الانحدار اللوغاريتمي لمعدل الاجهاض

Dependent Variable: LABORTION
Method: Least Squares
Date: 10/09/09 Time: 14:45
Sample: 1 50
Included observations: 50

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.833265	0.755263	3.751362	0.0005
RELIGION	0.000458	0.004327	0.105742	0.9163
PRICE	−0.003112	0.001113	−2.795662	0.0078
LAWS	−0.012884	0.119046	−0.108226	0.9143
FUNDS	0.087688	0.139429	0.628907	0.5328
EDUC	−0.014488	0.009996	−1.449417	0.1546
INCOME	0.000126	2.28E−05	5.546995	0.0000
PICKET	−0.006515	0.002113	−3.083638	0.0036

R-squared	0.589180	Mean dependent var	2.904263
Adjusted R-squared	0.520710	S.D. dependent var	0.511010
S.E. of regression	0.353776	Akaike info criterion	0.905342
Sum squared resid	5.256618	Schwarz criterion	1.211266
Log likelihood	−14.63355	Durbin−Watson stat	1.929785
F-statistic	8.604924	Prob(F-statistic)	0.000002

Note : Labortion = log of abortion

عدم ثبات تباين White- أخطاء معيارية متسقة أو أخطاء robust معيارية [1]

White's heteroscedasticity-consistent standard errors or robust standard errors

إذا كان حجم العينة كبيرا ، اقترح White إجراءً للحصول على أخطاء معيارية لعدم ثبات التباين مصححة . وتعرف هذه في الدراسات السابقة بأخطاء robust المعيارية . تم إنشاء أسلوب White الآن في العديد من حزم البرامج . لا يغير الاجراء

(1) يمكن العثور على التفاصيل في: Gujarati/Porter, *op cit.*, p. 391

قيم المعاملات الواردة في جدول [5.2] ، ولكنه يقوم بتصحيح الأخطاء المعيارية للسماح باختلاف التباين . باستخدام *Eviews* ، نحصل على النتائج في جدول [5.7] .

إذا قمنا بمقارنة هذه النتائج مع تلك الواردة في جدول [5.2] ، فسنرى بعض التغييرات . لقد أصبح متغير السعر الآن أقل معنوية من ذي قبل ، رغم أن معاملات الدخل والأضراب لها نفس المستوى من المعنوية . ولكن لاحظ أن معاملات الانحدار المقدرة تبقى كما هي في الجدولين .

لكن لا تنس أن إجراء White صالح في عينات كبيرة ، وهو ما قد لا يكون كذلك في المثال الحالي . دعونا نعيد النظر في دالة الأجر التي استعرضناها أولاً في الفصل الأول ودالة ساعات العمل التي نوقشت في الفصل الرابع ؛ في كلتا الحالتين لدينا عينات كبيرة إلى حد معقول .

جدول [5.7] الأخطاء المعيارية القوية لانحدار معدل الإجهاض

Dependent Variable: ABORTION RATE
Method: Least Squares
Sample: 1 50
Included observations: 50
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	14.28396	14.90146	0.958561	0.3433
RELIGION	0.020071	0.083861	0.239335	0.8120
PRICE	−0.042363	0.025944	−1.632868	0.1100
LAWS	−0.873102	1.795849	−0.486178	0.6294
FUNDS	2.820003	3.088579	0.913042	0.3664
EDUC	−0.287255	0.176628	−1.626329	0.1114
INCOME	0.002401	0.000510	4.705512	0.0000
PICKET	−0.116871	0.040420	−2.891415	0.0060

R-squared	0.577426	Mean dependent var	20.57800
Adjusted R-squared	0.506997	S.D. dependent var	10.05863
S.E. of regression	7.062581	Akaike info criterion	6.893145
Sum squared resid	2094.962	Schwarz criterion	7.199069
Log likelihood	−164.3286	Durbin–Watson stat	2.159124
F-statistic	8.198706	Prob(F-statistic)	0.000003

إعادة النظر في دالة الأجر

قدمنا دالة الأجر لـ 1,289 عاملا . ونظرًا لأن البيانات المستخدمة في هذا الجدول هي بيانات مقطعية ، فمن المرجح أن نتائج الانحدار تعاني من عدم ثبات التباين . لمعرفة ما إذا كانت هذه هي الحالة ، استخدمنا اختبارات BP و White ، التي أعطت النتائج التالية .

اختبار PB : عندما انحدرت مربعات البواقي التي تم الحصول عليها من النموذج في جدول [1.2] على المتغيرات المدرجة في انحدار الأجر ، حصلنا على قيمة R^2 هي 0.0429 . بضرب هذه القيمة في عدد المشاهدات ، 1,289 ، حصلنا على قيمة مربع كاي حوالي 55 . عند 5 درجات حرية ، وهي تساوي عدد المتغيرات المستقلة في دالة الأجر ، احتمال الحصول على هذه القيمة لمربع كاي أو قيمة أكبر عمليا صفر ، مما يشير إلى أن انحدار الأجور في جدول [1.2] يعاني بالفعل من عدم ثبات التباين .

اختبار White لعدم ثبات التباين : لمعرفة ما إذا كانت نتائج اختبارات BP موثوق بها ، استخدمنا اختبار White ، في حالتي استبعاد وإدراج حدود حاصل الضرب المتبادل . وكانت النتائج على النحو التالي . استبعاد حدود حاصل الضرب المتبادل ، $nR^2 = 62.9466$ ، التي لها توزيع مربع كاي مع 5 من df . احتمال الحصول على هذه القيمة لمربع كاي أو قيمة أكبر عمليا صفر ، مما يؤكد أن الانحدار في الأجور به في الواقع اختلاف في التباين . عندما قمنا بإضافة الحدود المربعة وحاصل الضرب المتبادل ، حصلنا على $nR^2 = 79.4311$ ، الذي يحتوي على توزيع مربع كاي مع 17 df (5 متغيرات مستقلة ، 2 متغيرين مستقلين مربعين ، و 10 حدود من حواصل الضرب المتبادلة للمتغيرات المستقلة) . احتمال الحصول على قيمة مربع كاي بقدر 79.4311 أو أكبر هو عمليا صفر .

إجمالاً ، يوجد دليل قوي على أن انحدار الأجر في جدول [1.2] عانى من عدم ثبات التباين .

بدلا من تحويل انحدار الأجر في جدول [1.2] بقسمته على واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة ، يمكننا ببساطة تصحيح مشكلة عدم ثبات التباين عن طريق حساب طريقة White للأخطاء robust المعيارية . يتم عرض النتائج في جدول [5.8] .

إذا قارنا هذه النتائج مع تلك الموجودة في جدول [1.2] ، سنرى أن معاملات

الانحدار هي نفسها ، ولكن بعض الأخطاء المعيارية قد تغيرت ، والتي غيرت بعد ذلك قيم t .

جدول [5.8] عدم ثبات التباين المصحح لدالة الأجر

Dependent Variable: W
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−7.183338	1.090064	−6.589834	0.0000
FEMALE	−3.074875	0.364256	−8.441521	0.0000
NONWHITE	−1.565313	0.397626	−3.936647	0.0001
UNION	1.095976	0.425802	2.573908	0.0102
EDUC	1.370301	0.083485	16.41372	0.0000
EXPER	0.166607	0.016049	10.38134	0.0000

R-squared	0.323339	Mean dependent var	12.36585
Adjusted R-squared	0.320702	S.D. dependent var	7.896350
S.E. of regression	6.508137	Akaike info criterion	6.588627
Sum squared resid	54342.54	Schwarz criterion	6.612653
Log likelihood	−4240.370	Durbin–Watson stat	1.897513
F-statistic	122.6149	Prob(F-statistic)	0.000000

إعادة النظر في دالة ساعات العمل

اعتبر النتائج الواردة في جدول [4.2] حول ساعات العمل من قبل 753 من النساء المتزوجات . هذه النتائج لم يتم تصحيحها لعدم ثبات التباين . على أساس اختبار BP واختبار White ، مع أو بدون حدود مربعة وحواصل ضرب متقاطعة ، تبين أن دالة ساعات العمل في جدول [4.2] تعرضت لعدم ثبات التباين .[1]

(1) بالنسبة لاختبار BP فإن $nR^2 = 38.76$ ، الذي يحتوي على توزيع مربع كاي بـ $df = 10$. احتمال الحصول على مثل هذه القيمة لمربع كاي أو قيمة أكبر يكاد يكون صفر . بالنسبة لاختبار White ، $nR^2 = 40.19$ بدون حدود مربعة وحواصل ضرب متقاطعة ، و 120.23 عندما تضاف هذه الحدود ، احتمال الحصول على مثل هذه القيمة لمربع كاي أو قيمة أكبر يكاد يكون صفر عمليًا .

جدول [5.9] عدم ثبات التباين المصحح لدالة ساعات العمل

Dependent Variable: HOURS
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 1 428
Included observations: 428 after adjustments
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	8484.523	1154.479	7.349222	0.0000
AGE	−17.72740	5.263072	−3.368262	0.0008
EDUC	−27.03403	15.70405	−1.721468	0.0859
EXPER	24.20345	4.953720	4.885914	0.0000
FAMINC	0.013781	0.007898	1.744916	0.0817
HUSHRS	−0.486474	0.073287	−6.637928	0.0000
HUSWAGE	−144.9734	17.58257	−8.245293	0.0000
KIDSLT6	−180.4415	105.0628	−1.717462	0.0866
WAGE	−47.43286	9.832834	−4.823925	0.0000
MTR	−6351.293	1206.585	−5.263859	0.0000
UNEM	−16.50367	9.632981	−1.713246	0.0874

R-squared	0.335786	Mean dependent var	1302.930
Adjusted R-squared	0.319858	S.D. dependent var	776.2744
S.E. of regression	640.1992	Akaike info criterion	15.78680
Sum squared resid	1.71E+08	Schwarz criterion	15.89112
Log likelihood	−3367.375	Durbin–Watson stat	2.078578
F-statistic	21.08098	Prob(F-statistic)	0.000000

حيث إن حجم العينة كبيرًا بشكل معقول ، يمكننا استخدام إجراء White للحصول على أخطاء معيارية مصححة لعدم ثبات التباين . تعرض النتائج في جدول [5.9] .

إذا قارنا هذه النتائج مع تلك الواردة في جدول [4.2] ، فسنرى تغييرات قليلة في الأخطاء المعيارية المقدرة وقيم t . أصبحت متغيرات مثل دخل الأسرة والأطفال الأقل من 6 سنوات الآن أقل معنوية من ذي قبل ، في حين أن متغير معدل البطالة أصبح أكثر معنوية بقليل .

النقطة التي يجب الانتباه إليها هنا هي أنه إذا كان حجم العينة كبيرًا إلى حد معقول ، فيجب أن نتيج الأخطاء المعيارية المصححة لعدم ثبات التباين لـ White إلى جانب أخطاء OLS المعيارية المعتادة للحصول على فكرة عن وجود مشكلة عدم ثبات التباين .

5.5 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

استعرضنا في هذا الفصل واحدة من انتهاكات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي ، وهي : عدم ثبات التباين ، والتي توجد بشكل عام في البيانات المقطعية . على الرغم من أن عدم ثبات التباين لا يدمر خصائص عدم التحيز والاتساق لمقدرات OLS ، إلا أن المقدرات تكون أقل كفاءة ، مما يجعل الاستدلال الإحصائي أقل موثوقية إذا لم نصحح أخطاء OLS المعيارية المعتادة .

قبل أن نحل مشكلة عدم ثبات التباين ، نحتاج إلى معرفة ما إذا كان لدينا هذه المشكلة في أي تطبيق معين . لهذا الغرض ، يمكننا فحص مربعات البواقي من النموذج الأصلي أو استخدام بعض الاختبارات الشكلية للعشوائية ، مثل اختبارات Breusch–Pagan و White . إذا أظهر واحد أو أكثر من هذه الاختبارات أن لدينا مشكلة عدم ثبات التباين ، فيمكننا بعد ذلك متابعة معالجة المشكلة .

يمكن حل مشكلة عدم ثبات التباين إذا عرفنا التباينات غير الثابتة ، σ_i^2 لأنه في هذه الحالة يمكننا تحويل النموذج الأصلي (5.1) عن طريق قسمته على σ_i وتقدير النموذج الذي تم تحويله بواسطة OLS ، والتي سوف تولد مقدرات BLUE . تُعرف طريقة التقدير هذه باسم المربعات الصغرى المرجحة (WLS) . لسوء الحظ ، نادرًا ما نعلم ، أو أننا لا نعلم أبدا ، تباينات الخطأ الحقيقية . لذلك نحتاج إلى إيجاد الحل الثاني الأفضل .

باستخدام بعض التخمينات المتعلّقة بالطبيعة المحتملة لـ σ_i^2 ، نقوم بتحويل النموذج الأصلي ، وتقديره ، وإخضاعه لاختبارات عدم ثبات التباين . إذا كانت هذه الاختبارات تشير إلى أن هذا لا يمثل مشكلة عدم ثبات التباين في النموذج المحول ، فقد لا نرفض النموذج المحول . ومع ذلك ، إذا أظهر النموذج المحول أن مشكلة عدم ثبات التباين لا تزال قائمة ، يمكننا البحث عن تحويل آخر وتكرار الدورة مرة أخرى .

ومع ذلك ، يمكن تجنب كل هذا العمل إذا كان لدينا عينة كبيرة بما فيه الكفاية ، لأنه في هذه الحالة يمكننا الحصول على أخطاء معيارية مصححة لعدم ثبات التباين ، باستخدام الإجراء المقترح من White . تُعرف الأخطاء المعيارية المصححة بأخطاء معيارية robust . في الوقت الحاضر ، هناك العديد من مجموعات البيانات الدقيقة التي تنتجها العديد من الوكالات التي لديها عدد كبير من المشاهدات ، مما يجعل من الممكن استخدام أخطاء robust المعيارية في نماذج الانحدار المشكوك في وجود عدم ثبات التباين بها .

تطبيقات Exercise

5.1 بالنظر في نموذج الأجور الوارد في جدول [1.2] . قم بتكرار نتائج هذا الجدول ، باستخدام لوغاريتم معدلات الأجور على أنه المتغير التابع . طبق الاختبارات التشخيصية المختلفة التي تمت مناقشتها في هذا الفصل لمعرفة ما إذا كانت دالة الأجر اللوغاريتمية تعاني من عدم ثبات التباين . إذا كان الأمر كذلك ، فما هي التدابير العلاجية التي سوف تتخذها؟ وضح الحسابات الضرورية .

5.2 يرجى الرجوع إلى نموذج انحدار ساعات العمل في جدول [4.2] استخدم لوغاريتم ساعات العمل كمتغير مستقل وحدد ما إذا كان النموذج الناتج يعاني من عدم ثبات التباين . بين الاختبارات التشخيصية التي تستخدمها . كيف ستحل مشكلة عدم ثبات التباين ، إذا كانت موجودة في النموذج؟ وضح الحسابات اللازمة .

5.3 هل توافق على العبارة التالية : "لم يكن عدم الثبات في التباين سببا أبداً لرفض نموذج جيد بخلاف ذلك؟" (1)

5.4 يرجى الرجوع إلى أي كتاب حول الاقتصاد القياسي وتعلم معامل ارتباط الرتب لـ Spearman ، وPark و Glejser واختبارات Goldfeld–Quandt لعدم ثبات التباين . طبق هذه الاختبارات على انحدارات معدل الإجهاض ، ومعدل الأجور ، وساعات العمل التي تمت مناقشتها في الفصل . حدد ما إذا كان هناك أي تعارض بين هذه الاختبارات واختبار BP و White لعدم ثبات التباين .

(1) N. Gregory Mankiw, A quick refresher course in macroeconomics, *Journal of Economic Literature*, vol. XXVIII, , p. 1648.

5.5 بالرجوع إلى جدول [5.5] . لنفترض أن تباين الخطأ مرتبط بمربع الدخل بدلاً من مربع ABORTIONF . قم بتحويل دالة معدل الإجهاض الأصلية استبدل ABORTIONF بالدخل وقارن نتائجك مع تلك الواردة في جدول [5.5] . في البداية ، هل تتوقع استنتاجًا مختلفًا حول وجود مشكلة عدم ثبات التباين؟ لما و لما لا . بين الحسابات الضرورية .

الفصل السادس

6 تشخيص الانحدار III: الارتباط الذاتي
Regression diagnostic III: autocorrelation

هناك مشكلة شائعة في تحليل الانحدار المتعلق بيانات سلسلة زمنية ألا وهي الارتباط الذاتي . تذكر أن أحد افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (CLRM) هو أن حدود الخطأ ، u_t ، غير مرتبطة – أي أن حد الخطأ في الزمن (t) لا يرتبط مع حد الخطأ في الزمن ($t - 1$) أو أي حد خطأ آخر في الماضي . إذا كانت هناك علاقة بين حدود الخطأ ، ينتج عن هذه العلاقة العواقب التالية :[1]

1 . لا تزال مقدرات OLS غير متحيزة ومتسقة .

2 . لا تزال تتبع التوزيع الطبيعي في العينات الكبيرة .

3 . لكنها لم تعد ذات كفاءة . وهذا يعني أنها لم تعد BLUE (أفضل مقدر خطي غير متحيز) . في معظم الحالات ، يتم التقليل في تقدير أخطاء OLS المعيارية ، والذي يعني أن قيم t المقدرة تكون مضخمة ، مما يعطي مظهر أن المعامل أكثر معنوية مما هو عليه في الواقع .

4 . نتيجة لذلك ، وكما هو الحال في حالة عدم ثبات التباين ، فإن إجراء اختبارات الفروض يصبح موضع شك ، لأن الأخطاء المعيارية المقدرة قد لا تكون موثوق بها ، حتى بشكل تقاربي (أي في عينات كبيرة) . نتيجة لذلك ، قد لا تكون اختبارات t و F المعتادة صحيحة .

كما هو الحال في حالة عدم ثبات التباين ، نحتاج إلى معرفة ما إذا كان الارتباط الذاتي موجودًا في تطبيق معين واتخاذ إجراء تصحيحي أو إيجاد إجراءات تقدير بديلة تؤدي إلى إنتاج مقدرات BLUE . قبل القيام بهذه المهمة ، دعونا ننظر في مثال واقعي .

(1) للاطلاع على التفاصيل . انظر : Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapter 12.

6.1 دالة الاستهلاك الأمريكي، 1947–2000

يقدم جدول [6.1] بيانات عن الإنفاق الاستهلاكي الحقيقي(C) ، والدخل الشخصي الحقيقي المتاح (DPI) ، والثروة الحقيقية (W) ومعدل الفائدة الحقيقي (R) للولايات المتحدة الأمريكية للسنوات 1947–2000 ، معنى «الحقيقي» يعني «معدل للتضخم» .[1] يمكن الاطلاع على جدول [6.1] على الموقع الالكتروني المرفق .

الآن ضع في اعتبارك نموذج الانحدار التالي :

$$\ln C_t = B_1 + B_2 \ln DPI_t + B_3 \ln W_t + B_4 R_t + u_t \quad (6.1)$$

لاحظ أننا وضعنا الدليل السفلي t للإشارة إلى أننا نتعامل مع بيانات السلاسل الزمنية . لاحظ أيضًا أن ln تشير إلى اللوغاريتم الطبيعي .

من أجل بساطة الشرح سوف نسمي معادلة (6.1) دالة الاستهلاك . المتغيرات التفسيرية ، أو المتغيرات المستقلة ، في هذه المعادلة هي المتغيرات الشائعة الاستخدام في دالة الاستهلاك ، على الرغم من أنه قد يكون هناك اختلافات في اختيار DPI ، والثروة ، وسعر الفائدة . ارجع إلى أي كتاب في الاقتصاد الكلي لفهم تفسير دالة الاستهلاك .

لاحظ أننا أدخلنا C و DPI و W في شكل لوغاريتمي ولكن R في شكل خطي لأن بعض أسعار الفائدة الحقيقية كانت سالبة . B_2 و B_3 هما مرونتي الإنفاق الاستهلاكي فيما يتعلق بالدخل والثروة المتاحين على التوالي ، و B_4 هي شبه المرونة فيما يتعلق بمعدل الفائدة الحقيقي (تذكر مناقشتنا حول أشكال دوال نماذج الانحدار في فصل 2) .[2] نتوقع أن تكون مرونة الدخل والثروة موجبة وأن تكون شبه المرونة لمعدل الفائدة سالبة .

نتائج الانحدار

نتائج الانحدار المقدر واردة في جدول [6.2] .

(1) تم الحصول على البيانات من مصادر حكومية مختلفة ، مثل وزارة التجارة ، بنك الاحتياطي الفيدرالي والتقرير الاقتصادي للرئيس .

(2) في تحليل دالة الاستهلاك ، من الشائع استخدام النماذج اللوغاريتمية وشبه اللوغاريتمية ، حيث يمكن تفسير المعاملات على أنها مرونة أو شبه مرنة .

جدول [6.2] نتائج انحدار دالة الاستهلاك

Dependent Variable: LOG(C)
Method: Least Squares
Sample: 1947 2000
Included observations: 54

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−0.467711	0.042778	−10.93343	0.0000
L(DPI)	0.804873	0.017498	45.99836	0.0000
L(W)	0.201270	0.017593	11.44060	0.0000
R	−0.002689	0.000762	−3.529265	0.0009

R-squared	0.999560	Mean dependent var	7.826093
Adjusted R-squared	0.999533	S.D. dependent var	0.552368
S.E. of regression	0.011934	Akaike info criterion	−5.947703
Sum squared resid	0.007121	Schwarz criterion	−5.800371
Log likelihood	164.5880	Durbin–Watson stat	1.289219
F-statistic	37832.59	Prob(F-statistic)	0.000000

Note: L stands for natural log.

تقييم النتائج

كما هو متوقع ، فإن معاملات الانحدار لها نفس الاشارات المتوقعة . إذا كانت الافتراضات المعيارية لـ CLRM قائمة ، فإن جميع المعاملات المقدرة تكون ذات معنوية إحصائية كبيرة ، القيم الاحتمالية p المقدرة لها منخفضة للغاية . تدل مرونة الدخل بقيمة 0.8 على أنه إذا ارتفع الدخل الفعلي الشخصي المتاح بنسبة 1% ، فإن متوسط الإنفاق الاستهلاكي الحقيقي سوف يرتفع حوالي 0.8% مع الابقاء على المتغيرات الأخرى ثابتة . معامل الثروة الذي يبلغ حوالي 0.20 يدل على أنه إذا ارتفعت الثروة الحقيقية بنسبة 1% ، فسيزيد متوسط الإنفاق الاستهلاكي الحقيقي بنحو 0.2% ، مع ثبات العوامل الأخرى . تشير شبه المرونة للفائدة إلى أنه إذا ارتفع سعر الفائدة نقطة مئوية واحدة (وليس 1%) فإن ذلك يعني أن ينخفض الإنفاق الاستهلاكي الحقيقي حوالي 0.26% ، مع ثبات العوامل الأخرى .

تشير إحصاءات R^2 العالية والإحصاءات الأخرى الواردة في الجدول أعلاه إلى أن النموذج موفق بشكل ممتاز ، على الرغم من أننا يجب أن نكون حذرين

من قيمة R^2 والتي تكون على وجه الخصوص واحد . ويرجع ذلك إلى احتمال وجود علاقة ارتباط زائفة تنشأ عندما ينمو كل من المتغير التابع والمتغيرات المستقلة مع مرور الوقت . لكننا سنناقش هذا الموضوع بمزيد من التفصيل في الفصل الخاص بالاقتصاد القياسي للسلسلة الزمنية (فصل 13) .

بما أننا نتعامل مع بيانات السلاسل الزمنية ، يجب أن نكون على حذر من الارتباط الذاتي أو التسلسلي . إذا كان هناك ارتباطًا ذاتيًا في حد الخطأ ، فإن الأخطاء المعيارية المقدرة ، وبطبيعة الحال ، قيم t المقدرة ستكون موضع شك . وبالتالي ، قبل أن نقبل النتائج الواردة في الجدول السابق ، نحتاج إلى التحقق من وجود الارتباط الذاتي .

6.2 اختبارات الارتباط الذاتي Tests of autocorrelation

على الرغم من وجود العديد من اختبارات الارتباط الذاتي ، سنناقش فقط عدد قليل هنا ، وهي طريقة الرسم ، اختبار دربن واتسون Durbin–Watson ، واختبار Breusch–Godfrey (BG) .[1]

طريقة الرسم Graphical method

في تقييم نتائج الانحدار ، من الممارسات الجيدة دائمًا رسم بواقي النموذج المقدر للحصول على أدلة بشأن الانتهاك المحتمل لواحد أو أكثر من افتراضات OLS . كما يعلق أحد المؤلفين : «أي شخص يحاول تحليل سلسلة زمنية دون الرسم فإنه يتعرض لمشاكل » .[2]

على سبيل المثال ، في مناقشتنا حول عدم ثبات التباين ، رسمنا مربعات البواقي مقابل القيمة المقدرة للمتغير التابع لإيجاد نمطًا في هذه البواقي ، مما قد يوحي بنوع التحويل الذي يمكن عمله على النموذج الأصلي بحيث يجعل النموذج المتحول لا يواجه مشكلة عدم ثبات التباين .

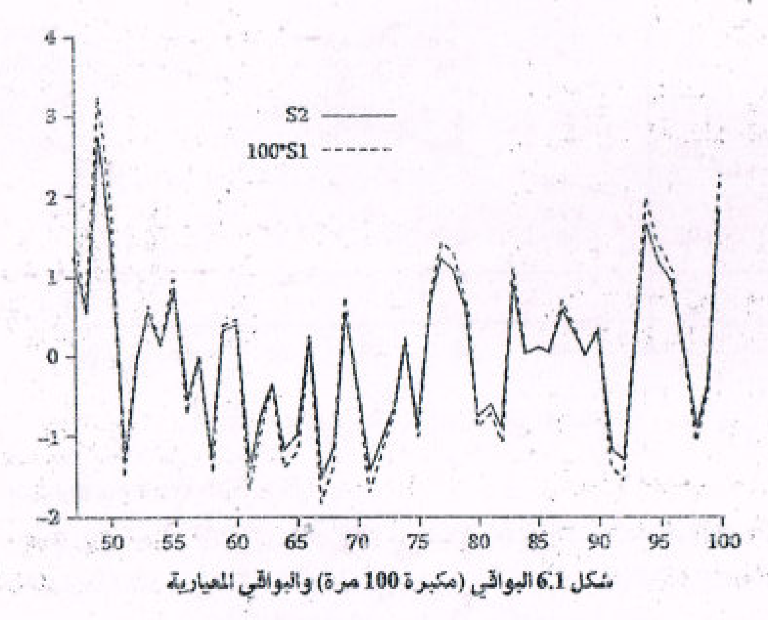
وحيث إن الارتباط الذاتي يعبر عن الارتباط بين حدود الخطأ u_t ، فإن الطريقة غير المعقدة لاختبار الارتباط الذاتي هي ببساطة رسم قيم u_t مرتبة زمنيا . للأسف ، نحن لا

(1) بالنسبة إلى الطرق المختلفة للكشف عن الارتباط الذاتي، انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapter 12, pp. 429–40.

(2) Chris Chatfield, *The Analysis of Time Series: An Introduction*, 6th edn, Chapman and Hall, 2004, p. 6.

نلاحظ u_ts مباشرة . إن ما نلاحظه هو ممثلا عنه ، أي e_ts ، الذي نلاحظه بعد تقديرنا لنموذج الانحدار .

على الرغم من أن e_ts ليست هي نفسها u_ts ، إلا أنها تقديرات متسقة لهذا الأخير ، بمعنى أنه كلما زاد حجم العينة ، تقترب e_ts من قيمها الحقيقية ، u_ts . قد لا تكون عينتنا المكونة من 54 مشاهدة كبيرة من الناحية الفنية ، ولكنها تغطي الجزء الأكبر من بيانات فترة ما بعد الحرب العالمية الثانية . حتى إذا قمنا بتوسيع العينة إلى نهاية عام 2009 ، فسوف يكون لدينا تسع مشاهدات على الأكثر . لذلك لا يمكننا أن نفعل الكثير عن حجم العينة .



شكل 6.1 البواقي (مكبرة 100 مرة) والبواقي المعيارية

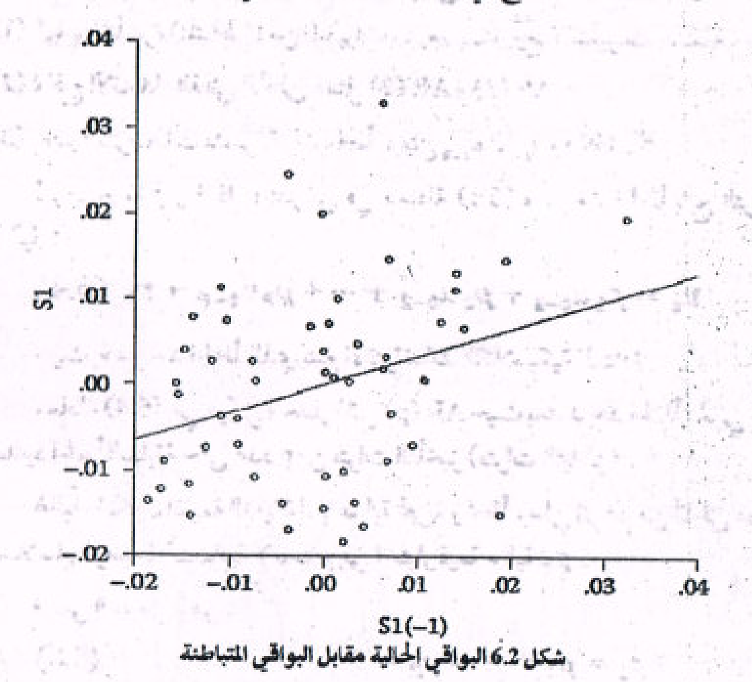
برسم البيانات e_ts مرتبة زمنيا يمكننا الحصول على انطباع بصري عن إمكانية الارتباط الذاتي . بعمل هذا ، نحصل على شكل 6.1 .

يبين هذا الشكل البواقي S_1 التي تم الحصول عليها من معادلة (6.1) ، والبواقي المعيارية S_2 ، والتي تعني ببساطة S_1 مقسومة على الخطأ المعياري للانحدار . من أجل مقارنة المقياس ، قمنا بضرب S_1 في 100 .

يوضح منحنى S_1 و S_2 نمطًا متناوبًا see-saw pattern ، مما يشير إلى أن البواقي

مرتبطة . ويمكن ملاحظة ذلك بشكل أكثر وضوحًا إذا قمنا برسم البواقي في الزمن t مقابل البواقي في الزمن $(t-1)$ ، كما في شكل 6.2 .

يشير خط الانحدار المدرج في شكل 6.2 إلى أن البواقي ترتبط بعلاقة طردية .



شكل 6.2 البواقي الحالية مقابل البواقي المتباطئة

اختبار d Durbin-Watson [1]

يعتبر الاختبار الأكثر شهرة ، وكثيرًا ما يتم الإفراط في استخدامه ، وقد تم تطوير الاختبار للكشف عن الارتباط التسلسلي من قبل الإحصائيين Durbin و Watson ، ويعرف عموماً باسم إحصاء Durbin-Watson d ، والذي يعرف بأنه :

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{t=n} e_t^2} \qquad (6.2)$$

هذه هي نسبة مجموع مربعات الفروق في البواقي المتتالية إلى مجموع مربعات

(1) لتفاصيل أكثر انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapter 12

البواقي . لاحظ أن df في البسط هي $(n-1)$ ، حيث نفقد ملاحظة واحدة في أخذ الفروق المتتالية للبواقي . لاحظ أيضًا أن قيمة d تقع دائمًا بين 0 و 4 . [1]

القيمة d في مثالنا هي $1.28 \approx 1.2829$. ماذا نفعل بهذه القيمة؟

قبل أن نرى كيف تعمل الإحصاء d ، من المهم جداً أن نضع في الاعتبار الافتراضات التي يقوم عليها الإحصاء d . هذه الافتراضات هي :

1 - يشتمل نموذج الانحدار على قاطع (حد ثابت) . [2]

2 - تكون المتغيرات التفسيرية ، أو المستقلة ، ثابتة في المعاينة المتكررة .

3 - يتبع حد الخطأ u_t نموذج الانحدار الذاتي من النوع الأول (AR1) :

$$u_t = \rho u_{t-1} + v_t \qquad (6.3)$$

حيث رو، ρ (rho) هو معامل الارتباط الذاتي وهو يقع في المدى $-1 \leq \rho \leq 1$. يطلق عليه AR من الدرجة الأولى لأنه لا يتضمن سوى حد الخطأ الحالي وحد الخطأ المتأخر او المتباطيء بفترة زمنية واحدة . الرمز v_t عبارة عن حد خطأ عشوائي .

4 - يتم توزيع حد الخطأ u_t توزيعا طبيعيا .

5 - لا تتضمن المتغيرات المستقلة القيمة (القيم) المتباطئة للمتغير التابع ، Y_t ، أي أن المتغيرات المستقلة لا تتضمن Y_{t-1} و Y_{t-2} والحدود الأخرى المتباطئة للمتغير Y .

كما يمكن أن نرى ، قد تكون هذه الافتراضات تقييدية للغاية في الممارسة العملية .

من الصعب تحديد التوزيع الاحتمالي المضبوط لـ d لأنه يعتمد بطريقة معقدة على القيم التي تتخذها المتغيرات المستقلة . وبما أن القيم التي تتخذها المتغيرات المستقلة محددة على حسب العينة ، فلا توجد طريقة فريدة لاشتقاق توزيع المعاينة لـ d .

برغم ذلك تمكن Durbin وWatson بناءً على حجم العينة وعدد المتغيرات المستقلة ، من إنشاء قيمتين حرجتين لقيمة الإحصاء d ، وهما d_L و d_U تسمى الحدود الدنيا والعليا ، بحيث إذا كانت القيمة d المحسوبة تقع تحت الحد الأدنى ، أو فوق الحد الأعلى ، أو بين هذين الحدين ، يمكن اتخاذ قرار بشأن وجود الارتباط الذاتي .

(1) لتفاصيل أكثر انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapter 12, pp. 435–6

(2) إذا كان الحد الثابت غير موجود ، فقد عدل Farebrother اختبار d لأخذ ذلك في الاعتبار . للاطلاع على مزيد من التفاصيل ، انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, p. 434

قواعد القرار كما يلي :

1 - إذا كان $d < d_L$ ، ربما يكون هناك دليلا على وجود ارتباط ذاتي طردي .

2 - إذا كان $d_U < d$ ، فربما لا يوجد أي دليل على وجود ارتباط ذاتي طردي .

3 - إذا كان $d_L < d < d_U$ ، لا يمكن التوصل إلى نتيجة محددة حول الارتباط الذاتي الطردي .

4 - إذا كان $d_U < d < 4 - d_U$ ، فربما لا يوجد دليل على وجود ارتباط ذاتي طردي او عكسي .

5 - إذا كان $4 - d_U < d < 4 - d_L$ ، لا يمكن التوصل إلى استنتاج محدد حول الارتباط الذاتي العكسي .

6 - إذا كان $4 - d_L < d < 4$ ، هناك على الأرجح دليل على ارتباط ذاتي عكسي .

كما لوحظ ، فإن القيمة d تقع بين 0 و 4 . كلما اقتربنا من الصفر ، كلما كان الدليل على وجود ارتباط ذاتي طردي ، وكلما اقتربنا من 4 ، كلما كان الدليل على ارتباط ذاتي عكسي . إذا كان d يساوي حوالي 2 ، فلا يوجد أي دليل على وجود ارتباط ذاتي طردي أو عكسي من الدرجة الأولى .

أعد Durbin و Watson جداولا تعطي الحدود الدنيا والعليا للإحصاء d لعدد مختار من المشاهدات (حتى 200) و عدد من المتغيرات المستقلة (ما يصل إلى 10) و 5% و 1% من مستويات المعنوية .

بالعودة إلى دالة الاستهلاك لدينا ، $n = 54$ ، وعدد المتغيرات المستقلة X يساوي 3 . تكون قيم d الحرجة عند مستوى معنوية 5% لهذه التوليفة (باستخدام $n = 55$:) فإن القيمة d تقع بين (1.681 ، 1.452) . بما أن القيمة d المحسوبة حوالي 1.28 ، فإنها تقع تحت الحد الأدنى ، مما يؤدي إلى الاستنتاج بأنه ربما يكون لدينا ارتباط ذاتي طردي في حد الخطأ .

القيمة الحرجة لـ d عند 1% هي (1.506 ، 1.284) . إن القيمة d المحسوبة أقل بقليل من الحد الأدنى ، مما يشير مرة أخرى إلى أن انحدارنا ربما يعاني من ارتباط ذاتي (من الدرجة الأولى) .

اختبار Breusch–Godfrey (BG) العام للارتباط الذاتي [1]

لتجنب بعض السمات التقييدية للاختبار d ، طور Breusch و Godfrey اختبار الارتباط الذاتي الأكثر عمومية من حيث أنه يسمح لـ

(1) القيم المتأخرة (المتباطئة) من المتغيرات التابعة بأن تدرج كمتغيرات مستقلة ،

(2) نماذج الانحدار الذاتي الأعلى ، مثل AR (2) و AR (3)

(3) حدود متوسطات متحركة لحد الخطأ ، مثل u_{t-2} ، u_{t-1} وهكذا .[2]

لتوضيح اختبار BG ، افترض في معادلة (6.1) ، أن حد الخطأ يتبع التركيبة التالية :

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \cdots + \rho_p u_{t-p} + v_t \quad (6.4)$$

حيث v_t هو حد الخطأ الذي يتبع الافتراضات الكلاسيكية المعتادة .

معادلة (6.4) هي هيكل انحدار ذاتي AR (p) حيث يعتمد حد الخطأ الحالي على حدود الخطأ السابقة حتى عدد p من فترات التأخير (فترات التباطؤ) .

غالباً ما تكون القيمة الدقيقة لـ p عملية تجربة وخطأ ، على الرغم من أنه في معظم السلاسل الزمنية الاقتصادية لا نحتاج إلى اختيار قيمة عالية لـ p .

فرض العدم H_0 هو :

$$\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_p = 0 \quad (6.5)$$

بمعنى أنه لا يوجد ارتباط في السلسلة بأي رتبة .

في الممارسة نحن نلاحظ فقط e_ts ، أي البواقي ، والتي هي تقدير لـ u_ts . لذلك ، يتضمن اختبار BG الخطوات التالية :

1 . تقدير (6.1) عن طريق OLS والحصول على البواقي ، e_t .

2 . نجري انحدارا لقيم e_t على المتغيرات المستقلة في النموذج (6.1) وحدود الانحدار

(1) للاطلاع على التفاصيل ، انظر Gujarati/Porter, *op cit.*, pp. 438–40

(2) نموذج AR (2) ، على سبيل المثال ، ينطوي على انحدار القيمة الحالية للمتغير على قيمه في فترة أو فترتي تباطؤ . في MA (1) ، على سبيل المثال ، يتم أخذ حد الخطأ الحالي وقيمته السابقة الفورية . تتم مناقشة MA في فصل 16 .

الذاتي p المعطاه في (6.4) ، أي نجري الانحدار التالي :

$$e_t = A_1 + A_2 \ln DPI_t + A_3 \ln W_t + A_4 R_t + C_1 e_{t-1} + C_2 e_{t-2} + \cdots + C_p e_{t-p} + v_t \quad (6.6)$$

ونحصل على R^2 من هذا الانحدار المساعد .

3 . إذا كان حجم العينة كبيرًا (فنيًا ، لانهائي) ، فقد أظهر BG أن

$$(n-p)R^2 \sim \chi^2_p \quad (6.7)$$

أي أنه ، في العينة الكبيرة $(n-p)$ مضروبا في R^2 يتبع توزيع مربع كاي مع p من درجات الحرية .

4 . وكبديل ، يمكننا استخدام قيمة F التي تم الحصول عليها من الانحدار (6.6) لاختبار فرض العدم الموضح في (6.5) . هذه القيمة F لها $(p, n-k-p)$ درجات الحرية في البسط والمقام ، على التوالي ، حيث k تمثل عدد المعلمات في (6.1) (بما في ذلك ثابت الانحدار) .

لذلك ، إذا تجاوزت في تطبيق ما القيمة المحسوبة لمربع كاي قيمة مربع كاي الحرجة عند مستوى المعنوية المختار ، يمكننا رفض فرض العدم بعدم وجود ارتباط ذاتي ، وفي هذه الحالة ، تكون قيمة واحدة على الأقل من قيم p في (6.6) مختلفة معنوياً عن الصفر . بعبارة أخرى ، لدينا شكل من أشكال الارتباط الذاتي . معظم الحزم الإحصائية تقدم الآن قيمة p لقيمة مربع كاي chi-square المقدرة ، لذلك لا نحتاج إلى اختيار مستوى المعنوية بشكل تحكمي .

بالمثل ، إذا تجاوزت القيمة F المحسوبة القيمة الحرجة F بالنسبة لمستوى معين من المعنوية ، يمكننا أيضًا رفض فرض العدم بعدم وجود ارتباط ذاتي . بدلاً من اختيار مستوى المعنوية ، يمكننا الاعتماد على القيمة p للإحصاء F المقدرة ورفض فرض العدم إذا كانت قيمة p هذه منخفضة .

ويعطي هذان الاختباران نتائج مشابهة ، وهو ما لا ينبغي أن يكون مفاجئًا بالنظر

إلى العلاقة بين الإحصاء F و χ^2 .[1]

قبل توضيح الاختبار ، يمكن ملاحظة الخصائص التالية لاختبار BG :

1 – يتطلب الاختبار أن يكون تباين الخطأ لـ u_t ، بمعلومية قيم المتغيرات المستقلة والقيم المتباطئة لحد الخطأ ، ذات تباين ثابت . إذا لم يكن الأمر كذلك ، سيتعين علينا استخدام عدم ثبات التباين المصحح ، مثل حدود الخطأ White's robust error terms .

2 – المشكلة العملية في تطبيق اختبار BG هي اختيار عدد حدود الخطأ المتباطئة ، p ، في معادلة (6.4) . قد تعتمد قيمة p على نوع السلسلة الزمنية . بالنسبة للبيانات الشهرية ، قد ندرج 11 حدا من حدود الخطأ المتباطئة ، وبالنسبة للبيانات الربع سنوية ، فقد ندرج ثلاثة حدود للخطأ متباطئة ، وبالنسبة للبيانات السنوية ، قد يكون هناك حد خطأ واحد متباطيء . بالطبع ، يمكننا اختيار طول الإبطاء أو التأخر عن طريق التجربة والخطأ واختيار قيمة p استناداً إلى معايير المعلومات Akaike و Schwarz (انظر فصل 2) . كلما كانت قيمة هذه المعايير أقل ، كلما كان النموذج أفضل .

بالعودة إلى دالة الاستهلاك ، نتائج الانحدار (6.6) هي كما يلي : للتوضيح ، نقوم فقط بتضمين قيمة متباطأة واحدة من البواقي في هذا الانحدار لأن لدينا بيانات سنوية . تظهر النتائج في جدول [6.3] .

كما تُظهر هذه النتائج ، هناك دليل قوي على الارتباط الذاتي (من الرتبة الأولى) ، لأن القيمتين F و χ^2 ذاوتا معنوية كبيرة لأن قيم p الخاصة بهما منخفضة للغاية .

(1) هذه العلاقة هي كما يلي : بالنسبة للمقام df الكبيرة ، و df للبسط مضروبة في قيمة F تساوي تقريباً قيمة chi-square مع درجات حرية البسط ، حيث تمثل m و n درجات الحرية للبسط والمقام على التوالي .

جدول [6.3] اختبار BG للارتباط الذاتي لدالة الاستهلاك

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	5.345894	Prob. F(1,49)	0.0250
Obs*R-squared	5.311869	Prob. Chi-Square(1)	0.0212

Test Equation:
Dependent Variable: RESID (e_t)
Method: Least Squares
Sample: 1947 2000
Presample missing value lagged residuals set to zero.

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000739	0.041033	0.018016	0.9857
L(DPI)	-0.000259	0.016784	-0.015433	0.9877
L (w)	0.000131	0.016875	0.007775	0.9938
R	0.000181	0.000735	0.246196	0.8066
RESID(-1)	0.330367	0.142885	2.312119	0.0250

R-squared	0.098368	Mean dependent var	-7.07E-19
Adjusted R-squared	0.024765	S.D. dependent var	0.011591
S.E. of regression	0.011447	Akaike info criterion	-6.014218
Sum squared resid	0.006420	Schwarz criterion	-5.830053
Log likelihood	167.3839	Durbin-Watson stat	1.744810
F-statistic	1.336473	Prob(F-statistic)	0.269759

كما قدرنا أيضا النموذج بما في ذلك حدود خطأ متباطأة لعدد 2 و 3 من فترات الإبطاء . أعطى معيار المعلومات Akaike هذه القيم على النحو 6.00- ، 6.01- و 5.96- لواحد ، واثنين ، وثلاثة من حدود الخطأ المتباطئة في معادلة (6.6) . على الرغم من عدم وجود اختلاف جوهري في هذه القيم ، على أساس معيار أكيك Akaike ، نختار النموذج بأكبر قيمة سالبة ، والتي هي 6.01- ، مما يبرر استخدام حد خطأ متباطيء واحد في (6.6) .[1] كما أن معاملات الحدين المتباطأين الثاني والثالث كانت غير معنوية .

(1) لاحظ أن 5.96- أكبر من 6.0 - ، وهو أكبر من 6.1 - .

6.3 التدابير العلاجية Remedial measures

إذا وجدنا ارتباطًا ذاتيًا في التطبيق ، فإن ذلك يتطلب توخي الحذر منه ، وذلك اعتمادًا على شدته ، قد نستخلص استنتاجات مضللة لأنه يمكن أن تكون أخطاء OLS المعيارية المعتادة متحيزة بشدة . المشكلة التي نواجهها الآن هي أننا لا نعرف هيكل الارتباط لحدود الخطأ u_t ، لأنه لا يمكن ملاحظتها مباشرة .

ومن ثم ، كما هو الحال في حالة عدم ثبات التباين ، نحتاج إلى اللجوء إلى تخمين مدروس أو نوع من التحويل لنموذج الانحدار الأصلي بحيث لا نواجه مشكلة الارتباط التسلسلي في النموذج المتحول . هناك عدة طرق يمكن أن نجربها .

التحويل بأخذ الفرق الأول First-difference transformation

افترض أن لدينا ارتباط ذاتي هو نوع AR (1) ، كما هو الحال في معادلة (6.3) ، والتي يمكن أن نكتبها كما يلي :

$$u_t - \rho u_{t-1} = v_t \quad (6.8)$$

إذا كنا نعرف قيمة ρ ، يمكننا طرح ρ مضروبة في القيمة السابقة لحد الخطأ من القيمة الحالية لحد الخطأ . سوف يحقق حد الخطأ الناتج v_t افتراضات OLS المعيارية . لذلك يمكننا تحويل الانحدار الأصلي على النحو التالي :

$$\begin{aligned} \ln C_t - \rho \ln C_{t-1} &= B_1(1-\rho) + B_2(\ln DPI_t - \rho \ln DPI_{t-1}) \\ &+ B_3(\ln W_t - \rho \ln W_{t-1}) + B_4(R_t - \rho R_{t-1}) \\ &+ (u_t - \rho u_{t-1}) \end{aligned} \quad (6.9)$$

إن الحد الأخير في هذه المعادلة هو v_t ببساطة ، والذي أصبح الآن خالياً من الارتباط التسلسلي .

وبالتالي يمكن تقدير النموذج المتحول بواسطة OLS . كل ما علينا القيام به هو تحويل كل متغير بأن نطرح ρ مضروبة في القيمة السابقة للمتغير من القيمة الحالية للمتغير وإجراء الانحدار . المقدرات التي تم الحصول عليها من النموذج المحول تكون BLUE .

لكن لاحظ أنه في هذا التحويل نفقد مشاهدة واحدة ، لأنه في المشاهدة الأولى لا يوجد ما يسبقها . إذا كانت العينة كبيرة إلى حد معقول ، فقد لا يكون فقد أحد المشاهدات له أهمية كبيرة . ولكن إذا كان حجم العينة صغيرًا ، فإن فقدان المشاهدة الأولى يعني أن المقدرات لن تكون BLUE . ومع ذلك ، هناك إجراء ، يسمى «تحويل Prais–Winsten» ، يمكن أن يأخذ في الاعتبار المشاهدة الأولى .[1]

السؤال الآن هو : كيف يمكننا تقدير ρ ؟ نحن نعلم أن $-1 \le \rho \le 1$. لذلك ، يمكن استخدام أي قيمة في هذا النطاق لتحويل النموذج الأصلي ، كما في (6.9) . ولكن ما هي القيمة التي يجب أن نختارها ، لأن هناك عددًا لا نهائي من القيم في هذا النطاق ؟

العديد من السلاسل الزمنية الاقتصادية مرتبطة داخليا بشكل كبير ، مما يشير إلى أنه ربما تكون القيمة $\rho = 1$ مناسبة لتحويل النموذج الأصلي . إذا كان هذا هو الحال ، يمكن كتابة معادلة (6.9) على النحو التالي :

$$\Delta \ln C_t = B_2 \Delta \ln DPI_t + B_3 \Delta \ln W_t + B_4 \Delta R_t + v_t \quad (6.10)$$

حيث Δ هو عامل الفرق الأول $\Delta \ln C_t = (\ln C_t - \ln C_{t-1})$ . . . وهكذا تسمى معادلة(6.10) ، بشكل مناسب ، تحويل الفرق الأول . على العكس تسمى معادلة (6.1) الشكل المستوى للانحدار .

في تقدير (6.10) ، لاحظ أنه لا يوجد ثابت انحدار فيه . لذلك ، في تقدير هذا النموذج يجب أن نحذف الحد الثابت . يمكن لمعظم حزم البرامج أن تفعل ذلك دون مشاكل كبيرة .

باستخدام *Eviews* ، النظير التجريبي لمعادلة(6.10) مبين في جدول [6.4] .

(1) لن نتابع هذا التحول هنا . والذي تم تناوله الآن في حزم البرامج. لمزيد من التفاصيل . انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, pp. 442–3

جدول [6.4] تحويل الفرق الأول لدالة الاستهلاك

Dependent Variable: D(LC)
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 1948 2000
Included observations: 53 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LDPI)	0.848988	0.051538	16.47313	0.0000
D(LW)	0.106360	0.036854	2.885941	0.0057
D(R)	0.000653	0.000826	0.790488	0.4330

R-squared	0.614163	Mean dependent var	0.035051
Adjusted R-squared	0.598730	S.D. dependent var	0.017576
S.E. of regression	0.011134	Akaike info criterion	-6.102765
Sum squared resid	0.006198	Schwarz criterion	-5.991239
Log likelihood	164.7233	Hannan-Quinn criter.	-6.059878
Durbin-Watson stat	2.026549		

ملاحظة : D تعبر عن مشغل الفرق الأول $\Delta\Delta$ و L تعبر عن اللوغاريتم الطبيعي .

إذا قمنا باختبار هذا الانحدار للارتباط الذاتي باستخدام اختبار BG ، نجد أنه لا يوجد دليل على الارتباط الذاتي ، سواء كنا نستخدم 1 أو 2 أو أكثر من حدود الخطأ المتباطئة في معادلة (6.4) .

إذا قارنا نتائج الانحدار بالانحدار الأصلي الوارد في جدول[6.2] وتلك التي تم الحصول عليها من تحويل الفرق الأول الوارد في جدول [6.4] ، فإننا نرى أن مرونة الدخل هي نفسها تقريباً ، ولكن مرونة الثروة ، على الرغم من معنويتها إحصائيا ، كانت ما يقرب من نصف القيمة الواردة في جدول[6.2] وشبه مرونة معدل الفائدة عمليا صفر ولها إشارة غير صحيحة . قد تكون هذه النتيجة بسبب القيمة الخاطئة لـ ρ التي تم اختيارها للتحويل . ولكن الأمر الأكثر جوهرية هو أنه قد يكون له علاقة باستقرار واحد أو أكثر من المتغيرات ، وهو موضوع نستكشفه بعمق في الفصل المتعلق بالاقتصاد القياسي للسلسلة الزمنية (فصل 13) .

وينبغي التأكيد على أن قيم R^2 في الشكل المستوى (أي الواردة في جدول [6.2])

وفي شكل الفرق الأول (أي جدول [6.4]) لا يمكن مقارنتهما مباشرة لأن المتغير التابع في النموذجين مختلف . كما لوحظ من قبل ، لمقارنة قيمتين أو أكثر من قيم R^2 ، يجب أن يكون المتغير التابع هو نفسه .

التحويل العام Generalized transformation

لأنه سيكون مضيعة للوقت تجربة العديد من القيم لـ ρ لتحويل النموذج الأصلي ، قد نبدأ من الناحية التحليلية نوعا ما . على سبيل المثال ، إذا كان الافتراض AR (1) مناسبًا ، فيمكننا اجراء انحدار لـ e_t على e_{t-1} ، باستخدام e_t بمثابة ممثلا لـ u_t ، وهو افتراض قد يكون مناسبًا في عينات كبيرة ، لأنه في العينات الكبيرة يكون e_t مقدارًا متسقًا . لذلك نقدر :

$$e_t = \hat{\rho} e_{t-1} + error \quad (6.11)$$

حيث $\hat{\rho}$ هو عبارة عن تقدير ρ من معادلة (6.8) .

بمجرد الحصول على تقدير لـ ρ من معادلة(6.11) ، يمكننا استخدامه لتحويل النموذج كما في معادلة (6.9) وتقدير النموذج الذي تم تحويله .

تعرف تقديرات المعلمات التي تم الحصول عليها بالمقدرات الممكنة للمربعات الصغرى المعممة (FGLS) . باستخدام بياناتنا ، يمكن إثبات أن $\hat{\rho} = 0.3246$

طريقة أخرى للحصول على تقدير ρ ، خاصة في العينات الكبيرة ، هو استخدام العلاقة التالية بين ρ و Durbin–Watson ، وهي :

$$\rho \approx 1 - \frac{d}{2} \quad (6.12)$$

حيث d هي d DW التي تم الحصول عليها من الانحدار الأصلي . في مثالنا ، قيمة d تساوي 1.2892 . لذلك نحصل على :

$$\hat{\rho} = 1 - \frac{1.2892}{2} = 0.3554$$

يمكننا استخدام هذه القيمة المقدرة لـ ρ لتحويل النموذج الأصلي .

التقديرات التي تم الحصول عليها من معادلة (6.11) و (6.12) متشابهان . ينبغي أن يكون ملاحظاً أن $\hat{\rho}$ المقدرة من (6.11) و (6.12) تقدم تقديراً متسقاً لـ ρ الصحيح .

للتوضيح ، نستخدم $\hat{\rho} = 0.3246$ ونحصل على النتائج الموضحة في جدول [6.5] .

جدول [6.5] تحويل دالة الاستهلاك باستخدام $\hat{\rho} = 0.3246$

Method: Least Squares
Date: 10/18/09 Time: 19:12
Sample (adjusted): 1948 2000
Included observations: 53 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−0.279768	0.033729	−8.294681	0.0000
LDPI−0.3246*LDPI(−1)	0.818700	0.021096	38.80871	0.0000
LW−0.3246*LW(−1)	0.183635	0.020986	8.750235	0.0000
R−0.3246*R(−1)	−1.84E−05	0.000969	−0.019017	0.9849

R-squared	0.999235	Mean dependent var	5.309128
Adjusted R-squared	0.999188	S.D. dependent var	0.365800
S.E. of regression	0.010423	Akaike info criterion	−6.217159
Sum squared resid	0.005323	Schwarz criterion	−6.068458
Log likelihood	168.7547	Hannan−Quinn criter.	−6.159976
F-statistic	21333.54	Durbin−Watson stat	1.448914
Prob(F-statistic)	0.000000		

نحلل الآن البواقي من هذا الانحدار للارتباط التسلسلي ، وذلك باستخدام ، على سبيل المثال ، اختبار BG . باستخدام 1 و 2 حدود متباطئة في معادلة (6.6) ، وجد أن إحصاء BG المقدر لم يكن ذو معنوية إحصائية ، مما يدل على أن البواقي في التحويل AR (1) لم يكن مرتبطا ذاتيا . قيمة BG chi–square مع السماح لحد متباطيء واحد من البواقي كان 0.0094 ، الذي كان احتماله حوالي 92% .

إذا قمنا بمقارنة النتائج في هذا الجدول مع تلك الواردة في جدول [6.2] ، فسترى أن الأخطاء المعيارية للمعاملات في الجدولين تختلف اختلافاً جوهرياً ، ولكن ضع في اعتبارك أن الجدول [6.2] لا يصحح الارتباط الذاتي ، في حين أن جدول [6.5] يصححه . وتكون مقادير المرونة في الدخل والثروة متماثلة تقريباً في الجدولين ، على الرغم من اختلاف الأخطاء المعيارية ، وبالتالي قيم t .

تشير قيم t الدنيا المطلقة في جدول [6.5] إلى أن الأخطاء المعيارية لـ OLS الأصلي

كانت مقدره بأقل من قيمتها ، والذي يتبع مناقشتنا عن عواقب تقدير OLS في وجود الارتباط الذاتي .

إن معامل معدل الفائدة في النموذج المحول له الإشارة الصحيحة ، لكنه غير معنوي إحصائيًا . مرة أخرى قد يرجع هذا إلى الأسباب التي نوقشت سابقا .

تكون قيم R^2 في الجدولين متماثلة ، ولكن لا يمكننا مقارنتها مباشرة للأسباب التي سبق مناقشتها .

قبل المضي قدمًا ، يجب ملاحظة أن تحويل AR (1) هو حالة محددة من التحول الأكثر عمومية ، AR (p) الموضح في معالة (6.4) . إذا كان ، على سبيل المثال ، حد الخطأ يتبع AR (2) ،

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + v_t \qquad (6.13)$$

فإن :

$$u_t - \rho_1 u_{t-1} - \rho_2 u_{t-2} = v_t \qquad (6.14)$$

حيث يتبع v_t الآن فتراضات OLS المعيارية . في هذه الحالة ، سيتعين علينا تحويل المتغير التابع والمتغيرات المستقلة عن طريق طرح القيمتين السابقتين لكل متغير من القيمة الحالية له ، ثم ضرب كل منها في معاملات الارتباط الذاتي ρ_1 و ρ_2 ، على التوالي .

في الممارسة ، بالطبع نعوض عن *us* غير المشاهدة بمثليهم *es* ، ولكن ليست هناك حاجة للقيام بذلك يدويا . في *Eiews* ، على سبيل المثال ، إذا أضفنا الحدين AR (1) و AR (2) عند تشغيل انحدار OLS ، فستحصل على النتائج عمليًا على الفور .

في اتخاذ قرار بشأن عدد الحدود التي يجب إضافتها ، قد نضطر إلى استخدام معيار Akaike أو معيار معلومات مماثل لتحديد قيمة *p* . إذا كانت العينة ليست كبيرة جدًا ، فقد لا نرغب في إضافة عدد كبير جدًا من حدود AR ، لأن كل حد AR تمت إضافته سيستهلك درجة واحدة من درجات الحرية .

طريقة Newey-West لتصحيح أخطاء OLS المعيارية

كل طرق البحث عن معامل (معاملات) الارتباط الذاتي التي نوقشت حتى الآن هي أساسا طرق تعتمد على التجربة والخطأ . ستعتمد الطريقة التي تنجح في تطبيق واقعي على طبيعة المشكلة وعلى حجم العينة .

ولكن إذا كان حجم العينة كبيرًا (لانهائيًا من الناحية الفنية) ، فيمكن تقدير انحدار OLS بالطريقة المعتادة ولكن نصحيح الأخطاء المعيارية للمعاملات المقدرة ، من خلال طريقة وضعت من قبل Newey و West . تعرف الأخطاء المعيارية التي تم تصحيحها من خلال إجراءاتها أيضًا باسم أخطاء HAC المعيارية (عدم ثبات التباين والارتباط الذاتي المتسق) .[1] بشكل عام ، إذا كان هناك ارتباطًا ذاتيًا ، فقد وجد أن أخطاء HAC المعيارية أكبر من الأخطاء المعيارية المعتادة لـ OLS .

تم دمج إجراء HAC الآن في العديد من حزم البرامج . نوضح هذا الإجراء لدالة الاستهلاك لدينا . باستخدام *Eviews* ، حصلنا على النتائج الواردة في جدول [6.6] .

جدول [6.6] أخطاء HAC المعيارية لدالة الاستهلاك

Dependent Variable: LC
Method: Least Squares
Sample: 1947 2000
Included observations: 54
Newey–West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=3)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	–0.467714	0.043937	–10.64516	0.0000
LDPI	0.804871	0.017117	47.02132	0.0000
LW	0.201272	0.015447	13.02988	0.0000
R	–0.002689	0.000880	–3.056306	0.0036

R-squared	0.999560	Mean dependent var	7.826093
Adjusted R-squared	0.999533	S.D. dependent var	0.552368
S.E. of regression	0.011934	Akaike info criterion	–5.947707
Sum squared resid	0.007121	Schwarz criterion	–5.800374
Log likelihood	164.5881	Durbin–Watson stat	1.289237
F-statistic	37832.71	Prob(F-statistic)	0.000000

إذا قمنا بمقارنة أخطاء HAC المعيارية مع أخطاء معيار OLS الواردة في جدول

(1) إن رياضيات هذه الطريقة معقدة إلى حد ما . إذا كنت معتادًا على جبر المصفوفات ، يمكنك الرجوع إلى :
William H. Greene, *Econometric Analysis*, 6th edn, Pearson/Prentice Hall, New Jersey, 2008, Chapter 19.

[6.2] ، فستلاحظ أنها لا تختلف بشكل كبير . هذا من شأنه أن يشير إلى أنه على الرغم من وجود دليل على الارتباط الذاتي على أساس العديد من اختبارات الارتباط الذاتي ، لا يبدو أن مشكلة الارتباط الذاتي خطيرة للغاية . قد يكون هذا بسبب حقيقة أن الارتباط المرصود الموجود في حد الخطأ ، بين 0.32 و 0.35 ، قد لا يكون مرتفعًا جدًا . بالطبع ، هذه الإجابة خاصة بمجموعة البيانات الخاصة بنا ولا يوجد ضمان بأن هذا سيحدث في كل حالة .

على ذكر ذلك ، لاحظ أن القيم المقدرة للمعامل في الجدولين هي نفسها ، وكذلك الإحصاءات المختصرة الأخرى . وبعبارة أخرى ، لا يؤدي إجراء HAC إلا إلى تغيير الأخطاء المعيارية ، ومن ثم إحصائيات t وقيم p الخاصة بها . هذا مشابه لحدود خطأ White's robust والتي لا تؤثر أيضًا على معاملات الانحدار الأصلية وغيرها من الإحصائيات المختصرة .

لكن ضع في اعتبارك أن إجراء HAC صالح في عينات كبيرة فقط.[1]

6.4 تقييم النموذج

الافتراض المهم لـ CLRM هو أن النموذج المستخدم في التحليل «تم توصيفه بشكل صحيح» . غالبًا ما يكون هذا أمرًا طويلًا ، لأن البحث عن النموذج الصحيح يكون صعبا جدا . من الناحية العملية ، نستخدم العمل التجريبي السابق الذي تم نشره في هذا المجال كمرشد ، والحصول على أفضل البيانات المتاحة ، واستخدام أفضل طريقة تقدير ممكنة .

حتى بعد ذلك ، فإن بناء النماذج هو فن . في سياق هذا الفصل ، يمكن أن ينشأ الارتباط الذاتي لعدة أسباب ، مثل القصور الذاتي ، خطأ في التوصيف ، ظاهرة نسيج العنكبوت *Cobweb phenomenon* ، معالجة البيانات ، وعدم استقرار البيانات .[2]

(1) للاطلاع على بعض قيود إجراء HAC ، راجع:
Jeffrey M. Wooldridge, Introductory Econometrics, 4th edn, South-Western, Ohio, 2009, pp. 428–31.

(2) للاطلاع على مناقشة موجزة حول هذا، انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, pp. 414–18.

لتوضيح ذلك ، سننظر في حالة خطأ في توصيف النموذج . الآن نقوم بإعادة توصيف نموذج (6.1) :

$$\ln C_t = A_1 + A_2 \ln DPI_t + A_3 \ln W_t + A_4 R_t + A_5 \ln C_{t-1} + u_t \qquad (6.15)$$

يختلف هذا النموذج عن (6.1) في أننا أضفنا لوغاريتم الإنفاق الاستهلاكي بفترة تباطؤ واحدة كمتغير مستقل إضافي وغيرنا رمز المعامل من B إلى A لمعرفة ما إذا كان هناك أي اختلاف بينهما .

يطلق على نموذج (6.15) نموذج انحدار ذاتي لأن أحد المتغيرات المستقلة هو قيمة متأخرة أو متباطأة للمتغير التابع . سبب إضافة قيمة الإنفاق الاستهلاكي المتباطئة هي معرفة إذا ما كان الإنفاق الاستهلاكي السابق يؤثر على الإنفاق الاستهلاكي الحالي . إذا كان الأمر كذلك ، فسيظهر ذلك عامل القصور الذاتي inertia المذكور سابقاً .

ويتضح من جدول [6.7] أن الاستهلاك المتباطيء يؤثر على الإنفاق الاستهلاكي الحالي ، مع ثبات العوامل الأخرى . قد يكون هذا بسبب القصور الذاتي . تبدو المعاملات في الجدولين [6.2] و [6.7] مختلفة في قيمتها الظاهرية ، لكنها في الحقيقة ليست مختلفة ، إذا قسمنا الجانبين على 0.7235 = (0.2765 – 1) ستحصل على قيم معامل مماثلة تقريبا لتلك التي في جدول [6.2] .[1]

هل لدينا ارتباط ذاتي في النموذج المنقح؟ هنا لا يمكننا استخدام اختبار Durbin-Watson d لأنه ، كما أشرنا سابقًا ، لا ينطبق هذا الاختبار إذا كان النموذج يحتوي على قيمة (قيم) مبطأة للمتغير التابع ، وهو ما يحدث هنا .

(1) في المدى الطويل عند استقرار الانفاق الاستهلاكي ، يكون $LC_t = LC_{t-1}$ لذلك ، إذا قمنا بتحويل $0.2765\ LC_t$ إلى الجانب الأيسر ، فسوف تحصل على حوالي $0.7235\ LC_t$ ، ثم بقسم على 0.7235 سنحصل على نتائج مقاربة للجدول [6.2] .

جدول [6.7] الانحدار الذاتي لدالة الاستهلاك

Dependent Variable: LC
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 1948 2000
Included observations: 53 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−0.316023	0.055667	−5.677048	0.0000
LINC	0.574832	0.069673	8.250418	0.0000
LW	0.150289	0.020838	7.212381	0.0000
R	−0.000675	0.000894	−0.755458	0.4537
LC(−1)	0.276562	0.080472	3.436754	0.0012

R-squared	0.999645	Mean dependent var	7.843870
Adjusted R-squared	0.999616	S.D. dependent var	0.541833
S.E. of regression	0.010619	Akaike info criterion	−6.162741
Sum squared resid	0.005413	Schwarz criterion	−5.976865
Log likelihood	168.3126	Durbin−Watson stat	1.395173
F-statistic	33833.55	Prob(F-statistic)	0.000000

بافتراض وجود ارتباط ذاتي من الدرجة الأولى، طور Durbin اختبار بديل لمثل هذه النماذج، يدعى Durbin h statistic.[1]

تحت فرض العدم بأن $\rho = 0$، في عينات كبيرة، يتبع إحصاء h التوزيع الطبيعي المعياري، أي $h \sim N(0, 1)$. الآن من خصائص التوزيع الطبيعي نعرف أن احتمال أن $|h|>1.96$ يساوي 5% تقريبا، حيث $|h|$ يعني القيمة المطلقة لـ h. على سبيل المثال، القيمة h هي حوالي 5.43، والتي تتجاوز قيمة h الحرجة 5%، مما يؤدي إلى الاستنتاج بأن النموذج (6.15) يعاني أيضا من الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى.

بدلا من هذا الاختبار، سنستخدم اختبار BG، فهو يسمح بالقيمة (القيم) المبطأة للمتغير التابع أو المتغيرات المستقلة. باستخدام اختبار BG، واستخدام قيمتين مبطأتين من البواقي، لا يزال هناك دليل على الارتباط الذاتي؛ قيم p تقدر بـ 0.09 (اختبار F) و 0.07 (اختبار مربع كاي) (جدول [6.8]).

(1) للاطلاع على مناقشة هذا الاختبار، انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, p. 465

إذا استخدمنا نموذج (6.1) أو (6.15)، فيبدو أن لدينا علاقة ارتباط تسلسلي في بياناتنا.

ملاحظة فنية: بما أن لدينا متغير تابع متباطيء كأحد المتغيرات المستقلة والارتباط التسلسلي، فإن المعاملات المقدرة في معادلة (6.15) قد تكون متحيزة وكذلك غير متسقة. أحد الحلول لهذه المشكلة هو استخدام متغير أداة **instrumental variable (IV)**، أو أداة، لقيم المتغير التابع المتباطئة بطريقة تجعل IV الذي تم اختياره يرتبط (بشكل قوي بأقصى ما يمكن) مع المتغير التابع ولكن لا يرتبط مع حد الخطأ. هذا الموضوع يتطلب تعمق اكثر وقد خصصنا فصل كامل لتقدير IV (انظر فصل 19). تتمثل إحدى الحلول المقترحة في استخدام القيمة المتباطئة للدخل كأداة للقيمة المتباطئة للإنفاق الاستهلاكي. ولكن سيكون لدينا المزيد لنقوله حول هذا في فصل 19.

جدول [6.8] اختبار BG للارتباط الذاتي للانحدار الذاتي لدالة الاستهلاك

Breusch−Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	2.544893	Prob. F(2,46)	0.0895
Obs*R-squared	5.280090	Prob. Chi-Square(2)	0.0714

Test Equation:
Dependent Variable: RESID
Method: Least Squares
Sample: 1948 2000
Included observations: 53
Presample missing value lagged residuals set to zero.

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−0.024493	0.055055	−0.444876	0.6585
LINC	0.036462	0.070518	0.517061	0.6076
LW	0.009814	0.020666	0.474868	0.6371
R	−8.02E−06	0.000879	−0.009121	0.9928
LC(−1)	−0.045942	0.081647	−0.562685	0.5764
RESID(−1)	0.354304	0.159237	2.225013	0.0310
RESID(−2)	−0.136263	0.155198	−0.877992	0.3845

R-squared	0.099624	Mean dependent var	2.05E−16
Adjusted R-squared	−0.017816	S.D. dependent var	0.010202
S.E. of regression	0.010293	Akaike info criterion	−6.192213
Sum squared resid	0.004873	Schwarz criterion	−5.931986
Log likelihood	171.0936	Durbin−Watson stat	1.924355
F-statistic	0.848298	Prob(F-statistic)	0.539649

للتخلص من الارتباط الذاتي في حد الخطأ ، يمكننا استخدام واحد أو أكثر من الطرق العلاجية التي نوقشت أعلاه ، أو يمكننا استخدام طريقة Newey–West والحصول على أخطاء معيارية robust أو أخطاء HAC المعيارية . وهذا يعطي النتائج الموضحة في جدول [6.9] .

بمقارنة النتائج الواردة في الجدولين [6.6] و [6.9] ، من الواضح أن الأخطاء المعيارية للمعاملات الواردة في جدول [6.6] كانت أقل من الواقع . مرة أخرى ، ضع في اعتبارك أن إجراء تصحيح HAC صالح في عينات كبيرة فقط .

نموذج (6.15) ليس الطريقة الوحيدة التي يمكن بها إعادة توصيف النموذج الأصلي . بدلاً من تضمين القيمة المتباطئة للمتغير التابع بين المتغيرات التفسيرية ، يمكننا إدخال القيمة (القيم) المتباطئة للمتغير LDPI . أو يمكن أن ندخلهما سويا .[1]

جدول [6.9] أخطاء HAC المعيارية للانحدار الذاتي لدالة الاستهلاك

Dependent Variable: LC
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 1948 2000
Included observations: 53 after adjustments
Newey–West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=3)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−0.316023	0.069837	−4.525140	0.0000
LINC	0.574832	0.090557	6.347768	0.0000
LW	0.150289	0.021847	6.879011	0.0000
R	−0.000675	0.001157	−0.583479	0.5623
LC(−1)	0.276562	0.100655	2.747633	0.0084

R-squared	0.999645	Mean dependent var	7.843870
Adjusted R-squared	0.999616	S.D. dependent var	0.541833
S.E. of regression	0.010619	Akaike info criterion	−6.162741
Sum squared resid	0.005413	Schwarz criterion	−5.976865
Log likelihood	168.3126	Durbin–Watson stat	1.395173
F-statistic	33833.55	Prob(F-statistic)	0.000000

(1) للاطلاع على التفاصيل انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapter 17

6.5 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

في هذا الفصل قمنا بتغطية موضوع الارتباط الذاتي بعمق . غالبًا ما تتعرض بيانات السلاسل الزمنية إلى الارتباط الذاتي . ناقشنا أولاً طبيعة وعواقب الارتباط الذاتي ، ثم ناقشنا طرق اكتشاف الارتباط الذاتي ، ثم نظرنا في الطرق التي يمكن بها حل مشكلة الارتباط الذاتي .

وبما أننا لا نعلم عمومًا حدود الخطأ الحقيقية في نموذج الانحدار ، في الممارسة يجب أن نستنتج طبيعة الارتباط الذاتي في تطبيق واقعي من خلال فحص البواقي ، والتي تمثل نظيرا جيدا لحد الخطأ الحقيقي إذا كان حجم العينة كبيرًا إلى حد معقول . يمكننا رسم البواقي ، أو استخدام اختبارات Durbin–Watson أو Breusch–Godfrey (BG) .

إذا كانت اختبارات الارتباط الذاتي تشير إلى وجود ارتباط ذاتي في حالة معينة ، فيمكننا تحويل النموذج الأصلي بحيث لانواجه في النموذج المتحول الارتباط الذاتي . هذا قول أسهل من فعله ، لأننا لا نعرف البنية الحقيقية للارتباط الذاتي في المجتمع الذي تم سحبت العينة منه . ولذلك فإننا نحاول إجراء العديد من التحويلات ، مثل تحويلات الفرق الأول والفرق المعمم . وغالبًا ما تكون هذه عملية تجربة وخطأ .

إذا كان حجم العينة كبيرًا إلى حد معقول ، فيمكننا استخدام أخطاء معيارية robust أو أخطاء HAC المعيارية ، التي لا تتطلب أي معرفة خاصة بطبيعة الارتباط الذاتي . يقوم إجراء HAC ببساطة بتعديل أخطاء OLS المعيارية ، دون تغيير قيم معاملات الانحدار .

وحيث إن مقدرات OLS متسقة على الرغم من الارتباط الذاتي ، فإن فحوى الطرق التصحيحية التي تمت مناقشتها في هذا الفصل هي تقدير الأخطاء المعيارية لمعاملات الانحدار بشكل فعال على قدر الإمكان حتى لا نستخلص استنتاجات مضللة حول المعنوية الإحصائية لعامل أو أكثر من معاملات الانحدار .

تطبيقات Exercise

6.1 بدلاً من تقدير النموذج (6.1) ، لنفترض أنك قدرت النموذج الخطي التالي :

$$C_1 = A_1 + A_2\ DPI_t + A_3\ W_t + A_4 R_t + u_t \quad (6.16)$$

(أ) قارن نتائج هذا النموذج الخطي مع تلك المبينة في جدول [6.2] .

(ب) ما هو تفسير المعاملات المختلفة في هذا النموذج؟ ما هي العلاقة بين المعاملات A في هذا النموذج والمعاملات B الواردة في جدول [6.2] ؟

(ج) هل يعاني هذا الانحدار من مشكلة الارتباط الذاتي؟ ناقش الاختبارات التي ستجريها . وما هو الناتج؟

(د) إذا وجدت ارتباطًا ذاتيًا في النموذج الخطي ، فكيف يمكن حله؟ اعرض الحسابات الضرورية .

(هـ) بالنسبة لهذا النموذج ، كيف تحسب المرونات لـ C فيما يتعلق بـ DPI ، و W ، و R ؟ هل تختلف هذه المرونة عن تلك التي تم الحصول عليها من الانحدار (6.1) ؟ إذا كان الأمر كذلك ، ما الذي يتسبب في هذا الفرق؟

6.2 أعد تقييم الانحدار (6.1) بإضافة الزمن t ، كمتغير مستقل إضافي ، حيث إن t تأخذ القيم : (1 ، 2 ، . . . ، 54) وتُعرف بمتغير الاتجاه .

(أ) قارن نتائج هذا الانحدار مع النتائج الواردة في جدول [6.2] . هل هناك فرق بين مجموعتي النتائج؟

(ب) إذا كان معامل متغير الاتجاه ذا معنوية إحصائية ، فماذا يعني ذلك؟

(ج) هل هناك ارتباط تسلسلي في النموذج مع متغير الاتجاه فيه؟ وضح الحسابات الضرورية .

6.3 كرر التمرين 6.2 للنموذج المعطى في معادلة (6.15) وعلق على النتائج .

6.4 أعد إجراء الانحدار في جدول 6.7 باستخدام ln INC(−1) كمتغير مستقل بدلاً من LC(−1) ، وقارن النتائج مع تلك الواردة في جدول [6.7] .

ما الفرق ، إن وجد ، الذي تراه؟ ماذا قد يكون المنطق من وراء هذا الاستبدال؟ اشرح .

الفصل السابع

7 تشخيص الانحدار IV: أخطاء توصيف النموذج

Regression diagnostic IV: model specification errors

أحد افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (CLRM) هو أن النموذج المستخدم في التحليل «تم توصيفه بشكل صحيح» . وهذا يكون في الواقع أمر طويل ، لأنه لا يوجد نموذج مثالي . يحاول نموذج الاقتصاد القياسي تجميع السمات الرئيسية لظاهرة اقتصادية ، مع الأخذ في الاعتبار النظرية الاقتصادية الأساسية ، والعمل التجريبي السابق ، والحدس ، ومهارات البحث . إذا أردنا أن نأخذ بعين الاعتبار كل عامل يؤثر في موضوع بحث معين ، فإن النموذج سيكون غير عملي إلى حد يجعله قليل الاستخدام .

نقصد بالتوصيف الصحيح واحدًا أو أكثر مما يلي :

1 - لا يستثني النموذج أي متغيرات «أساسية» .

2 - لا يتضمن النموذج متغيرات زائدة .

3 - تم اختيار شكل دالة مناسب للنموذج .

4 - لا توجد أخطاء في قياس المتغير التابع والمتغيرات المستقلة .

5 - تؤخذ القيم الشاذة في البيانات في الاعتبار ، إن وجدت .

6 - التوزيع الاحتمالي لحد الخطأ محدد بشكل جيد .

7 - ماذا يحدث إذا كانت المتغيرات المستقلة عشوائية؟

8 - مشكلة المعادلات الآنية : تحيز الآنية .

في ما يلي سنناقش عواقب ماذا يحدث إذا ارتكبنا خطأ أو أكثر من أخطاء التوصيف ، وكيف يمكننا اكتشافها ، وما هي التدابير العلاجية التي يمكننا اتخاذها .

7.1 إغفال المتغيرات ذات الصلة Omission of relevant variables

نحن لا ننوي عن عمد حذف المتغيرات ذات الصلة من النموذج . لكن في بعض الأحيان يتم حذفها لأن ليس لدينا البيانات ، أو لأننا لم ندرس النظرية الاقتصادية

الأساسية بعناية ، أو لأننا لم ندرس الأبحاث السابقة في المجال بشكل كامل ، أو في بعض الأحيان بسبب الإهمال فقط . وهذا ما يسمى توفيق النموذج بشكل غير كامل **underfitting** a model . أيا كان السبب ، فإن إغفال المتغيرات المهمة أو «الأساسية» له النتائج التالية :[1]

1 – إذا كانت المتغيرات المستبعدة أو المحذوفة مرتبطة بالمتغيرات المدرجة في النموذج ، فإن معاملات النموذج المقدر تكون متحيزة . ليس هذا فقط ، ولا يختفي التحيز كلما ازداد حجم العينة . وبعبارة أخرى ، فإن المعاملات المقدرة للنموذج الذي تم توصيفه بشكل غير صحيح تكون متحيزة وكذلك غير متسقة .

2 – حتى إذا كانت المتغيرات المستبعدة بشكل خاطئ لا ترتبط بالمتغيرات المدرجة في النموذج ، فإن ثابت الانحدار في النموذج المقدر يكون متحيزًا .

3 – تم تقدير تباين الخطأ σ^2 بشكل غير صحيح .

4 – تباينات المعاملات المقدرة للنموذج الذي تم توصيفه بشكل غير صحيح تكون متحيزة . ونتيجة لذلك ، فإن الأخطاء المعيارية المقدرة تكون متحيزة أيضًا .

5 – بالتالي ، تصبح فترات الثقة المعتادة وإجراءات اختبار الفروض موضع شك ، مما يؤدي إلى استنتاجات مضللة بشأن المعنوية الإحصائية للمعايير المقدرة .

6 – وعلاوة على ذلك ، فإن التنبؤات المستندة إلى النموذج غير الصحيح وفترات الثقة للتنبؤات التي تمت على أساسه ستكون غير موثوق بها .

كما ترون ، فإن عواقب حذف المتغيرات ذات الصلة يمكن أن تكون خطيرة للغاية .

بطبيعة الحال ، نود تجنب مثل هذه العواقب . المشكلة الآن هي أنه من السهل تقرير عواقب الخطأ في توصيف النموذج إذا تم إخبارنا عن النموذج الحقيقي . في هذه الحالة ، يمكننا تقدير النموذج الذي تم توصيفه «بشكل صحيح» ومقارنة النتائج بنتائج النموذج غير الصحيح . لكن هذا يعيدنا إلى سؤال ما هو النموذج الذي «تم توصيفه بشكل صحيح» ؟ البحث عن نموذج «تم توصيفه بشكل صحيح» أمرا صعبا جدا .

أين نبدأ بعد ذلك؟ بالإضافة إلى تطلب الدقة في توصيف النموذج ، فإن أفضل ما يمكننا القيام به هو مقارنة النموذج المختار بنموذج بديل قد يكون مرشحًا للنظر فيه ، وربما يكون نموذجًا مقترحا من مراجعة النظراء .

(1) للاطلاع على التفاصيل ، انظر Gujarati/Porter, *op cit.*, pp. 471–3 .

مثال توضيحي: إعادة النظر في تحديد الأجور

درسنا في الفصل الأول نموذجا لتحديد الأجر في الساعة ، وذلك باستخدام بيانات CPS (المسح السكاني الحالي) 1995 على 1,289 عامل . وترد نتائج هذا النموذج في جدول [1.2] ، والتي نعيد إنتاجها هنا في جدول [7.1] من أجل الشرح .

جدول [7.1] محددات معدل الأجر لكل ساعة

Dependent Variable: WAGERATE
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	–7.183338	1.015788	–7.071691	0.0000
FEMALE	–3.074875	0.364616	–8.433184	0.0000
NONWHITE	–1.565313	0.509188	–3.074139	0.0022
UNION	1.095976	0.506078	2.165626	0.0305
EDUCATION	1.370301	0.065904	20.79231	0.0000
EXPERIENCE	0.166607	0.016048	10.38205	0.0000

R-squared	0.323339	Mean dependent var	12.36585
Adjusted R-squared	0.320702	S.D. dependent var	7.896350
S.E. of regression	6.508137	Akaike info criterion	6.588627
Sum squared resid	54342.54	Schwarz criterion	6.612653
Log likelihood	–4240.370	Hannan–Quinn criter.	6.597646
F-statistic	122.6149	Durbin–Watson stat	1.897513
Prob(F-statistic)	0.000000		

يعتبر هذا الجدول فقط الجنس ، والعرق ، ووضع الاتحاد ، والتعليم ، والخبرة كمحددات للأجر في الساعة . ولكن من الشائع أن تزيد الأجور كلما ازدادت الخبرة العملية ، مع بقاء المتغيرات الأخرى ثابتة . ولكن هل تزيد الأجور بمعدل أبطأ أو أسرع كلما ازدادت الخبرة العملية؟ للسماح بهذا الاحتمال ، دعونا نوسع نموذج الأجر في جدول [7.1] بإضافة مربع الخبرة كمتغير مستقل إضافي . النتائج موضحة في جدول [7.2] .

جدول [7.2] دالة الأجر الموسعة

Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-8.419035	1.035710	-8.128758	0.0000
FEMALE	-3.009360	0.361432	-8.326210	0.0000
NONWHITE	-1.536077	0.504448	-3.045066	0.0024
UNION	1.026979	0.501521	2.047728	0.0408
EDUCATION	1.323745	0.065937	20.07597	0.0000
EXPERIENCE	0.424463	0.053580	7.922076	0.0000
EXPERSQ	-0.006183	0.001227	-5.039494	0.0000

R-squared	0.336483	Mean dependent var	12.36585
Adjusted R-squared	0.333378	S.D. dependent var	7.896350
S.E. of regression	6.447128	Akaike info criterion	6.570562
Sum squared resid	53286.93	Schwarz criterion	6.598593
Log likelihood	-4227.728	Durbin-Watson stat	1.901169
F-statistic	108.3548	Prob(F-statistic)	0.000000

ومقارنة هذه النتائج مع تلك الواردة في جدول [7.1] ، نرى أن متغير مربع الخبرة ذو معنوية إحصائية عالية (قيمة p عمليا صفر) . ومن المثير للاهتمام أن معامل متغير مربع الخبرة يكون سالبًا ، ولكن معامل الخبرة موجبًا . ما يشير إليه هذا هو أنه على الرغم من زيادة الأجور بالساعة مع زيادة الخبرة في العمل ، فإن معدل الزيادة يتراجع مع المزيد من الزيادة في الخبرة في العمل .[1]

بالنسبة للأغراض الحالية ، يبدو أنه بإغفال متغير مربع الخبرة من النموذج في

(1) مع ثبات المتغيرات الأخرى ، إذا أخذنا مشتقة الأجر بالنسبة للخبرة ، فسنحصل بعد التقريب على : $d\,Wage / d\,Exper = 0.4245 - 0.0124Exper$ ، مما يدل على أن معدل تغير الأجور بالنسبة للخبرة ينخفض بمعدل 0.0124 لكل سنة إضافية من الخبرة في العمل .

جدول [7.1] ، فقد ارتكبنا خطأ بإغفال متغير (متغيرات) من النموذج . على الرغم من أن جميع المعاملات في جدول [7.2] تكون ذات معنوية إحصائية فردية وجماعية ، إلا أن قيمها تختلف في حالات عديدة اختلافًا جوهريًا عن تلك الواردة في جدول [7.1] . وهذا يؤكد النقاط التي أثيرت في وقت سابق أنه في مثل هذه الحالات ، تكون تقديرات OLS الواردة في جدول [7.1] متحيزة .

لكن من الممكن تعديل هذا النموذج بشكل أكبر إذا تم عمل تفاعل (ضرب) الخبرة مع الجنس . يوضح جدول [7.3] نتائج هذا النموذج المنقح .

يوضح هذا الجدول أن معامل التفاعل بين الجنس والخبرة ذو معنوية إحصائية كبيرة . وتشير القيمة السالبة لهذا المعامل إلى أن الإناث يكسبن أقل من نظرائهن من الذكور بخبرات عمل مماثلة . من الصعب معرفة ما إذا كان هذا بسبب التمييز بين الجنسين ، على الرغم من أنه قد يكون هو الحال .

ويبدو أنه من المفيد توسيع النموذج الأصلي الوارد في جدول [7.1] بإضافة متغير مربع الخبرة ومتغير الجنس-الخبرة إلى النموذج . يمكننا إنشاء هذا شكليًا باستخدام اختبار F . ولهذا الغرض ، نسترجع النموذج الوارد في جدول [7.1] **النموذج المقيّد** والنموذج الوارد في جدول [7.3] النموذج غير المقيد . بوضع R_r^2 و R_{ur}^2 يمثلان قيم R^2 المقيد وغير المقيد .

الآن ضع في اعتبارك المعادلة التالية :

$$F = \frac{(R_{ur}^2 - R_r^2)/m}{(1 - R_{ur}^2)/(n-k)} \qquad (7.1)^{(1)}$$

حيث m = عدد القيود (2 في مثالنا ، حيث يستبعد النموذج المقيّد متغيرين) ، n = عدد المشاهدات ، و k = عدد المتغيرات المستقلة في النموذج غير المقيد .
$(m = [(n-k) - (n-k-2) = 2])$.

(1) لاحظ أن الصيغة الواردة في معادلة (7.1) تكون صالحة فقط إذا كان المتغير التابع في كلا النموذجين واحدا . في هذه الحالة ، اختبار F في المعادلة (7.1) يعادل اختبار F في المعادلة (2.11) . إذا لم يكن الأمر كذلك ، نستخدم اختبار F في معادلة (2.11) . انظر أيضا المعادلة (1.18) .

جدول [7.3] تنقيح نموذج الأجر

Dependent Variable: W
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−9.200668	1.072115	−8.581792	0.0000
FEMALE	−1.433980	0.680797	−2.106326	0.0354
NONWHITE	−1.481891	0.503577	−2.942730	0.0033
UNION	0.949027	0.501081	1.893958	0.0585
EDUC	1.318365	0.065801	20.03554	0.0000
EXPER	0.471974	0.056212	8.396344	0.0000
EXPERSQ	−0.006274	0.001224	−5.124559	0.0000
EXPER*FEMALE	−0.084151	0.030848	−2.727939	0.0065

R-squared	0.340315	Mean dependent var	12.36585
Adjusted R-squared	0.336711	S.D. dependent var	7.896350
S.E. of regression	6.430992	Akaike info criterion	6.566322
Sum squared resid	52979.16	Schwarz criterion	6.598357
Log likelihood	−4223.994	Durbin–Watson stat	1.892702
F-statistic	94.40528	Prob(F-statistic)	0.000000

يتبع إحصاء F في معادلة (7.1) توزيع F مع m و $(n-k)$ درجات الحرية في البسط والمقام، على التوالي.

بوضع القيم المناسبة من جدول [7.1] وجدول [7.3]، نحصل على النتيجة التالية:

$$F = \frac{(0.3403 - 0.3233)/2}{(1 - 0.3403)/(1289 - 8)} \approx 16.67 \quad (7.2)$$

بالنسبة إلى 2 درجة حرية في البسط و 1,281 درجة حرية في المقام، تكون قيمة F هذه معنوية للغاية، مما يشير إلى أنه من الجدير إضافة المتغيرين إلى النموذج الأصلي. في هذا المعنى، لم يتم توصيف النموذج الأصلي بشكل صحيح لأنه يغفل متغيرين ذوي صلة.

لاحظ مرة أخرى أنه بينما ننتقل من جدول [7.1] إلى [7.2] إلى [7.3]، تتغير معاملات بعض المتغيرات بشكل كبير. وهذا يعزز النقطة التي تم إرساؤها في وقت سابق أنه إذا حذفت المتغيرات ذات الصلة من نموذج، فإن المعاملات في النموذج (الذي تم توصيفه بشكل غير صحيح) تكون متحيزة وليس هناك ما يضمن أن هذا التحيز سيختفي مع زيادة حجم العينة. في مثالنا، لدينا عينة كبيرة بشكل معقول.

لاحظ أن قيمة R^2 وهي 0.3403 في النموذج الموسع قد لا تبدو أكبر بكثير من قيمة R^2 وهي 0.3233 في النموذج الأصلي، ولكن المساهمة المتزايدة للمتغيرين الإضافيين ذات معنوية إحصائية واضحة، كما يظهر اختبار F.

7.2 اختبارات المتغيرات المحذوفة Tests of omitted variables

على الرغم من أننا قد أوضحنا نتائج حذف المتغيرات ذات الصلة، كيف يمكننا معرفة ما إذا كنا قد ارتكبنا تحيز بإغفال متغير؟ هناك عدة اختبارات للكشف عن إغفال المتغيرات ذات الصلة، لكننا سننظر في اثنين فقط هنا، وهما اختبار Ramsey's RESET واختبار مضاعف لاجرانج Lagrange multiplier (LM)[1].

اختبار *Ramsey's RESET*

لاختبار أخطاء توصيف الانحدار فإن RESET باختصار، هو اختبار عام لأخطاء توصيف النموذج. لشرح هذا الاختبار، نعود مرة أخرى إلى نموذج تحديد الأجر. فيما يتعلق بالجدولين [7.2] و [7.3]، كان النموذج الوارد في جدول [7.1]، غير موصف بشكل صحيح. دون القلق بشأن النتائج في الجداول الأخرى في الوقت الحالي، نركز على النتائج الواردة في جدول [7.1].

سنشرح أولاً الخطوات المتبعة في RESET ومن ثم نبين الأساس المنطقي وراءها.

1 – من نموذج الأجر المقدّر (بشكل غير صحيح) الوارد في جدول [7.1]، نحصل أولاً على القيم المقدرة، أو الموفقة، لمعدل الأجر بالساعة يسمى $\widehat{Wage}_i$.

2 – نعيد تقييم النموذج في جدول [7.1] بما في ذلك $\widehat{Wage}_i^2$ و $\widehat{Wage}_i^3$ (وربما قوى أعلى لمعدل الأجر المقدر) كمتغيرات مستقلة إضافية.

(1) للاطلاع على تفاصيل الاختبارات الأخرى، انظر Gujarati/Porter, *op cit.*, pp. 479-82.

3 – النموذج الأولي في جدول [7.1] هو النموذج المقيد والنموذج في الخطوة 2 هو النموذج غير المقيد .

4 – في ظل فرض العدم بأن النموذج المقيد (أي النموذج الأصلي) صحيح ، يمكننا استخدام اختبار F المعطى في معادلة (7.1) . تحتوي هذه الإحصاء F على :

مع df في البسط $m = 2$ و df في المقام تساوي

$(n - k) = (1289 - 8) = 1281$

لأننا في حالة الانحدار في الخطوة 2 ، تقدر ثمانية معلمات ، بما في ذلك ثابت الانحدار أو القاطع .

5 – إذا كان اختبار F في الخطوة 4 معنويا ، يمكننا رفض فرض العدم . أي أن ، النموذج المقيد غير مناسب في الوضع الحالي . إذا كان إحصاء F غير معنوياً ، فإننا لا نرفض النموذج الأصلي .

الفكرة وراء هذا الاختبار بسيطة . إذا تم توصيف النموذج الأصلي بشكل صحيح ، فلا يجب أن تضيف قيم الأجر المقدرة المربعة والقيم المرفوعة لقوى أعلى أي شيء إلى النموذج . ولكن إذا كانت معاملات واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة الإضافية معنوية ، فقد يكون هذا دليلاً على خطأ في التوصيف .

باستخدام *Eviews 6* ، حصلنا على النتائج الواردة في جدول [7.4] . تتمثل النتيجة المهمة لهذا الجدول في أن القيمة F المقدرة 20.12 ذات معنوية إحصائية مرتفعة ؛ قيمة p الخاصة بها صفر عمليا . كما نرى أيضا ، معامل القيم المربعة الموفقة لمعدل الأجر له معنوية كبيرة إحصائيا .[1]

(1) إن إحصاء F المهم هنا هو القيمة F المعطاة في اختبار Ramsey RESET في الجزء العلوي من هذا الجدول .

جدول [7.4] اختبار RESET لنموذج الأجر

Ramsey RESET Test:

F-statistic	20.12362	Prob. F(2,1281)	0.0000
Log likelihood ratio	39.87540	Prob. Chi-Square(2)	0.0000

Test Equation:
Dependent Variable: WAGE
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.412981	2.453617	1.798561	0.0723
FEMALE	−0.059017	0.797535	−0.073999	0.9410
NONWHITE	−0.195466	0.631646	−0.309454	0.7570
UNION	0.124108	0.564161	0.219987	0.8259
EDUCATION	0.080124	0.302395	0.264966	0.7911
EXPER	0.000969	0.042470	0.022809	0.9818
FITTED^2	0.044738	0.020767	2.154294	0.0314
FITTED^3	−0.000311	0.000601	−0.517110	0.6052

R-squared	0.343951	Mean dependent var	12.36585
Adjusted R-squared	0.340366	S.D. dependent var	7.896350
S.E. of regression	6.413247	Akaike info criterion	6.560795
Sum squared resid	52687.19	Schwarz criterion	6.592830
Log likelihood	−4220.433	Durbin–Watson stat	1.894263
F-statistic	95.94255	Prob(F-statistic)	0.000000

على الرغم من سهولة تطبيقه ، فإن اختبار RESET له عيبان . **أولاً** ، إذا أظهر الاختبار أن النموذج المختار قد تم توصيفه بشكل غير صحيح ، فإنه لا يشير إلى أي بديل محدد . **ثانيًا** ، لا يقدم الاختبار أي إرشادات حول عدد الحدود المرفوعة لقوى للقيم المقدرة للمتغير التابع التي سيتم إدراجها في النموذج غير المقيد . لا توجد إجابة محددة لهذا ، على الرغم من أنه في الممارسة العملية يمكننا المضي قدما عن طريق التجربة والخطأ وتحديد الحدود المرفوعة لقوى على أساس معايير المعلومات ، مثل Akaike أو Schwarz .

اختبار مضاعف لاجرانج (LM)

The Lagrange multiplier (LM) test

نوضح هذا الاختبار مع مثال معدل الأجر .

1 - من النموذج الأصلي الوارد في جدول [7.1] ، نحصل على البواقي المقدرة e_i .

2 - إذا كان النموذج الوارد في جدول [7.1] هو النموذج الصحيح ، فإن البواقي e_i التي يتم الحصول عليها من هذا النموذج لا ينبغي أن تكون مرتبطة مع المتغيرات المستقلة التي تم حذفها من هذا النموذج ، أي $Exper^2$ والتفاعل بين النوع والخبرة ، وبين الخبرة - أنثى .

3 - نجري الآن انحدار e_i على المتغيرات المستقلة في النموذج الأصلي والمتغيرات المحذوفة من النموذج الأصلي . نسمي هذا الانحدار الإضافي ، انحدار مساعد للانحدار الأصلي .

4 - إذا كان حجم العينة كبيرًا ، فيمكن إظهار أن n (حجم العينة) مضروبة في R^2 التي تم الحصول عليها من الانحدار الإضافي يتبع توزيع مربع كاي مع df مساويًا لعدد المتغيرات المستقلة المحذوفة من الانحدار الأصلي ؛ اثنان في هذه الحالة . بالرموز ،

$$nR^2 \sim \chi^2_{(m)} \quad \text{(بشكل تقاربي)} \qquad (7.3)$$

حيث m هو عدد المتغيرات المستقلة المحذوف من النموذج الأصلي .

5 - إذا تجاوزت القيمة χ^2 المحسوبة قيمة χ^2 الحرجة عند مستوى المعنوية المختار ، أو إذا كانت القيمة الاحتمالية p لها منخفضة بما فيه الكفاية ، فإننا نرفض الانحدار الأصلي (أو المقيّد) . وهذا يعني أن النموذج الأصلي لم يتم توصيفه بشكل صحيح . انظر جدول [7.5] .

لذا ، يكون لدينا :

$$nR^2 = (1289)\,(0.0251) \approx 32.35 \sim \chi^2_2 \qquad (7.4)$$

عند df = 2 فإن احتمال الحصول على قيمة chi-square بقيمة 32.35 أو أكبر صغير للغاية ، أي صفر عمليًا .

على أساس اختبار LM ، يمكننا أن نستنتج أن النموذج الأصلي في جدول [7.1] لم يتم توصيفه بشكل صحيح ، مما يعزز الاستنتاج بناءً على اختبار Ramsey's RESET . تذكر أن العينة لدينا من 1,289 مشاهدة كبيرة جدًا بحيث يكون اختبار LM في هذه الحالة صالحًا .

جدول [7.5] اختبار LM لنموذج الأجر

Dependent Variable: S1
Method: Least Squares
Date: 11/25/09 Time: 12:36
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−2.017330	1.072115	−1.881636	0.0601
FE	1.640895	0.680797	2.410258	0.0161
NW	0.083422	0.503577	0.165659	0.8685
UN	−0.146949	0.501081	−0.293264	0.7694
ED	−0.051936	0.065801	−0.789287	0.4301
EX	0.305367	0.056212	5.432437	0.0000
EX^2	−0.006274	0.001224	−5.124559	0.0000
EX*FE	−0.084151	0.030848	−2.727939	0.0065

R-squared	0.025089	Mean dependent var	5.44E−09
Adjusted R-squared	0.019761	S.D. dependent var	6.495492
S.E. of regression	6.430992	Akaike info criterion	6.566322
Sum squared resid	52979.16	Schwarz criterion	6.598357
Log likelihood	−4223.994	Durbin–Watson stat	1.892702
F-statistic	4.709394	Prob(F statistic)	0.000031

Note: S1 (= e_i), residuals from the model in Table 7.1.

7.3 إدراج متغيرات غير مناسبة أو غير ضرورية

Inclusion of irrelevant or unnecessary variables

أحيانًا يضيف الباحثون متغيرات على أمل أن تزيد قيمة R^2 لنموذجهم وفقًا لاعتقاد خاطيء بأنه كلما ارتفع R^2 كلما كان النموذج أفضل . وهذا ما يسمى توفيق نموذج بمتغيرات أكثر مما يجب **overfitting** . ولكن إذا لم تكن المتغيرات ذات مغزى اقتصادي وذات صلة ، فإن مثل هذه الاستراتيجية غير مستحسنة بسبب العواقب التالية :[1]

(1) لمزيد من التفاصيل ، انظر : Gujarati/Porter, *op cit.*, pp. 477–82.

1 – مقدرات OLS للنموذج «غير الصحيح» أو «الموفق بمتغيرات أكثر مما يجب» كلها غير متحيزة ومتسقة .

2 – تقدير تباين الخطأ σ^2 يكون مقدرا بشكل صحيح .

3 – اجراءات حساب فترات الثقة واختبارات الفروض المعتادة تظل صالحة .

4 – غير أن المعاملات المقدرة لمثل هذا النموذج تكون غير كفء بشكل عام ، أي أن تبايناتها ستكون أكبر من تلك الخاصة بالنموذج الحقيقي .

لاحظ عدم التماثل في نوعي خطأ التوصيف – توفيق النموذج بمتغيرات أقل من اللازم وبمتغيرات أكثر من اللازم . في الحالة الأولى ، تكون المعاملات المقدرة متحيزة وغير متسقة ، ويتم تقدير تباين الخطأ بشكل غير صحيح ، وتصبح عملية اختبارات الفروض غير صالحة . في الحالة الأخيرة ، تكون المعاملات المقدرة غير متحيزة وكذلك متسقة ، ويتم تقدير تباين الأخطاء بشكل صحيح ، ويظل إجراء اختبارات الفروض صحيحًا ؛ والعقوبة الوحيدة التي ندفعها مقابل إدراج متغيرات غير ذات صلة أو غير ضرورية هي أن التباينات المقدرة ، وبالتالي الأخطاء المعيارية ، كبيرة نسبياً وبالتالي فإن الاستدلالات الاحتمالية بشأن المعلمات تكون أقل دقة .

وقد يميل أحد إلى الاستنتاج بأنه من الأفضل إدراج المتغيرات غير الضرورية (ما يسمى «نهج بالوعة المطبخ») من تجاهل المتغيرات ذات الصلة . إن مثل هذه الفلسفة لا يوصى بها لأن إدراج المتغيرات غير الضرورية لا يؤدي فقط إلى فقدان كفاءة المقدر ، بل قد يؤدي أيضًا ، عن غير قصد ، إلى مشكلة الارتباط المتعدد ، ناهيك عن فقدان درجات الحرية .

مثال توضيحي

لإعطاء لمحة عن هذا ، سنستمر مع مثال تحديد الأجر بإضافة متغير «عمر العامل» إلى النموذج في جدول [7.1] . لم نتمكن من إجراء هذا الانحدار بسبب الارتباط شبه التام بين العمر وخبرة العمل .

ويرجع ذلك إلى أن متغير «خبرة العمل» قد تم تعريفه بأنه (العمر – سنوات الدراسة – 6) .[1] يمكن التحقق من ذلك من خلال اجراء انحدار لخبرة العمل على العمر ، الذي يعطي النتائج الموضحة في جدول [7.6] .

(1) من المفترض أن يبدأ التعليم في سن السادسة . هذا التدريب يوحي بأننا نستطيع أن ندرج العمر أو الخبرة العملية كمتغير مستقل ولكن ليس كلاهما .

كما نرى ، المتغيران يرتبطان ارتباطا قويا ، معامل الارتباط بينهما هو $(\sqrt{0.942016}) = 0.9705$.

يدل هذا التطبيق على أنه يمكننا إضافة العمر أو خبرة العمل كمتغير مستقل ولكن ليس الاثنان .

جدول [7.6] انحدار الخبرة على العمر

Dependent Variable: EXPER
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-18.56877	0.269951	-68.78564	0.0000
AGE	0.984808	0.006811	144.5984	0.0000

R-squared	0.942016	Mean dependent var	18.78976
Adjusted R-squared	0.941971	S.D. dependent var	11.66284
S.E. of regression	2.809491	Akaike info criterion	4.905434
Sum squared resid	10158.60	Schwarz criterion	4.913443
Log likelihood	-3159.552	Hannan-Quinn criter.	4.908440
F-statistic	20908.71	Prob(F-statistic)	0.000000

7.4 توصيف شكل دالة نموذج الانحدار بشكل غير صحيح

Misspecification of the functional form of a regression model

في فصل 2 ، الذي يدور حول شكل دوال نماذج الانحدار ، ناقشنا الاختيار بين دوال الانتاج الخطية واللوغاريتمية الخطية(Cobb – Douglas) . في كلتا الحالتين كان لدينا بيانات عن المخرجات (كما تم قياسها بالناتج المحلي الإجمالي) ، ومدخلات العمالة (وفقًا لساعات العمل) ، ورأس المال (النفقات الرأسمالية) للولايات الخمسين في الولايات المتحدة الأمريكية وواشنطن العاصمة لعام 1995 . وناقشنا الإجراء العام لمقارنة هذه النماذج . هنا سنناقشها مع الإشارة إلى نموذج تحديد الأجر .

في مجال اقتصاديات العمل ، يختار الباحثون في كثير من الأحيان لوغاريتم الأجر على أنه المتغير التابع . وهذا يرجع إلى أن توزيع الأجر بين السكان يميل إلى الالتواء ، مع وجود العديد من العمال في النهاية السفلى للتوزيع وعدد قليل في النهاية العليا للتوزيع . ومن ناحية أخرى ، فإن توزيع لوغاريتم الأجر يميل إلى أن يكون أكثر تماثلا ،

كما أن لديه تبايناً متجانسا (انظر الشكلين 3.1 و 3.2) .

بالنسبة لمثال الأجر ، ماهو النموذج الأفضل : خطي أم لوغاريتمي خطي؟ لقد أعطينا بالفعل نتائج النموذج الخطي في جدول [7.3]. يوضح جدول [7.7] نتائج النموذج اللوغاريتمي .

جميع المتغيرات المستقلة معنوية بشكل كبير على نحو فردي ، حيث إن احصاءات t لها قيم p لهم منخفضة جدًا . بشكل جماعي أيضاً جميع المتغيرات ذات معنوية كبيرة ، حيث إن قيمة F تبلغ حوالي 109 وقيمة p صفر من الناحية العملية .

بالطبع ، يختلف تفسير المعاملات في جدول [7.7] عن ذلك في جدول [7.3] لأن المتغيرات التابعة في النموذجين مختلفة . على سبيل المثال ، يشير المعامل 0.0948 إلى أنه إذا زاد التعليم بمقدار سنة واحدة ، فإن متوسط الأجر بالساعة يرتفع بنسبة 9.48% ، مع افتراض ثبات باقي المتغيرات . (استرجع تفسير النموذج نصف اللوغاريتمي الذي تمت مناقشته في فصل 2) . يُترك للقارئ تفسير المعاملات الأخرى في هذا الجدول .

جدول [7.7] محددات لوغاريتم الأجور

Dependent Variable: LOG(WAGE)
Method: Least Squares
Sample: 1 1289
Included observations: 1289

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.732446	0.077613	9.437130	0.0000
FEMALE	−0.148060	0.049285	−3.004179	0.0027
NONWHITE	−0.127302	0.036455	−3.492000	0.0005
UNION	0.168485	0.036275	4.644705	0.0000
EDUCATION	0.094792	0.004764	19.89963	0.0000
EXPER	0.041946	0.004069	10.30778	0.0000
EXPER^2	−0.000637	8.86E−05	−7.187309	0.0000
EXPER*FEMALE	−0.005043	0.002233	−2.258065	0.0241

R-squared	0.373017	Mean dependent var	2.342416
Adjusted R-squared	0.369591	S.D. dependent var	0.586356
S.E. of regression	0.465556	Akaike info criterion	1.315020
Sum squared resid	277.6474	Schwarz criterion	1.347055
Log likelihood	−839.5302	Durbin−Watson stat	1.926178
F-statistic	108.8741	Prob(F-statistic)	0.000000

أي وضع أفضل : النموذج الخطي في جدول[7.3] أو النموذج اللوغاريتمي الخطي في جدول [7.7]؟

بالنسبة للنموذج الخطي R^2 حوالي 0.34 وبالنسبة للنموذج اللوغاريتمي الخطي ، يكون 0.37 . لكن لا يمكننا مقارنة هذين R^2s لأن المتغيرات التابعة في النموذجين مختلفة . فكيف نقارن بين النموذجين؟ نحن نتبع الخطوات الموضحة في فصل 2 (للإيجاز في الكتابة ، سيعبر الرمز W عن معدل الأجر) .

1 – نحسب المتوسط الهندسي للأجور ، وهو حوالي 10.406 .[1]

2 – ننشأ متغيرا جديدا $W_i^* = W_i/10.406$ ، أي أننا نقسم الأجر على المتوسط الهندسي للأجور .

3 – نقدر النموذج في جدول [7.3] ، باستخدام W_i^* بدلاً من W_i كمتغير مستقل ونحصل على RSS من هذا الانحدار ، نسميه RSS_1 .

4 – نعيد تقدير النموذج في جدول [7.3] ، باستخدام $\ln W_i^*$ ، بدلاً من $\ln W_i$ كمتغير تابع والحصول على RSS (مجموع مربعات البواقي) من هذا الانحدار نسميه RSS_2

5- نحسب بعد ذلك :

$$\frac{n}{2}\ln\left[\frac{RSS_1}{RSS_2}\right] \sim \chi_1^2 \qquad (7.5)$$

ملاحظة : ضع RSS الأكبر في البسط .

من هذا ، المقدار على الجانب الأيسر من معادلة (7.5) يتبع توزيع مربع كاي بدرجة حرية واحدة . إذا كانت قيمة chi-square المحسوبة من معادلة (7.5) ذات معنوية إحصائية ، يمكننا أن نستنتج أن النموذج الذي له RSS أقل هو أفضل نموذج .

لتوفير المساحة ، لن نتج جميع النتائج باستثناء أن نلاحظ أنه في الحالة الحالية : $RSS_1 = 489.2574$ و $RSS_2 = 277.6474$.

نتيجة لذلك :

$$\frac{1289}{2}\ln\left[\frac{489.2574}{277.6474}\right] \approx 365.11 \qquad (7.6)$$

(1) The GM = $(W_1 . W_2 . \dots . W_{1289})^{1/1289} = e^{2.342416} = 10.406$ في المثال الحالي

تكون قيمة chi square هذه لـ df = 1 كبيرة جداً بحيث يمكننا أن نستنتج بثقة أنه النموذج اللوغاريتمي الخطي الوارد في جدول [7.7] يتفوق على النموذج الخطي الوارد في جدول [7.3] .

ومن ثم ، فإن الاستنتاج هو أن شكل الدالة لنموذج الأجور الوارد في جدول [7.3] لم يتم توصيفه بشكل صحيح .

7.5 أخطاء القياس Errors of measurement

واحد من افتراضات CLRM هو أن النموذج المستخدم في التحليل تم توصيفه بشكل صحيح . على الرغم من عدم توضيحها صراحة ، إلا أن هذا يفترض أن قيم المتغير التابع وكذلك المتغيرات المستقلة دقيقة . أي أنها ليست تقديرات تخمينية أو استقراء أو استكمال أو مقربة بأي طريقة منهجية أو مسجلة بأخطاء .

ومع ذلك ، فإن هذه المثالية لا يتم تحقيقها عمليًا في كثير من الأحيان لعدة أسباب ، مثل أخطاء عدم الاستجابة وأخطاء إعداد التقارير ، والبيانات المفقودة ، أو الأخطاء البشرية المطلقة . ومهما كانت أسباب مثل هذه الأخطاء ، فإن أخطاء القياس تشكل تحيزًا آخر للتوصيف ، مما يؤدي إلى عواقب وخيمة ، خاصة إذا كانت هناك أخطاء في المتغيرات المستقلة .

أخطاء القياس في المتغير التابع
Errors of measurement in the regressand

على الرغم من أننا لن نثبت ذلك هنا ، إذا كانت هناك أخطاء قياس في المتغير التابع فإن النتائج المترتبة على ذلك هي :[1]

1 – لا تزال مقدرات OLS غير متحيزة .

2 – لا تزال التباينات والأخطاء المعيارية لمقدرات OLS غير متحيزة .

3 – ولكن التباينات المقدرة ، والأخطاء المعيارية في الواقع ، أكبر من حالة عدم وجود هذه الأخطاء .

باختصار ، لا تشكل أخطاء القياس في المتغير التابع تهديدًا خطيرًا للغاية لتقدير OLS .

(1) من أجل التفاصيل انظر : Gujarati /Porter، 5th edn، pp. 482–3.

أخطاء القياس في المتغيرات المستقلة
Errors of measurement in the regressors

إن الوضع هنا أكثر خطورة ، لأن أخطاء القياس في المتغير التفسيري أو المتغيرات التفسيرية تجعل مقدرات OLS متحيزة وغير متسقة .[1] وحتى أن مثل هذه الأخطاء في متغير مستقل واحد يمكن أن تؤدي إلى تقديرات متحيزة وغير متسقة لمعاملات المتغيرات المستقلة الأخرى في النموذج . وليس من السهل تحديد حجم واتجاه التحيز في المعاملات المقدرة .

وغالباً ما يُقترح أن نستخدم متغيرات أداة **instrumental** أو ممثلين للمتغيرات **proxy variables** التي يُشتبه في وجود أخطاء في قياسها . يجب أن تحقق المتغيرات التي تمثل المتغيرات المستقلة الأصلية متطلبين وهي أن ترتبط ارتباطًا وثيقًا بالمتغيرات التي تكون بمثابة ممثلا لها ، كما أنها غير مرتبطة مع خطأ المعادلة المعتاد u_i فضلاً عن خطأ القياس . لكن مثل هذه المتغيرات الممثلة ليس من السهل العثور عليها ؛ نحن غالبًا ما نشكو من سوء الأحوال الجوية دون أن نتمكن من فعل الكثير عنها . لذلك قد لا يكون هذا العلاج متاحًا دائمًا . غير أنه ، وبسبب الاستخدام الواسع للمتغيرات الأداة instru- mental في العديد من مجالات الاقتصاد القياسي التطبيقية ، فإننا نناقش هذا الموضوع بإسهاب في فصل 19 .[2]

كل ما يمكننا قوله عن أخطاء القياس ، في كل من المتغير التابع والمتغيرات المستقلة ، هو أننا يجب أن نكون حذرين للغاية في جمع البيانات والتأكد من القضاء على بعض الأخطاء الواضحة .

7.6 البيانات المتطرفة وبيانات الرافعة والتأثير
Outliers, leverage and influence data

في فصل 1 ناقشنا أساسيات نموذج الانحدار الخطي . قد تتذكر أنه من خلال تدنية مجموع مربعات البواقي (RSS) لتقدير معلمات الانحدار ، يعطي OLS وزناً متساوياً لكل مشاهدة في العينة . ولكن هذا قد يخلق مشاكل إذا كانت لدينا مشاهدات قد

(1) من أجل التفاصيل أنظر : Gujarati/Porter, *op cit.*, 483–6.

(2) من أجل مناقشة مثيرة للاهتمام ، ولكنها متطورة إلى حد ما حول هذا الموضوع ، انظر : Joshua D. Angrist and Jörn-Steffen Pischke, *Mostly Harmless Econometrics: An Empiricist's Companion*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2009, Chapter 4.

لا تكون «مطابقة» لبقية العينة . وتعرف هذه المشاهدات أو نقاط البيانات بأنها نقاط خارجية أو نقاط رفع أو تأثير . ومن المهم أن نعرف ما هي ، وكيف تؤثر على نتائج الانحدار ، وكيف نكتشفها .

▲ القيم المتطرفة **Outliers** : في سياق تحليل الانحدار ، نجد أن القيمة المتطرفة هي مشاهدة ذات بواقي كبيرة (e_i) ، كبيرة بالمقارنة مع بواقي بقية المشاهدات . في الانحدار ذو متغيرين ، من السهل اكتشاف مثل هذه البواقي الكبيرة بسبب المسافة العمودية الكبيرة لها عن خط الانحدار المقدر . تذكر أنه قد يكون هناك أكثر من قيمة متطرفة واحدة . يمكن التفكير في القيم المربعة من e_i ، لتجنب مشكلة الإشارات – يمكن أن تكون البواقي موجبة أو سالبة .

▲ الرافعة **Leverage** : يقال إن المشاهدة تمارس نفوذًا مرتفعًا إذا كانت بعيدة بشكل غير متناسب عن الجزء الأكبر من مشاهدات العينة . في هذه الحالة ، يمكن لمثل هذه المشاهدات أن تسحب خط الانحدار نحو نفسها ، الأمر الذي قد يشوه ميل خط الانحدار .

▲ نقطة التأثير **Influence point** : إذا كانت مشاهدات الرفع levered observation تسحب واقعيا خط الانحدار نحو نفسها ، فإنها تسمى نقطة تأثير . إن إزالة نقطة البيانات هذه من العينة يمكن أن يغير بشكل كبير ميل خط الانحدار المقدر .

لتوضيح بعض هذه النقاط ، اعتبر في البيانات الواردة في جدول [7.8] ، والتي يمكن العثور عليها على الموقع الإلكتروني المرفق .

يعرض هذا الجدول بيانات عن عدد السجائر المدخنة للفرد الواحد (in 100s) ، والوفيات من سرطانات المثانة والرئة والكلى وسرطان الدم (لكل 100,000 من السكان) لعدد 43 ولاية وواشنطن العاصمة لعام 1960 . لتوضيح مشكلة القيم المتطرفة ، أجرينا انحدارا للوفيات بسبب سرطان الرئة على عدد السجائر المدخنة . النتائج موضحة في جدول [7.9] .

دون الإشارة إلى السببية ، يبدو أن هناك علاقة طردية بين الوفيات الناجمة عن سرطان الرئة وعدد السجائر المدخنة . إذا قمنا بزيادة عدد السجائر المدخنة بوحدة واحدة ، يرتفع متوسط عدد الوفيات الناجمة عن سرطان الرئة بمقدار 0.54 وحدة .

جدول [7.9] الوفيات بسبب سرطان الرئة و عدد السجائر المدخنة

Dependent Variable: LUNGCANCER
Method: Least Squares
Sample: 1 43
Included observations: 43

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.274073	2.085699	3.008140	0.0045
CIG	0.542076	0.081939	6.615623	0.0000

R-squared	0.516318	Mean dependent var	19.74000
Adjusted R-squared	0.504521	S.D. dependent var	4.238291
S.E. of regression	2.983345	Akaike info criterion	5.069362
Sum squared resid	364.9142	Schwarz criterion	5.151279
Log likelihood	-106.9913	Durbin-Watson stat	2.662271
F-statistic	43.76646	Prob(F-statistic)	0.000000

اكتشاف القيم المتطرفة

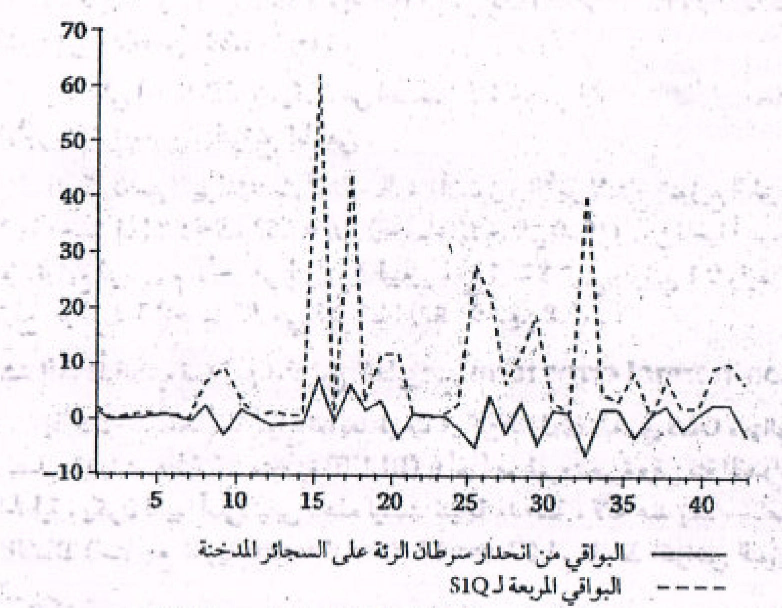
الطريقة البسيطة للكشف عن القيم المتطرفة هي رسم البواقي ومربع البواقي من نموذج الانحدار المقدر . سيعطي فحص الرسم البياني طريقة مبسطة لاكتشاف القيم المتطرفة ، على الرغم من أن ذلك قد لا يكون دائمًا هو الحال دون إجراء مزيد من التحليل .

بالنسبة إلى انحدار سرطان الرئة ، نحصل على شكل 7.1 . يوضح هذا الشكل أن هناك ارتفاعات في البواقي ومربعات البواقي في العديد من المشاهدات ، مثل #15 ، #17 ، #20 ، #25 و #32 ؛ وأكثر وضوحًا المشاهدة رقم #15 (لويزيانا)

انظر في المشاهدة لويزيانا . في عينة البيانات لديها واحدة من أعلى وفيات سرطان الرئة لكل 100,000 من السكان . هل هي مشاهدة متطرفة؟ حتى لو كان الأمر كذلك ، فإنه لا يعني بالضرورة أنها نقطة رفع أو تأثير عالية . لكي تكون نقطة (البيانات) مؤثرة ، يجب أن يؤدي إزالتها من العينة إلى تغيير كبير في نتائج الانحدار (معامل الميل ، الخطأ المعياري ، وما إلى ذلك) . وإحدى طرق اكتشاف ذلك هي معرفة كيف تتغير نتائج الانحدار إذا قمنا بإسقاط مشاهدة لويزيانا . تعرض النتائج في جدول [7.10] .

إذا قمنا بمقارنة معاملات الانحدار في الجدولين [7.9] و [7.10] ، فإنها لا تختلف

اختلافاً إحصائياً . وهكذا ، على الرغم من المظهر ، قد لا تكون لويزيانا قيمة متطرفة .



شكل 7.1 البواقي والبواقي المربعة للانحدار في جدول [7.9]

هناك العديد من الطرق الأخرى للكشف عن نقاط الرفع والتأثير ، ولكن هذا الأمر معقد إلى حد ما ويتطلب استخدام جبر المصفوفات .[1] ومع ذلك ، فإن برنامج *Stata* لديه إجراء معتاد يحسب مقياس الرفع لكل مشاهدة في العينة .

هناك طرق أخرى للكشف عن القيم المتطرفة ، مثل المربعات الصغرى المتكررة *recursive least squares* والبواقي المتكررة ، لكن مناقشة هذه الطرق ستأخذنا إلى مناطق بعيدة ، لذا لن نتابعها هنا .[2]

هدفنا من مناقشة موضوع القيم المتطرفة تحذير الباحثين من أن ينتبهوا لهذه القيم ، لأن تقديرات OLS يمكن أن تتأثر بشكل كبير بمثل هذه القيم المتطرفة ، خاصة إذا كانت مؤثرة .

(1) للاطلاع على نقاش يمكن الوصول إليه ، انظر
Samprit Chatterjee and Ali S. Hadi, *Regression Analysis by Example*, 4th edn, Wiley, New Jersey, 2006, Chapter 4.

(2) انظر ، على سبيل المثال ، Chatterjee and Hadi, *op cit.*, pp. 103–8.

جدول [7.10] نتائج الانحدار بدون لويزيانا

Dependent Variable: LUNGCANCER
Method: Least Squares
Date: 11/07/11 Time: 20:35
Sample: 1 42
Included observations: 42

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.622778	1.951918	2.880643	0.0063
CIG	0.561068	0.076428	7.341163	0.0000

R-squared	0.573982	Mean dependent var	19.60405
Adjusted R-squared	0.563331	S.D. dependent var	4.193696
S.E. of regression	2.771233	Akaike info criterion	4.922909
Sum squared resid	307.1892	Schwarz criterion	5.005656
Log likelihood	−101.3811	Durbin–Watson stat	2.665938
F-statistic	53.89268		
Prob(F-statistic)	0.000000		

7.7 التوزيع الاحتمالي لحد الخطأ

Probability distribution of the error term

يفترض نموذج الانحدار الخطي الطبيعي الكلاسيكي (CNLRM) ، والذي يعتبر امتداداً لـ CLRM ، أن حد الخطأ u_i في نموذج الانحدار يتوزع وفقا للتوزيع الطبيعي .[1] هذا الافتراض أمر بالغ الأهمية إذا كان حجم العينة صغيرًا نسبيًا ، وذلك لأن الاختبارات الشائعة المستخدمة للمعنوية ، مثل t و F ، تستند إلى افتراض التوزيع الطبيعي .

ومن المهم بالتالي أن نتحقق مما إذا كان حد الخطأ يتبع التوزيع الطبيعي . توجد عدة اختبارات للحالة الطبيعية ، ولكن الاختبار الأكثر شعبية هو اختبار Jarque – Bera (JB) للحالة الطبيعية . قبل تقديم هذا الاختبار ، من المهم أن نضع في اعتبارنا أن اختبار JB هو اختبار عينة كبيرة وقد لا يكون مناسبًا في عينات صغيرة . صيغة الاختبار كما يلي :

(1) لاحظ أن افتراض الحالة الطبيعية يتعلق بحد الخطأ ، u_t ، والمدرج في انحدار المجتمع وليس حد البواقي ، e_t ، المدرج في انحدار العينة ، على الرغم من أننا نستخدم هذا الأخير لدراسة u_t . هذا لأننا في الممارسة العملية لا نلاحظ أبداً u_t .

$$JB = n\left[\frac{S^2}{6} + \frac{(k-3)^2}{24}\right] \sim \chi^2_2 \qquad (7.7)$$

حيث n هي حجم العينة، S = معامل الالتواء، و K = معامل التفرطح .[1]

بالنسبة للمتغير الذي يتبع التوزيع الطبيعي $S = 0$ و $K = 3$. يتضح من إحصاء JB أنه إذا كانت $S = 0$ و $K = 3$ ، فإن قيمتها تكون صفراً . لذلك ، كلما اقتربت قيمة JB من الصفر ، كلما كان افتراض الحالة الطبيعية أفضل . بالطبع ، يمكننا دائما استخدام توزيع مربع كاي لإيجاد المعنوية الإحصائية المضبوطة (أي قيمة الاحتمال p) لإحصاء JB .

في الممارسة العملية لا نلاحظ حد الخطأ الحقيقي ، نحن نستخدم ممثلا عنه وهو e_i . إن فرض العدم هو الفرض المشترك الذي ينص على أن $S = 0$ و $K = 3$. أوضح كل من Jarque و Bera أن الإحصاء المعطى في معادلة (7.7) يتبع توزيع مربع كاي مع 2 من df . هناك درجتان من الحرية لأننا نفرض قيدين ، أي أن الالتواء هو صفر ، والتفرطح هو 3 .

لذلك في التطبيق ، إذا تجاوزت قيمة إحصاء JB المحسوب (أي إحصاء chi-square) قيمة chi-square الحرجة ، مثلا ، عند مستوى 5% ، نرفض الفرض القائل بأن حد الخطأ يتم توزيعه بشكل طبيعي .

مثال: اختبار JB لتدخين السجائر وسرطان الرئة

عودة إلى مثال تدخين السجائر سرطان الرئة ، إحصاء JB لبواقي الانحدار الوارد في جدول [7.9] هو 0.4106 مع قيمة p عند 0.41 ، وبالنسبة للانحدار في جدول [7.10] ، فإن إحصاء JB هي 1.48 مع قيمة p عند 0.47 . يشير كلا من قيمتي JB إلى أن افتراض التوزيع الطبيعي لحد الخطأ قد يكون مناسبًا في كلا النموذجين ، على الرغم من أن عدد المشاهدات (43 و 42) ليس كبيرًا للغاية .

اختبار JB لنموذج تحديد الأجر

في نموذج الأجر الخطي الوارد في جدول [7.3] بلغت إحصاء JB الخاص بالبواقي حوالي 4,130 ، وهو رقم ضخم ، مع قيمة p صفر عمليا . بالنسبة لنموذج لوغاريتم

(1) كما أن تباين المتغير العشوائي هو العزم الثاني حول القيمة المتوسطة للمتغير ، فإن الالتواء هو العزم الثالث والتفرطح هو العزم الرابع ، وكلها تقاس من القيمة المتوسطة . الالتواء هو قياس التماثل والتفرطح هو مقياس لطول أو استواء التوزيع الاحتمالي .

الأجر الوارد في [7.7] ، فإن إحصاء JB للبواقي كبيرة أيضًا ، حوالي 302 ، مع قيمة p تقريبًا صفر .[1] وقد يكون استخدام إحصاء JB في كلتا الحالتين مناسبًا لأن لدينا عينة كبيرة إلى حد ما من 1,289 مشاهدة .

بناء على إحصاء JB ، سيكون من الصعب الإبقاء على أن حد الخطأ في انحدار الأجر يتم توزيعه وفقا للتوزيع الطبيعي .

قد يكون من المثير للاهتمام أن نلاحظ هنا أن توزيع الأجر لا يتبع التوزيع الطبيعي تماما ، حيث إن $S = 1.84$ و $K = 7.83$. (إحصاء JB حوالي 1900) . من ناحية أخرى ، فإن توزيع لوغاريتم الأجر هو التوزيع الطبيعي ، مع قيمة S تبلغ حوالي 0.1 وقيمة K تبلغ حوالي 3.2 (إحصاء JB هي 2.8 فقط) (انظر التمرين 7.8) .

حد الخطأ الذي لا يتبع التوزيع الطبيعي Non-normal error term

إذا كان حد الخطأ u_i لا يتوزع توزيعا طبيعيًا ، يمكن القول أن مقدري OLS لا يزالون أفضل مقدرات خطية غير متحيزة (BLUE) ؛ أي أنها غير متحيزة وفي فئة المقدرات الخطية ، يكون لديها أدنى تباين . هذه ليست نتيجة مدهشة ، لأنه عند إنشاء خاصية BLUE (استرجع نظرية Gauss–Markov theorem) لم نلحظ افتراض التوزيع الطبيعي .

فما هي المشكلة إذن؟ تكمن المشكلة في أننا لأغراض اختبار الفروض ، نحتاج إلى توزيعات معاينة أو توزيعات احتمالية لمقدرات OLS . تفترض اختبارات t و F التي استخدمناها طوال الوقت أن التوزيع الاحتمالي لحد الخطأ هو التوزيع الطبيعي . ولكن إذا لم نتمكن من تحقيق هذا الافتراض ، فسنلجأ إلى نظرية العينات الكبيرة أو المقاربة **asymptotic** .

دون الدخول في التفاصيل الفنية ، في إطار افتراضات (CLRM) (وليس CNLRM) في العينات الكبيرة ، مقاييس OLS ليست متسقة فقط (أي أنها تقترب من قيمها الحقيقية مع زيادة حجم العينة إلى ما لا نهاية) ، ولكنها أيضًا تتبع التوزيع الطبيعي بشكل مقارب مع المتوسط والتباين المعتاد التي تمت مناقشته في فصل 1 . ومن المثير للاهتمام أن اختبارات **t و F التي استخدمناها على نطاق واسع حتى الآن تعتبر صالحة تقريبًا في العينات الكبيرة** ، والتقريب يكون جيدًا جدًا ، كلما زاد حجم العينة إلى ما لا نهاية .

(1) بالنسبة لنموذج الأجر الخطي في جدول [7.3] ، يبلغ S حوالي 2 و K = 10.79 ، وبالنسبة لنموذج الأجر في جدول [7.7] ، S = −0.44 و K = 5.19 . في كلتا الحالتين تكون مقاييس S و K بعيدة عن قيم التوزيع الطبيعي 0 و 3 على التوالي .

لذلك ، على الرغم من أن إحصاء JB أظهرت أن الأخطاء في كل من نموذج الأجر الخطي ونموذج الأجر اللوغاريتمي الخطي قد لا يتم توزيعها وفقا للتوزيع الطبيعي ، فلا يزال بإمكاننا استخدام اختبارات t و F لأن حجم العينة لدينا 1,289 من المشاهدات كبيرا جدا .

7.8 المتغيرات المستقلة العشوائية أو التصادفية

Random or stochastic regressors

يفترض CLRM ، كما هو موضح في فصل 1 ، يفترض أن المتغير التابع يكون متغيرا عشوائيا ولكن المتغيرات المستقلة ليست تصادفية أو أنها متغيرات ثابتة – أي أننا نبقي على قيم المتغيرات المستقلة ثابتة ونسحب عدة عينات عشوائية من المتغير التابع . على سبيل المثال ، في انحدار الإنفاق الاستهلاكي على الدخل ، نفترض أن مستويات الدخل ثابتة عند قيم معينة ثم نسحب عينات عشوائية للمستهلكين عند مستويات الدخل الثابتة ونلاحظ نفقات الاستهلاك . في تحليل الانحدار هدفنا هو التنبؤ بمتوسط الإنفاق الاستهلاكي عند مستويات مختلفة من الدخل الثابت . إذا قمنا بتوصيل هذه النفقات الاستهلاكية المتوسطة ، فإن الخط (أو المنحنى) الذي تم رسمه يمثل خط (أو منحنى) الانحدار (للعينة) .

على الرغم من أن افتراض ثبات المتغيرات المستقلة قد يكون صالحًا في العديد من الحالات الاقتصادية ، فقد لا يكون قابلاً للتطبيق على جميع البيانات الاقتصادية . وبعبارة أخرى ، نفترض أن كلًا من Y (المتغير التابع) و Xs (المتغيرات المستقلة) يتم سحبهم عشوائيًا . هذه هي حالة المتغيرات المستقلة التصادفية أو العشوائية . والسؤال المهم الذي يطرح نفسه هو ما إذا كانت نتائج تحليل الانحدار على أساس متغيرات مستقلة ثابتة تظل كما هي أيضا إذا كان المتغيرات المستقلة عشوائية مثل المتغير التابع . على الرغم من أنه سيتم توضيح الإجابة التفصيلية في فصل 19 ، لأن الموضوع متشابك إلى حد ما ، فيمكننا وضع النقاط التالية .

إذا تم توزيع المتغيرات المستقلة العشوائية وحد الخطأ u بشكل مستقل ، فإن النتائج الكلاسيكية التي تمت مناقشتها في الفصل الأول (نظرية the Gauss–Markov) تظل صالحة بشرط أن نشدد على حقيقة أن تحليلنا مشروط بالقيم المعطاة للمتغيرات المستقلة . من ناحية أخرى ، إذا كانت المتغيرات المستقلة العشوائية وحد الخطأ غير مرتبطين ، فإن

النتائج الكلاسيكية تظل متقاربة – وهذا ما يحدث في العينات الكبيرة .[1]

ولكن ما الذي يحدث إذا لم يتحقق أي من هذه الشروط؟ بمعنى آخر ، ماذا يحدث إذا كانت المتغيرات المستقلة والخطأ u مرتبطة ببعضها البعض؟ لقد ناقشنا بالفعل حالة أخطاء القياس في المتغير المستقل في وقت سابق وذكرنا أنه في هذه الحالة قد نضطر إلى اللجوء إلى طريقة تقدير بديلة ، مثل المتغيرات الأداة instrumental variables . ولكن هناك حالات أخرى حيث تكون المتغيرات المستقلة وحد الخطأ مرتبطان . نظراً لأهمية هذا الموضوع ، فإننا نناقشه باستفاضة في فصل 19 حول المتغيرات المستقلة العشوائية وتقدير المتغيرات الأداة . ويكفي أن نلاحظ هنا أنه في بعض الحالات يمكننا العثور على المتغيرات الأداة المناسبة ، بحيث يمكن استخدامها بدلاً من المتغيرات المستقلة العشوائية الأصلية ويمكننا الحصول على تقديرات متسقة للمعلمات المعنية .

7.9 مشكلة الآنية The simultaneity problem

لقد كان تركيزنا حتى الآن على نماذج الانحدار ذات المعادلة الأحادية ، حيث أننا عبرنا عن متغير تابع واحد Y كدالة في واحد أو أكثر من المتغيرات التفسيرية ، Xs . إذا كان هناك أي علاقة سببية بين Y و Xs ، فقد افترضنا ضمنا أن اتجاه السببية ينساب من Xs إلى Y .

لكن هناك العديد من الحالات التي لا يمكن فيها الحفاظ على مثل هذه العلاقة أحادية الاتجاه بين Y و Xs ، لأنه من المحتمل أن بعض Xs تؤثر على Y ولكن بدوره يؤثر Y أيضاً على واحد أو أكثر من Xs . بمعنى آخر ، قد تكون هناك علاقة تغذية مرتدة بين المتغيرات Y و X . لأخذ علاقات التغذية المرتدة هذه في الاعتبار ، سنحتاج إلى أكثر من معادلة انحدار . وهذا يؤدي إلى مناقشة نماذج انحدار المعادلات الآنية – أي النماذج التي تأخذ في الاعتبار علاقات التغذية المرتدة بين المتغيرات .[2] نناقش في الجزء التالي

---

(1) تذكر أن الاستقلالية تعني عدم وجود ارتباط ، ولكن عدم وجود علاقة ارتباط لا تعني بالضرورة الاستقلالية .

(2) في السبعينات والثمانينات ، كان موضوع نماذج المعادلات الآنية جزءًا لا يتجزأ من تدريب كل طلاب الاقتصاد القياسي . ولكن بعد ذلك ، فقدت هذه النماذج تميزها بسبب أدائها التنبؤي الضعيف . تنافس نماذج الاقتصاد القياسي التي تتضمن معادلات متعددة ، مثل الانحدار الذاتي للمتوسطات المتحركة (ARMA) و الانحدار الذاتي للمتجه (VAR) ، بشكل متزايد على أن تستبدل بنماذج المعادلات التقليدية الآنية . ومع ذلك ، فإن مجلس الاحتياطي الفيدرالي ووزارة التجارة الأمريكية والعديد من الوكالات الخاصة للتنبؤات لا يزالون يستخدمونها جنبا إلى جنب مع نماذج ARMA و VAR .

لذلك ، على الرغم من أن إحصاء JB أظهرت أن الأخطاء في كل من نموذج الأجر الخطي ونموذج الأجر اللوغاريتمي الخطي قد لا يتم توزيعها وفقا للتوزيع الطبيعي ، فلا يزال بإمكاننا استخدام اختبارات t و F لأن حجم العينة لدينا 1,289 من المشاهدات كبيرا جدا .

7.8 المتغيرات المستقلة العشوائية أو التصادفية
Random or stochastic regressors

يفترض CLRM ، كما هو موضح في فصل 1 ، يفترض أن المتغير التابع يكون متغيرا عشوائيا ولكن المتغيرات المستقلة ليست تصادفية أو أنها متغيرات ثابتة – أي أننا نبقي على قيم المتغيرات المستقلة ثابتة ونسحب عدة عينات عشوائية من المتغير التابع . على سبيل المثال ، في انحدار الإنفاق الاستهلاكي على الدخل ، نفترض أن مستويات الدخل ثابتة عند قيم معينة ثم نسحب عينات عشوائية للمستهلكين عند مستويات الدخل الثابتة ونلاحظ نفقات الاستهلاك . في تحليل الانحدار هدفنا هو التنبؤ بمتوسط الإنفاق الاستهلاكي عند مستويات مختلفة من الدخل الثابت . إذا قمنا بتوصيل هذه النفقات الاستهلاكية المتوسطة ، فإن الخط (أو المنحنى) الذي تم رسمه يمثل خط (أو منحنى) الانحدار (للعينة) .

على الرغم من أن افتراض ثبات المتغيرات المستقلة قد يكون صالحًا في العديد من الحالات الاقتصادية ، فقد لا يكون قابلاً للتطبيق على جميع البيانات الاقتصادية . وبعبارة أخرى ، نفترض أن كلًا من Y (المتغير التابع) و Xs (المتغيرات المستقلة) يتم سحبهم عشوائيًا . هذه هي حالة المتغيرات المستقلة التصادفية أو العشوائية . والسؤال المهم الذي يطرح نفسه هو ما إذا كانت نتائج تحليل الانحدار على أساس متغيرات مستقلة ثابتة تظل كما هي أيضا إذا كان المتغيرات المستقلة عشوائية مثل المتغير التابع . على الرغم من أنه سيتم توضيح الإجابة التفصيلية في فصل 19 ، لأن الموضوع متشابك إلى حد ما ، فيمكننا وضع النقاط التالية .

إذا تم توزيع المتغيرات المستقلة العشوائية وحد الخطأ u بشكل مستقل ، فإن النتائج الكلاسيكية التي تمت مناقشتها في الفصل الأول (نظرية the Gauss–Markov) تظل صالحة بشرط أن نشدد على حقيقة أن تحليلنا مشروط بالقيم المعطاة للمتغيرات المستقلة . من ناحية أخرى ، إذا كانت المتغيرات المستقلة العشوائية وحد الخطأ غير مرتبطين ، فإن

النتائج الكلاسيكية تظل متقاربة – وهذا ما يحدث في العينات الكبيرة .[1]

ولكن ما الذي يحدث إذا لم يتحقق أي من هذه الشروط؟ بمعنى آخر ، ماذا يحدث إذا كانت المتغيرات المستقلة والخطأ u مرتبطة ببعضها البعض؟ لقد ناقشنا بالفعل حالة أخطاء القياس في المتغير المستقل في وقت سابق وذكرنا أنه في هذه الحالة قد نضطر إلى اللجوء إلى طريقة تقدير بديلة ، مثل المتغيرات الأداة instrumental variables . ولكن هناك حالات أخرى حيث تكون المتغيرات المستقلة وحد الخطأ مرتبطان . نظراً لأهمية هذا الموضوع ، فإننا نناقشه باستفاضة في فصل 19 حول المتغيرات المستقلة العشوائية وتقدير المتغيرات الأداة . ويكفي أن نلاحظ هنا أنه في بعض الحالات يمكننا العثور على المتغيرات الأداة المناسبة ، بحيث يمكن استخدامها بدلاً من المتغيرات المستقلة العشوائية الأصلية ويمكننا الحصول على تقديرات متسقة للمعلمات المعنية .

7.9 مشكلة الآنية The simultaneity problem

لقد كان تركيزنا حتى الآن على نماذج الانحدار ذات المعادلة الأحادية ، حيث أننا عبرنا عن متغير تابع واحد Y كدالة في واحد أو أكثر من المتغيرات التفسيرية ، Xs . إذا كان هناك أي علاقة سببية بين Y و Xs ، فقد افترضنا ضمنا أن اتجاه السببية ينساب من Xs إلى Y .

لكن هناك العديد من الحالات التي لا يمكن فيها الحفاظ على مثل هذه العلاقة أحادية الاتجاه بين Y و Xs ، لأنه من المحتمل أن بعض Xs تؤثر على Y ولكن بدوره يؤثر Y أيضاً على واحد أو أكثر من Xs . بمعنى آخر ، قد تكون هناك علاقة تغذية مرتدة بين المتغيرات Y و X . لأخذ علاقات التغذية المرتدة هذه في الاعتبار ، سنحتاج إلى أكثر من معادلة انحدار . وهذا يؤدي إلى مناقشة نماذج انحدار المعادلات الآنية – أي النماذج التي تأخذ في الاعتبار علاقات التغذية المرتدة بين المتغيرات .[2] نناقش في الجزء التالي

---

(1) تذكر أن الاستقلالية تعني عدم وجود ارتباط ، ولكن عدم وجود علاقة ارتباط لا تعني بالضرورة الاستقلالية .

(2) في السبعينات والثمانينات ، كان موضوع نماذج المعادلات الآنية جزءًا لا يتجزأ من تدريب كل طلاب الاقتصاد القياسي . ولكن بعد ذلك ، فقدت هذه النماذج تميزها بسبب أدائها التنبؤي الضعيف . تنافس نماذج الاقتصاد القياسي التي تتضمن معادلات متعددة ، مثل الانحدار الذاتي للمتوسطات المتحركة (ARMA) و الانحدار الذاتي للمتجه (VAR) ، بشكل متزايد على أن تستبدل بنماذج المعادلات التقليدية الآنية . ومع ذلك ، فإن مجلس الاحتياطي الفيدرالي ووزارة التجارة الأمريكية والعديد من الوكالات الخاصة للتنبؤات لا يزالون يستخدمونها جنبا إلى جنب مع نماذج ARMA و VAR .

باختصار لماذا قد لا تكون OLS مناسبة لتقدير معادلة واحدة يمكن أن تكون مدرجة في نموذج معادلات آنية يحتوي على معادلتين أو أكثر .

نموذج كينزي بسيط لتحديد الدخل
Simple Keynesian model of income determination

كل طالب درس مبادىء الاقتصاد الكلي يعرف النموذج الكينزي التالي لتحديد الدخل الإجمالي . هنا نستبدل الرموز Y و X برموز الاقتصاد الكلي التقليدية ، وهي C للنفقات الإستهلاكية ، Y للدخل و I للاستثمار :

دالة الاستهلاك : (7.8) $$C_t = B_1 + B_2 Y_t + u_t \,;\, 0 < B < 1$$

متطابقة الدخل : (7.9) $$Y_t = C_t + I_t$$

يفترض النموذج الكينزي البسيط اقتصادًا مغلقًا – أي لا توجد تجارة أجنبية أو إنفاق حكومي .[1]

عند التعامل مع نماذج معادلات آنية ، يجب أن نتعلم بعض المفردات الجديدة . أولاً ، يجب علينا التمييز بين المتغيرات داخلية المنشأ **endogenous** وخارجية المنشا **exogenous** . المتغيرات الداخلية هي تلك المتغيرات التي يتم تحديد قيمها في النموذج ، والمتغيرات الخارجية هي تلك المتغيرات التي لا يتم تحديد قيمها في النموذج . في النموذج الكينزي البسيط C و Y هما متغيرات داخلية ، أو مستقلة فيما بينها ، و I متغير خارجي . في بعض الأحيان ، تسمى المتغيرات الخارجية المتغيرات المحددة سلفًا ، حيث يتم تحديد قيمها بشكل مستقل أو ثابت ، مثل المعدلات الضريبية التي تحددها الحكومة .[2]

---

(1) بالطبع ، يمكننا توسيع النموذج ليشمل الإنفاق الحكومي والتجارة الخارجية ، وفي هذه الحالة سيكون نموذجًا للاقتصاد المفتوح .

(2) يجب ملاحظة أن تحديد أي متغيرات تكون متغيرات داخلية وأيها تكون خارجية هو أمرا متروك للباحث . المتغيرات مثل الطقس ودرجة الحرارة والأعاصير والزلازل وما إلى ذلك ، هي متغيرات خارجية واضحة . إذا قمنا بتوسيع النموذج الكينزي البسيط لجعل الاستثمار بمثابة دالة لسعر الفائدة ، فإن الاستثمار يصبح متغيرًا داخليًا ويصبح معدل الفائدة خارجيًا . إذا كان لدينا معادلة أخرى تعطي سعر الفائدة كدالة في عرض النقود ، فإن سعر الفائدة يصبح متغيرا داخليًا ويصبح عرض النقود خارجيًا . كما ترون ، يمكن توسيع نموذج كينز البسيط بسرعة كبيرة . من الواضح أيضًا أنه في بعض الأحيان يمكن أن يصبح تصنيف المتغيرات في فئات داخلية وخارجية تحكميًا ، وهو نقد موجه ضد نماذج المعادلات الآنية من قبل مؤيدي نموذج الانحدار الذاتي للمتجه (VAR) ، وهو موضوع نناقشه في فصل 16 .

التمييز الآخر هو بين المعادلات البنائية (الهيكلية) **structural** أو السلوكية **behavioral** ، والمتطابقات . إن المعادلات الهيكلية تصور بنية أو سلوك قطاع معين في الاقتصاد ، مثل القطاع العائلي . تخبرنا دالة الاستهلاك في النموذج الكينزي عن كيفية تفاعل القطاع العائلي مع التغيرات في الدخل . تُعرف المعامِلات في المعادلات الهيكلية بالمعاملات الهيكلية B_1 و B_2 في مثالنا . حيث B_2 هي الميل الحدي للاستهلاك **marginal propensity to consume** (MPC) – وهو المقدار الإضافي من الإنفاق الاستهلاكي المقابل لزيادة الدخل بمقدار دولارا واحدا – والذي يقع بين 0 و 1 .

المتطابقة Identities مثل معادلة(7.9) ، تكون صحيحة على حسب التعريف ؛ في مثالنا إجمالي الدخل يساوي الإنفاق الاستهلاكي والانفاق الاستثماري .

تحيز الآنية The simultaneity bias

افترض أننا نريد تقدير دالة الاستهلاك الواردة في معادلة(7.8) . ولكن نسينا أن نأخذ في الاعتبار المعادلة الثانية في النظام . ما هي العواقب ؟ افترض أن حد الخطأ u يتضمن متغيرًا لا يمكن قياسه بسهولة ، على سبيل المثال ، ثقة المستهلك . كذلك افترض أن المستهلكين أصبحوا متفائلين بشأن الاقتصاد بسبب ازدهار سوق الأسهم أو تخفيض ضريبي وشيك . هذا يؤدي إلى زيادة في قيمة u . نتيجة للارتفاع في u يرتفع الإنفاق الاستهلاكي . ولكن بما أن الإنفاق الاستهلاكي هو أحد مكونات الدخل ، فإن هذا بدوره سيؤدي إلى زيادة الدخل ، الأمر الذي سيدفع بدوره إلى زيادة الإنفاق ، وما إلى ذلك . لذلك لدينا هذا التسلسل :

$$u \Rightarrow \mathrm{C} \Rightarrow \mathrm{Y} \Rightarrow \mathrm{C}$$

كما يمكن أن نرى أن الدخل والانفاق الاستهلاكي معتمدين على بعضهما بشكل متبادل .

ولذلك ، إذا تجاهلنا هذا الاعتماد المتبادل وقدرنا معادلة (7.8) عن طريق OLS ، فلن تكون المعلمات المقدرة متحيزة فقط (في عينات صغيرة أو محدودة) ، ولكنها تكون أيضًا غير متسقة (في عينات كبيرة) . والسبب في ذلك هو أنه في دالة الاستهلاك Y_t و u_t مرتبطين ، الأمر الذي ينتهك افتراض OLS بأن المتغير (المتغيرات المستقلة) وحد الخطأ غير مرتبطين . ويرد اثبات هذه العبارة في ملحق هذا الفصل . وهذا مشابه لحالة المتغيرات المستقلة العشوائية المرتبطة بحد الخطأ ، وهو موضوع ناقشناه في وقت سابق .

كيف نقوم إذن بتقدير معالم دالة الاستهلاك؟ يمكننا استخدام طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة (ILS) لهذا الغرض ، والتي نناقشها الآن .

طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة (ILS)

The method of indirect least squares (ILS)

هناك طريقة تستحق الدراسة في المعادلتين (7.8) و (7.9) . إذا قمنا باستبدال المعادلة(7.8) في المعادلة(7.9) ، ستحصل ، بعد معالجة بسيطة ، على المعادلة التالية :

$$Y_t = \frac{B_1}{1-B_2} + \frac{1}{1-B_2}I_t + \frac{1}{1-B_2}u_t \qquad (7.10)$$

$$= A_1 + A_2 I_t + v_t$$

بالمثل ، إذا قمنا بالتعويض عن معادلة(7.9) في معادلة(7.8) ، ستحصل على :

$$C_t = \frac{B_1}{1-B_2} + \frac{B_2}{1-B_2}I_t + \frac{1}{1-B_2}u_t \qquad (7.11)$$

$$= A_3 + A_4 I_t + v_t$$

كل من هذه المعادلات يعبر عن متغير داخلي كدالة للمتغير (المتغيرات) الخارجية ، أو المحددة سلفا ، وحد الخطأ . وتسمى هذه المعادلات بالمعادلات ذات الشكل المختزل **reduced- form equations** .

قبل المضي قدمًا ، يمكن ملاحظة أن معاملات معادلات الأشكال المختزلة تسمى مضاعفات التأثير **impact multipliers** . فهي تعطي الأثر النهائي لزيادة الاستثمار بمقدار دولار (أو أي متغير آخر على الجانب الأيمن من المعادلات السابقة) على الاستهلاك والدخل . لنأخذ ، على سبيل المثال ، معامل I_t ($= B_2/(1-B_2)$) . إذا رفعنا الاستثمار بدولار واحد ، من المعادلة(7.9) ، سيزيد الدخل في البداية بمقدار دولار واحد . وهذا سيؤدي بعد ذلك إلى زيادة في الاستهلاك بقيمة B_2 دولار ، مما سيؤدي إلى زيادة في الدخل B_2 ، مما سيؤدي بعد ذلك إلى زيادة B_2^2 في الاستهلاك وهكذا . سيكون التأثير النهائي زيادة في الاستهلاك بمقدار $[B_2/(1-B_2)]$[1]. لذلك ، إذا كانت MPC $B_2 = 0.7$ ، فإن التأثير النهائي لزيادة الإنفاق الاستثماري بمقدار دولارا واحدا على الإنفاق الاستهلاكي سيكون [0.7/ 0.3 = 2.33] دولار. بالطبع كلما كان MPC أعلى ، كلما كان التأثير على الإنفاق الاستهلاكي أعلى .

(1) وبالتالي لدينا تسلسل مثل

$$B_2 + B_2^2 + B_2^3 + \cdots = B_2(1 + B_2 + B_2^2 + \cdots) = B_2/(1 - B_2)$$

بعد مجموع متسلسلة هندسية لا نهائية . ضع في اعتبارك أن $0 < B_2 < 1$

الآن يمكن تقدير معادلة الشكل المختزل بواسطة OLS ، لأن المتغير الخارجي I و حد الخطأ غير مرتبطان ، حسب التصميم . والسؤال الرئيسي الآن هو ما إذا كان يمكننا الحصول على تقديرات وحيدة للمعاملات الهيكلية من المعامِلات المختزلة . هذا هو المعروف باسم مشكلة التحديد **problem of identification** . وبالتالي ، إذا تمكنا من تقدير معاملات دالة الاستهلاك بشكل وحيد من معاملات النموذج المختزل ، فإننا نقول أن دالة الاستهلاك تكون دالة محددة . إذا فكرنا في معادلة(7.9) ، ليس لدينا مشكلة التحديد ، لأن هذه المعادلة هي متطابقة وكل معاملاتها معروفة (=1) .

وتعرف هذه العملية من الحصول على معلمات المعادلات الهيكلية من معاملات النموذج المختزل باسم طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة (ILS) ، لأننا نحصل على تقديرات المعامِلات الهيكلية بشكل غير مباشر من خلال تقدير معاملات النموذج المختزل باستخدام OLS . بالطبع ، إذا لم تكن المعادلة محددة ، لا يمكننا الحصول على تقديرات لمعلماتها بواسطة OLS ، أو لهذه المسألة ، بأي طريقة أخرى .

عودة إلى دالة الاستهلاك ، يمكن التحقق من أن :

$$B_1 = \frac{A_1}{A_2} \quad \text{و} \quad B_2 = \frac{A_4}{A_2} \qquad (7.12)$$

من ثم يمكننا الحصول على قيم وحيدة لمعلمات دالة الاستهلاك من معاملات النموذج المختزل . ولكن لاحظ أن المعاملات الهيكلية هي دوال غير خطية لمعاملات النموذج المختزل .

في نماذج المعادلات الآنية التي تتضمن معادلات عديدة ، من الشاق أن نحصل على معاملات من الشكل المختزل ثم نحاول استخراج المعاملات الهيكلية منها . إلى جانب ذلك ، فإن طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة تكون بدون فائدة إذا لم تكن المعادلة محددة . في هذه الحالة ، سيكون علينا اللجوء إلى طرق أخرى للتقييم . إحدى هذه الطرق هي طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين **two-stage least squares (2SLS)** ، والتي نناقشها في بعض التفصيل في فصل 19 حول المتغيرات الأداة .

قبل أن نوضح ILS بمثال عددي ، يمكن ملاحظة أن مقدري المعاملات الهيكلية التي تم الحصول عليها من ILS هي مقدرات متسقة– أي ، مع زيادة حجم العينة إلى ما لا نهاية ، فإن هذه التقديرات تتقارب مع قيمها الحقيقية في المجتمع . ولكن في عينات صغيرة ، أو محدودة ، قد تكون مقدرات ILS متحيزة . كما لوحظ من قبل ، فإن مقدرات OLS تكون متحيزة وغير متسقة .

مثال توضيحي: دالة الاستهلاك الكلي للولايات المتحدة الأمريكية ، 1960 – 2009

لتوضيح طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة ، حصلنا على بيانات عن الانفاق الاستهلاكي (PCE) ، والانفاق الاستثماري (GDPI) والدخل (Y) بالنسبة للولايات المتحدة الأمريكية للفترة 1960–2009 ؛ البيانات لعام 2009 هي بيانات تمهيدية . GDPI هو إجمالي الاستثمار الخاص المحلي و PCE هو الإنفاق الاستهلاكي الشخصي . توجد البيانات في جدول [7.11] ، والتي يمكن العثور عليها على الموقع الالكتروني المرفق .

وينبغي الإشارة إلى أن البيانات المتعلقة بالدخل هي ببساطة مجموع الإنفاق الاستهلاكي والاستثماري ، على حسب متطابقة الدخل الكينزية . نقدر أولاً المعادلتين المختزلتين (7.10) و (7.11) ، اللذان يعرضان في الجدولين [7.12] و [7.13] .

يوضح جدول [7.12] أنه إذا ارتفع الناتج المحلي الإجمالي دولارا واحدا ، في المتوسط ، يرتفع الاستهلاك الشخصي بنحو 4.45 دولارا ، مما يدل على قوة المضاعف .

جدول [7.12] الشكل المختزل لانحدار PCE على GDPI

Dependent Variable: PCE
Method: Least Squares
Sample: 1960 2009
Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-109.9016	102.0025	-1.077440	0.2867
GDPI	4.450478	0.096194	46.26562	0.0000

R-squared	0.978067	Mean dependent var	3522.160
Adjusted R-squared	0.977610	S.D. dependent var	3077.678
S.E. of regression	460.5186	Akaike info criterion	15.14176
Sum squared resid	10179716	Schwarz criterion	15.21824
Log likelihood	-376.5440	Durbin–Watson stat	0.555608
F-statistic	2140.508	Prob(F-statistic)	0.000000

جدول [7.13] الشكل المختزل لانحدار الدخل على GDPI

Dependent Variable: INCOME
Method: Least Squares
Date: 07/30/10 Time: 20:41
Sample: 1960 2009
Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-109.9016	102.0025	-1.077440	0.2867
GDPI	5.450478	0.096194	56.66127	0.0000

R-squared	0.985269	Mean dependent var	4338.266
Adjusted R-squared	0.984962	S.D. dependent var	3755.416
S.E. of regression	460.5186	Akaike info criterion	15.14176
Sum squared resid	10179716	Schwarz criterion	15.21824
Log likelihood	-376.5440	Durbin–Watson stat	0.555608
F-statistic	3210.500	Prob(F-statistic)	0.000000

من جدول [7.13] نرى أنه إذا ارتفع GDPI دولارا واحد ، في المتوسط ، يزيد الدخل بمقدار 5.45 دولارا . من هذه الزيادة ، 4.50$ يذهب للإنفاق الاستهلاكي و 1$ يذهب لنفقات الاستثمار ، وبالتالي تحقيق متطابقة الدخل .

يمكننا استخدام النتائج في الجدولين [7.12] و [7.13] لتقدير المعلمات الهيكلية الأصلية لدالة الاستهلاك ، باستخدام معادلة (7.12) . يجب على القارئ التحقق من دالة الإنفاق الاستهلاكي التالية ، النظير التجريبي لمعادلة (7.8) .

$$\hat{C}_t = -20.1636 + 0.8165\, Y_t \qquad (7.13)$$ [1]

للمقارنة ، نعرض نتائج OLS في جدول [7.14] . تظهر نتائج ILS و OLS أنه لا يوجد فرق كبير في تقديرات MPC ، لكن ثابتي الانحدار في الانحدارين مختلفين . بالطبع ، ليس هناك ما يضمن أنه في جميع التطبيقات سوف تكون نتائج OLS و ILS متماثلة. الميزة في طريقة ILS أنها تأخذ في الحسبان مباشرة مشكلة الآنية ، في حين أن OLS تتجاهلها ببساطة .

---

(1) بما أن المعاملات الهيكلية هي دوال غير خطية لمعاملات النموذج المخفّض ، فهناك طريق عشوائية للحصول على الأخطاء المعيارية للمعاملات الهيكلية .

لقد فكرنا في مثال بسيط جدا لنماذج المعادلات الآنية . في النماذج التي تتضمن عدة معادلات ، ليس من السهل معرفة ما إذا كانت جميع المعادلات في النظام هي معادلات محددة . طريقة ILS غير ملائمة تماما لتحديد كل معادلة . ولكن هناك طرق تحديد أخرى ، مثل شرط الترتيب من أجل تحديد المعادلات وشرط وضع الرتب من أجل تحديد المعادلات . لن نناقشها هنا ، لأن ذلك سيبعدنا عن الموضوع الرئيسي لهذا الفصل ، وهو مناقشة المصادر الرئيسية لأخطاء التوصيف . ولكن هناك مناقشة موجزة حول شرط الترتيب لتحيد المعادلات في فصل 19 . يمكن العثور على مناقشة موسعة لهذا الموضوع في المراجع .[1]

جدول [7.14] نتائج OLS لانحدار PCE على الدخل

Dependent Variable: PCE
Method: Least Squares
Date: 07/31/10 Time: 10:00
Sample: 1960 2009
Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-31.88846	18.22720	-1.749498	0.0866
INCOME	0.819232	0.003190	256.7871	0.0000

R-squared	0.999273	Mean dependent var	3522.160
Adjusted R-squared	0.999257	S.D. dependent var	3077.678
S.E. of regression	83.86681	Akaike info criterion	11.73551
Sum squared resid	337614.8	Schwarz criterion	11.81200
Log likelihood	-291.3879	Hannan-Quinn criter.	11.76464
F-statistic	65939.59	Durbin-Watson stat	0.568044
Prob(F-statistic)	0.000000		

7.10 نماذج الانحدار الديناميكية Dynamic regression models

غالبا ما يتم ذكر النظرية الاقتصادية في شكل ساكن أو توازني *static* or *equilibrium* form . على سبيل المثال ، تعلمنا في مباديء الاقتصاد أن سعر التوازن للسلعة (أو الخدمة) يتم تحديده من خلال تقاطع منحنيات العرض والطلب المعنية . ومع ذلك ، لا يتم تحديد سعر التوازن بشكل فوري ولكن عن طريق عملية التجربة

(1) انظر على سبيل المثال، Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapters 18–20 .

والخطأ ، والتي تستغرق وقتًا . هذا يقودنا إلى مناقشة نماذج الانحدار الديناميكية . لذلك ، إذا أهملنا مراعاة الجانب الديناميكي (أي الزمن) لمشكلة ما ، فسوف نرتكب خطأ في التوصيف .

لتحفيز المناقشة ، ندرس فرضية الدخل الدائم المشهورة لميلتون فريدمان .[1] وبعبارة بسيطة ، تنص على أن الاستهلاك (الإنفاق) الحالي للفرد هو دالة في دخله الدائم (أي مدى الحياة) . ولكن كيف يقيس المرء الدخل الدائم؟ استنادًا إلى بيانات ربع سنوية ، قدّر فريدمان الدخل الدائم كمتوسط مرجح للدخل الربع سنوي بالرجوع للخلف حوالي 16 ربع سنة . بوضع Y تمثل الإنفاق الاستهلاكي و X هي الدخل ، قدّر فريدمان النوع التالي من النموذج :

$$Y_t = A + B_0 X_t + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + \ldots + B_{16} X_{t-16} + u_t \quad (7.14)$$

حيث X_t هو الدخل في الفترة (الربع) الحالية ، وX_{t-1} الدخل المتباطيء ربع سنة ، و X_{t-2} الدخل المتباطيء بمقدار ربعين ، وهكذا . معاملات B هي الأوزان المصاحبة للدخل في أرباع السنة المختلفة . وقد افترضنا أن النموذج (7.14) يفي بالافتراضات المعتادة لـ OLS . لأغراض المناقشة ، سوف نسمي (7.14) دالة الاستهلاك .

يُعرف النموذج (7.14) في المراجع بنموذج المتباطئات الموزعة **distributed lag model (DLM)** لأن القيمة الحالية للمتغير التابع Y تتأثر بالقيم الحالية والمتباطئة للمتغير التفسيري X . وهذا ليس من الصعب رؤيته . لنفترض أنك حصلت على زيادة راتبك هذا العام . وبافتراض أن هذه الزيادة مستمرة ، لن تتسرع بالضرورة في إنفاق الزيادة في دخلك على الفور . بدلاً من ذلك ، من المحتمل أن تقوم بتوزيعه على فترة زمنية .

قبل أن ننتقل إلى تقدير DLM ، قد يكون من المفيد تفسير النموذج في (7.14) . يُعرف المعامل B_0 باسم مضاعف التأثير قصير المدى **short-run impact multiplier** ، لأنه يعطي التغير في القيمة المتوسطة لـ Y بعد تغيير في X بمقدار وحدة واحدة في نفس الفترة الزمنية . إذا تم الابقاء على التغير في X عند نفس المستوى بعد ذلك ، فإن $(B_0 + B_1)$ يعطي التغير في متوسط Y في الفترة التالية ، و $(B_0 + B_1 + B_2)$ في الفترة التالية ، وما إلى ذلك . تسمى هذا المجاميع الجزئية مضاعفات فترية **interim** أو مضاعفات وسطية **intermediate multipliers** . بعد الفترات k (إذا كان ذلك هو أطول فترة تباطؤ قيد النظر) ، نحصل على :

(1) Milton Friedman, *A Theory of Consumption Function*, Princeton University Press, New Jersey, 1957.

$$\sum_{0}^{k} B_k = B_0 + B_1 + \cdots + B_k \qquad (7.15)$$

والذي يعرف باسم المضاعف على المدى الطويل أو المضاعف الكلي . حيث إنه يعطي التغير النهائي في نفقات الاستهلاك المحققة بعد الزيادة (المستمرة) في الدخل بمقدار وحدة واحدة .

وبالتالي ، في دالة الاستهلاك الافتراضية التالية ،

$$Y_t = \text{constant} + 0.4\, X_t + 0.2\, X_{t-1} + 0.15\, X_{t-2} + 0.1\, X_{t-3}$$

سوف يكون مضاعف التأثير هو 0.4 ، وسيكون المضاعف الفتري (0.75) وسيكون المضاعف الكلي أو مضاعف المدى الطويل 0.85 . على سبيل المثال ، إذا ارتفع الدخل بمقدار $ 1000 في السنة t ، وبافتراض الحفاظ على هذه الزيادة ، سيزداد الاستهلاك بمقدار $ 400 في السنة الأولى ، وبمقدار $ 200 آخرى في السنة الثانية ، و$150 آخرى في السنة الثالثة ، وسوف تكون الزيادة النهائية الإجمالية هي $750 . من المفترض أن يقوم المستهلك بتوفير $250 .

بالعودة إلى النموذج (7.14) ، يمكننا تقديره وفقًا لطريقة OLS المعتادة .[1] ولكن هذا قد لا يكون عمليًا لعدة أسباب . أولا ، كيف نقرر عدد الحدود المتباطئة التي نستخدمها؟ ثانيًا ، إذا استخدمنا العديد من الحدود المتباطئة ، فسوف يكون لدينا درجات أقل من الحرية للقيام بتحليلات إحصائية ذات مغزى ، خاصة إذا كان حجم العينة صغيرًا . ثالثًا ، في سلسلة البيانات الزمنية ، من المرجح أن تكون القيم المتعاقبة للحدود المتباطئة مترابطة بشكل كبير ، مما قد يؤدي إلى مشكلة الارتباط المتعدد ، والتي ، كما لاحظنا في فصل الارتباط المتعدد ، ستؤدي إلى تقدير غير دقيق لمعاملات الانحدار .

للتغلب على بعض هذه العيوب في DLM تم اقتراح بعض البدائل في الدراسات السابقة . سنناقش فقط واحد من هذه البدائل ، وهي نموذج كويك

(1) بشرط أن تكون المتغيرات المستقلة (الحالية والمتباطئة) خارجية ضعيفة ، أي أنها غير مرتبطة مع حد الخطأ . في بعض الحالات ، هناك حاجة إلى فرضية أقوى من حيث أن المتغيرات المستقلة تكون خارجية بشكل جازم ، أي أن تكون مستقلة عن القيم السابقة والحالية والمستقبلية لحد الخطأ .

Koyck للمتباطئات الموزعة .[1]

نموذج كويك Koyck للمتباطئات الموزعة[2]

The Koyck distributed lag model

لفهم هذا النموذج ، لنعبر عن (7.14) بشكل أكثر عمومية :

$$Y_t = A + B_0 X_t + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + u_t \qquad (7.16)$$

يسمى هذا بنموذج DLM لانهائي لأننا لم نقم بتعريف طول فترة التباطؤ ؛ أي ، لم نقم بتحديد المدة الزمنية التي نريد أن نرجع بها للوراء . على النقيض من ذلك ، النموذج (7.14) هو DLM محدد ، لأننا حددنا طول فترة التباطؤ : 16 حدًا متباطئًا . إن DLM اللانهائي في (7.16) يكون من أجل تخفيف العمليات الرياضية ، كما سنوضح .

لتقدير معالم (7.16) ، استخدم Koyck التوزيع الاحتمالي الهندسي **Geometric Probability Distribution** . بالاستناد إلى أن جميع معاملات B في (7.16) لها نفس الاشارة ، والتي تعتبر منطقية في دالة الاستهلاك التي ندرسها ، افترض Koyck أنها تتناقص هندسيا كما يلي :

$$B_k = B_0 \lambda^k ,\ k = 0,1, \ldots \ ; \ 0 < \lambda < 1 \qquad (7.17)$$

حيث يعرف λ "معدل التناقص" أو "التآكل" *rate of decline or decay* وحيث تعرف $(1-\lambda)$ بسرعة التكيف *speed of adjustment* ، أي مدى سرعة ضبط الإنفاق الاستهلاكي حسب مستوى الدخل الجديد .

بعيدا عن B_0 ، تعتمد قيمة كل B_k على قيمة λ تشير قيمة λ القريبة من 1 إلى أن B_k يتناقص ببطء ، أي أن قيم X في الماضي البعيد سيكون لها بعض التأثير على القيمة الحالية لـ Y . من ناحية أخرى ، تشير القيمة القريبة من الصفر إلى أن تأثير X في الماضي البعيد سيكون له تأثير ضئيل على القيمة الحالية لـ Y . ما يفترضه Koyck هو أن كل معامل B متتالي يكون أصغر عدديًا من كل B السابق (الذي يتبع افتراض أن λ أقل

(1) لمزيد من التفاصيل ، انظر: Gujarati/Porter, Ch. 17 .
للحصول على مناقشة متقدمة ، راجع :
James H. Stock and Mark W. Watson (2011), *Introduction to Econometrics*, 3rd edn, Addison-Wesley, Boston, Ch. 15.

(2) L. M. Koyck (1954), *Distributed Lags and Investment Analysis*, North Holland Publishing Company, Amsterdam.

من 1) ، مما يوحي بأننا عندما نعود إلى الماضي البعيد ، يصبح تأثير ذلك التباطؤ على Y أصغر تدريجياً . في دالة الاستهلاك (7.14) ، من المنطقي أن يكون إنفاق استهلاك الشخص اليوم أقل احتمالاً للتأثر بالدخل في الماضي البعيد عن الدخل الأخير .

كيف يساعدنا هذا في تقدير DLM اللانهائي؟ لنرى كيف ، سنعبر عن (7.16) كما يلي :

$$Y_t = A + B_0 X_t + B_0 \lambda X_{t-1} + B_0 \lambda^2 X_{t-2} + B_0 \lambda^3 X_{t-3} + \ldots + u_t \quad (7.18)$$

حيث استخدمنا (7.17) .

ومع ذلك ، ليس من السهل تقدير (7.18) ، لأننا لا نزال بحاجة إلى تقدير عدد لا نهائي من المعاملات ومعامِلات التكيف λ غير الخطية . لكن Koyck يستخدم خدعة ذكية للتغلب على هذه المشكلة . فهو يقوم بعمل تباطؤات في (7.18) لفترة واحدة للحصول على

$$Y_{t-1} = A + B_0 X_{t-1} + B_0 \lambda X_{t-2} + B_0 \lambda^2 X_{t-3} + \ldots + u_{t-1} \quad (7.19)$$

ثم ضرب (7.19) في λ الحصول على :

$$\lambda Y_{t-1} = \lambda A + \lambda B_0 X_{t-1} + \lambda^2 B_0 X_{t-2} + \lambda^3 B_0 X_{t-3} + \ldots + \lambda u_{t-1} \quad (7.20)$$

بطرح (7.20) من (7.18) ، نحصل على :

$$Y_t - \lambda Y_{t-1} = A(1-\lambda) + B_0 X_t + (u_t - \lambda u_{t-1}) \quad (7.21)$$

بإعادة ترتيب (7.21) ، نحصل في النهاية على :

$$Y_t = A(1-\lambda) + B_0 X_t + \lambda Y_{t-1} + v_t \quad (7.22)$$

حيث : $v_t = u_t - \lambda u_{t-1}$

من المثير للاهتمام أن نلاحظ أن القيمة المتباطئة للمتغير التابع تظهر كمتغير مستقل في هذا النموذج . وتسمى هذه النماذج نماذج الانحدار الذاتي autoregressive ، لأنها تنطوي على انحدار المتغير التابع على القيمة (القيم) المتباطئة له بين المتغيرات المستقلة الأخرى .

ومن المزايا الرائعة لتحويل Koyck أنه بدلاً من تقدير عدد لانهائي من المعلمات ، كما هو الحال في (7.16) ، علينا الآن تقدير ثلاثة معلمات فقط في النموذج (7.22) ، وهو تبسيط كبير للنموذج الأصلي . هل هناك أي مشاكل في تقدير (7.22)؟ قبل

الإجابة على هذا السؤال ، من المثير للاهتمام ملاحظة أن التأثيرات على المدى القصير والطويل للتغير في X بمقدار وحدة واحدة على القيمة المتوسطة لـ Y يمكن حسابها بسهولة من (7.22) . ويحسب تأثير المدى القصير عن طريق معامل X ، أي B_0 ، ويحسب التأثير على المدى الطويل للتغير المستمر في X بمقدار وحدة واحدة عن طريق $B_0 / (1-\lambda)$.[1] وحيث إن λ تقع بين 0 و 1 ، سيكون التأثير على المدى الطويل أكبر من تأثير المدى القصير ، والذي يكون أكثر منطقية لأن الأمر يتطلب بعض الوقت للتكيف مع الدخل المتغير .

إن تقدير (7.22) يطرح تحديات هائلة : أولاً ، إذا كان حد الخطأ u_t يحقق الافتراضات الكلاسيكية (أي قيمة المتوسط هي صفر ، والتباين الثابت ، وعدم وجود ارتباط تسلسلي) ، فإن حد الخطأ المركب v_t الوارد في (7.22) قد لا يحقق الافتراضات الكلاسيكية . وفي واقع الأمر ، يمكن إثبات أن حد الخطأ v_t مرتبط بشكل تسلسلي . ثانياً ، تظهر القيمة المتباطئة للمتغير التابع Y كمتغير تفسيري في معادلة(7.22) . بما أن Y_t هو متغير عشوائي ، فذلك يعني أن Y_{t-1} متغيرا عشوائيا أيضا . بما أن OLS الكلاسيكية تفترض أن المتغيرات التفسيرية يجب أن تكون غير عشوائية ، أو إذا كانت عشوائية ، يجب أن يتم توزيعها بشكل مستقل عن حد الخطأ ، يجب أن نعرف ما إذا كان الوضع الأخير هو الحال . في (7.22) يمكن أن يثبت أن Y_{t-1} و v_t مرتبطان .[2] في هذه الحالة ، لا تكون مقدرات OLS متسقة . ثالثًا ، كما هو مذكور في الفصل المتعلق بالارتباط الذاتي ، لا يمكننا استخدام إحصاء Durbin–Watson (d) للتحقق من الارتباط الذاتي في v_t إذا ظهر متغير تابع متباطيء كمتغير تفسيري في النموذج ، كما في (7.22) ، على الرغم من أن Durbin نفسه قد طور اختبارا لذلك ، اختبار Durbin h ، لاختبار الارتباط التسلسلي في هذه الحالة . ولهذه الأسباب ، يطرح نموذج Koyck ، رغم أنه بسيط ، مشاكل تقدير هائلة . ما الذي سيكون عليه الوضع بعد ذلك؟

أولاً ، بما أن حد الخطأ vt مرتبطاً ذاتياً ، فإن الأخطاء المعيارية لمقدرات OLS تكون غير موثوق بها على الرغم من أن مقدرات OLS لا تزال متسقة . لكن يمكننا حل هذه المشكلة عن طريق استخدام الأخطاء المعيارية HAC التي تمت مناقشتها في الفصل الخاص بالارتباط الذاتي .

(1) وذلك لأنه في المدى الطويل $Y^* = Y_t = Y_{t-1}$ ، لذلك نقل Y_{t-1} إلى الجانب الأيسر من (7.22) وبالاختصار نصل للنموذج على المدى الطويل ، كما هو موضح .

(2) لإثبات هذا والصيغة السابقة ، انظر : Gujarati/Porter, 5th edn, p. 635.

ولكن المشكلة الأكثر خطورة هي الارتباط بين Y_t المتباطئة وحد الخطأ v_t ، كما نعلم من المناقشة السابقة في هذه الحالة لا يكون مقدِّرو OLS حتى متسقون .

أحد الحلول لهذه المشكلة هو العثور على ممثل *proxy* للمتغير التابع المتباطيء Y_{t-1} ، بحيث يكون مرتبطًا بدرجة عالية مع Y_{t-1} ولكنه غير مرتبط مع حد الخطأ v_t تماما . يُعرف هذا المتغير الممثل كمتغير أداة **instrumental variable (IV)** ، ولكن ليس من السهل دائمًا العثور على IVs.[1] في المثال الموضح أدناه سنوضح كيف يمكننا إيجاد ممثل لنفقات الاستهلاك المتباطئة في مثال الاستهلاك .

مثال توضيحي

لتوضيح النموذج (7.22) ، نستخدم بيانات عن نفقات الاستهلاك الشخصي (PCE) والدخل المتاح (أي بعد الضرائب) (DPI) في USA للفترة من 1960 إلى 2009 (جميع البيانات بقيمة دولار عام 2005) . (انظر ملحق البيانات) .

على سبيل المثال ، باستخدام OLS نحصل على النتائج في جدول [7.15] .

جدول [7.15] نتائج OLS للانحدار (7.22)

Dependent Variable: PCE
Method: Least Squares
Date: 07/07/11 Time: 16:40
Sample (adjusted): 1961 2009
Included observations: 49 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−485.8849	197.5245	−2.459872	0.0177
DPI	0.432575	0.081641	5.298529	0.0000
PCE(−1)	0.559023	0.084317	6.630052	0.0000

R-squared	0.998251	Mean dependent var	19602.16
Adjusted R-squared	0.998175	S.D. dependent var	6299.838
S.E. of regression	269.1558	Akaike info criterion	14.08773
Sum squared resid	3332462.	Schwarz criterion	14.20355
Log likelihood	−342.1493	Hannan–Quinn criter.	14.13167
F-statistic	13125.09	Durbin–Watson stat	0.708175
Prob(F-statistic)	0.000000		

(1) الفصل 19 مخصص لمناقشة طريقة تقدير المتغير الأداتي .

بسبب المشاكل المتعلقة بالأخطاء المعيارية لـ OLS في وجود الارتباط الذاتي ، حصلنا على أخطاء معيارية robust (مثل أخطاء Newey–West standard) لدالة الاستهلاك التي ندرسها ، والتي أسفرت عن النتائج في جدول [7.16] .

على الرغم من أن معاملات الانحدار المقدرة في الجدولين هي نفسها (كما ينبغي أن تكون بموجب إجراء HAC) ، فإن الأخطاء المعيارية المقدرة تكون أعلى إلى حد ما في HAC . وحتى في هذه الحالة ، تكون جميع المعاملات المقدرة ذات معنوية إحصائية عالية ، كما تنعكس في قيم p المنخفضة لقيم t المقدرة . هذا يشير على الأرجح إلى أن مشكلة الارتباط الذاتي قد لا تكون خطيرة للغاية في الحالة الحالية .

عند قبول النتائج في الوقت الحالي ، لا يزال يتعين علينا إيجاد حل لإمكانية الارتباط بين PCE المتباطيء وحد الخطأ ، يبدو أن الميل الحدي للاستهلاك (MPC) في المدى القصير من الدخل القابل للتصرف حوالي 0.43 ، لكن MPC على المدى الطويل يبلغ حوالي 0.98 .[1] أي عندما يكون لدى المستهلكين الوقت للتكيف مع الزيادة في PDI بمقدار دولار ، فإنهم سيزيدون من متوسط الإنفاق الاستهلاكي بمقدار دولار تقريبًا على المدى الطويل ، ولكن على المدى القصير ، يزيد الاستهلاك بنسبة 43 سنتًا فقط .

قيمة λ المقدرة بحوالي 0.56 تقع بين 0 و 1 ، كما هو متوقع . ومن ثم ، فإن سرعة تعديل (PCE) حسب التغير في DPI ليست بطيئة جداً أو ليست سريعة جداً .

للاطلاع على مدى سرعة تعديل PCE للزيادة في DPI ، يمكننا حساب ما يسمى بوسيط أو متوسط أزمنة التباطؤ . وسيط زمن التباطؤ هو الوقت الذي يتبع فيه النصف الأول أو 50% من إجمالي التغير في PCE التغير المستمر في DPI بمقدار وحدة واحدة . التباطؤ المتوسط هو المتوسط المرجح لجميع المتباطئات المدرجة ، مع معاملات B المعنية التي تعمل كأوزان .

(1) يتم الحصول على $0.4325 / (1 - \lambda) = 0.4325 / 0.441$ ، قيمة λ حوالي 0.5590 .

جدول [7.16] نتائج الانحدار مع أخطاء robust المعيارية

Dependent Variable: PCE
Method: Least Squares
Date: 07/07/11 Time: 16:46
Sample (adjusted): 1961 2009
Included observations: 49 after adjustments
HAC standard errors & covariance (Bartlett kernel, Newey–West fixed bandwidth = 4.0000)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−485.8849	267.7614	−1.814619	0.0761
DPI	0.432575	0.098339	4.398823	0.0001
PCE(−1)	0.559023	0.102057	5.477587	0.0000

R-squared	0.998251	Mean dependent var	19602.16
Adjusted R-squared	0.998175	S.D. dependent var	6299.838
S.E. of regression	269.1558	Akaike info criterion	14.08773
Sum squared resid	3332462.	Schwarz criterion	14.20355
Log likelihood	−342.1493	Hannan–Quinn criter.	14.13167
F-statistic	13125.09	Durbin–Watson stat	0.708175
Prob(F-statistic)	0.000000		

بالنسبة لنموذج Koyck ، يمكن اثبات أن هذه المتباطئات هي كالتالي :

$$\text{Median lag} = \frac{\log 2}{\log \lambda}$$

و

$$\text{Mean lag} = \frac{\lambda}{1-\lambda}$$

يستطيع القارئ التحقق من أن الوسيط والمتوسط للتباطؤات في هذا المثال هما 1.19 و 1.27 ، على التوالي ، مع ملاحظة أن λ حوالي 0.56 . في الحالة الأولى ، يتم الحصول على حوالي 50% من إجمالي التغير في متوسط PCE في حوالي 1.2 سنة ، وفي الحالة الأخيرة يكون متوسط التباطؤ حوالي 1.3 سنة .

وكما لاحظنا ، من المحتمل أن تكون DPI المتباطئة وحد الخطأ (7.22) مرتبطين ، مما يجعل النتائج في جدول رقم [7.16] مشكوكًا بها ، لأنه في هذه الحالة لا يكون مقدرو OLS حتى متسقين . هل يمكننا العثور على متغير ممثل لـ PCE المتباطيء بحيث يكون

هذا الممثل مرتبطاً ارتباطًا وثيقًا به ، ولكن لا يرتبط بحد الخطأ في (7.22)؟ بما أن ال PCE و DPI المتباطئة من المحتمل أن يكونا مرتبطين إلى حد كبير ، وبما أن الأخير حسب الافتراض خارجي (ضعيف) ، فيمكننا استخدام DPI المتباطيء كممثل لـ PCE .[1]

لذلك ، بدلاً من تقدير (7.22) ، يمكننا تقدير

$$PCE_t = A + B_1 DPI_t + B_2 DPI_{t-1} + u_t \qquad (7.23)$$

وهو DLM محدد الرتبة . وترد نتائج هذا الانحدار ، مع أخطاء HAC ، في جدول [7.17] . إن معامل DPI المتباطأ في هذا الانحدار ليس معنويا ، وهو ما قد يرجع إلى حقيقة أن DPI الحالي والمتباطيء يرتبطا ارتباطاً قوياً للغاية . إذا أضفنا معاملات DPI الحالية والمتباطئة ، وهي حوالي 0.9725 والتي تعطي MPC على المدى الطويل .

جدول [7.17] نتائج الانحدار (7.23) باستخدام أخطاء HAC المعيارية

Dependent Variable: PCE
Method: Least Squares
Date: 07/08/11 Time: 08:51
Sample (adjusted): 1961 2009
Included observations: 49 after adjustments
HAC standard errors & covariance (Bartlett kernel, Newey–West fixed bandwidth = 4.0000)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−1425.511	372.3686	−3.828224	0.0004
DPI	0.934361	0.175986	5.309287	0.0000
DPI(−1)	0.038213	0.177358	0.215455	0.8304

R-squared	0.996583	Mean dependent var	19602.16
Adjusted R-squared	0.996434	S.D. dependent var	6299.838
S.E. of regression	376.1941	Akaike info criterion	14.75736
Sum squared resid	6510013.	Schwarz criterion	14.87318
Log likelihood	−358.5553	Hannan–Quinn criter.	14.80130
F-statistic	6707.481	Durbin–Watson stat	0.351356
Prob(F-statistic)	0.000000		

(1) ستظهر الحسابات أن معامل الارتباط بين الاثنين هو حوالي 0.998 .

وتجدر الإشارة إلى أن المتغير الممثل الذي اخترناه قد لا يكون هو الممثل الصحيح .[1] ولكن كما أشرنا سابقاً ، نناقش بشكل كامل في فصل 19 ، أن العثور على الممثلين المناسبين ليس سهلا دائما .

نماذج المتباطئات الموزعة ذات الانحدار الذاتي (ARDL)

Autoregressive Distributed Lag Models (ARDL)

حتى الآن قمنا بفحص نماذج الانحدار الذاتي ونماذج المتباطئات الموزعة . ولكن يمكننا دمج خصائص هذه النماذج في نموذج انحدار ديناميكي أكثر عمومية ، يُعرف باسم نماذج المتباطئات الموزعة ذات الانحدار الذاتي (ARDL) .

للحفاظ على المناقشة بسيطة ، ندرس متغيرًا واحدًا تابعًا Y_t ومتغيرًا مستقلًا واحدًا X ، على الرغم من إمكانية توسيع المناقشة إلى نماذج تحتوي على أكثر من متغير مستقل وأكثر من متغير تابع واحد ، تم توضيح الموضوع بشكل أكثر تفصيلا في الفصلين 13 و 16 . الآن ضع في اعتبارك النموذج التالي :

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + \cdots + A_p Y_{t-p}$$
$$+ B_0 X_t + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + \cdots + B_q X_{t-q} + u_t \quad (7.24)$$

يمكن كتابة هذه المعادلة بشكل مدمج أكثر كما يلي :

$$Y_t = A_0 + \sum_{i=1}^{i=p} A_i Y_{t-i} + \sum_{i=0}^{i=q} B_i X_{t-i} + u_t \quad (7.25)$$

في هذا النموذج ، تشكل المتغيرات Ys المتباطئة جزء الانحدار الذاتي وتشكل Xs المتباطئة الجزء الموزع من نموذج $ARDL(p, q)$ ، حيث هناك p حدود انحدار ذاتي و q حدود متباطئة موزعة .

الميزة في هذا النموذج ARLD هو أنه لا يجمع فقط التأثيرات الديناميكية لـ Ys المتباطئة ولكن أيضا تلك لـ Xs المتباطئة . إذا تم تضمين عدد كافٍ من المتباطئات في كلا المتغيرين في النموذج ، فيمكننا إزالة الارتباط الذاتي في حد الخطأ ، واختيار عدد

(1) إذا كان لدينا بيانات عن ثروة المستهلك (W) ، يمكننا استخدام W المبطأة بدلا من DPI المبطأة ، لأنها من المحتمل أن تكون مرتبطة بشكل كبير . غير أنه ، ليس من السهل العثور على بيانات حول ثروة المستهلك .

المتباطئات المدرجة في النموذج يتم تحديده بواسطة Akaike أو معيار معلومات مماثل . غالباً ما تستخدم هذه النماذج للتنبؤ وأيضاً لتقدير تأثيرات المضاعف multiplier effects للمتغيرات المستقلة في النموذج .

قبل أن نفكر في تقدير وتفسير هذا النموذج ، بالإضافة إلى طبيعة المتغير التابع والمتغيرات المستقلة ، وحد الخطأ ، قد يكون من المفيد أن نعرف لماذا يمكن أن تكون هذه النماذج مفيدة في العمل التجريبي .[1] أحد الأمثلة الكلاسيكية هو منحنى فيليبس **Phillips curve** المشهور . استنادًا إلى البيانات التاريخية ، وجد فيليبس علاقة عكسية بين التضخم والبطالة ، على الرغم من أن منحنى فيليبس الأولي قد تم تعديله بعدة طرق .[2] وحيث إنه من المحتمل أن يتأثر التضخم الحالي بالتضخم المتباطيء (بسبب القصور الذاتي inertia) بالإضافة إلى معدلات البطالة الحالية والماضية ، من المناسب وضع نموذج ARDL لأغراض التنبؤ ولأغراض سياسية .[3] مثال آخر على ذلك ، بدراسة العلاقة بين مبيعات منتج معين والنفقات الإعلانية لهذا المنتج . من المرجح أن يعتمد بيع المنتج في الفترة الزمنية الحالية على بيع هذا المنتج في الفترات الزمنية السابقة فضلاً عن الإنفاق على الإعلان في الفترة الزمنية الحالية والسابقة .

في مثال دالة الاستهلاك لدينا ، يمكننا أيضًا أن نقول أن الإنفاق الاستهلاكي الحالي يعتمد على نفقات الاستهلاك السابقة وكذلك مستويات الدخل الحالية والماضية ، ويتم تحديد عدد المتباطئات تجريبيًا باستخدام معيار معلومات مناسب ، مثل معيار المعلومات Akaike .

لتقليل العمليات الجبرية ، لننظر في نموذج ARDL (1,1) لدالة الاستهلاك لدينا :

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + B_0 X_t + B_1 X_{t-1} + u_t ; \quad A_1 < 1 \quad (7.26)$$

حيث : Y = PCE و X = DPI .

(1) للمناقشة التفصيلية ولكن المتقدمة ، انظر
David F. Henry (1995), *Dynamic Econometrics*, Oxford University Press.

(2) للحصول على التسلسل الزمني لمختلف أشكال منحنى Phillips ، راجع
Gordon, R. J. (2008), 'The history of the Phillips curve: an American perspective', a keynote address delivered at the Australasian Meetings of the Econometric Society. See http://www.nzae.org.nz/conference/2008/090708/nr1217302437.pdf.

(3) للحصول على مثال واقعي ، انظر
R. Carter Hill, William E. Griffiths and Guay C. Lim (2011), *Principles of Econometrics*, 3rd edn, Wiley, New York, pp. 367–369.

أي أن نفقات الاستهلاك الشخصي في الفترة الحالية مرتبطة بنفقات الاستهلاك الشخصي في الفترة السابقة وكذلك في الفترة الحالية وفترة واحدة مبطأة للدخل المتاح .

وتتمثل السمة المهمة للنموذج (7.26) في إمكانية العثور على التأثيرات الديناميكية للتغير في DPI على القيم الحالية والمستقبلية لـPCE . يعطي المعامل B_0 التأثير المباشر ، الذي يسمى مضاعف التأثير للتغير في DPI بمقدار وحدة واحدة . إذا استمر التغير في DPI بمقدار وحدة واحدة ، يمكن توضيح أن المضاعف على المدى الطويل يكون :

المضاعف على المدى الطويل

$$\textbf{long-run multiplier} = \frac{B_0 + B_1}{1 - A_1} \qquad (7.27)$$

لذلك إذا زادت DPI بوحدة واحدة (على سبيل المثال ، دولار) وتم الحفاظ على هذه الزيادة ، فإن الزيادة التراكمية المتوقعة في PCE تعطى بالمعادلة (7.27) .[1] وبعبارة أخرى ، إذا تم الحفاظ على الزيادة بمقدار وحدة في DPI ، فإن المعادلة (7.27) تعطي الزيادة الدائمة على المدى الطويل في PCE .

لتوضيح نموذج (1,1) ARDL لمثال الاستهلاك ، علينا أن نفترض بعض الافتراضات . أولاً ، المتغيرات Y و X تكون ثابتة .[2] ثانياً ، بمعلومية قيم المتغيرات المستقلة في معادلة (7.26) ، أو بشكل عام في معادلة(7.24) ، القيمة المتوسطة المتوقعة لحد الخطأ u_t هي صفر . ثالثا ، إذا كان حد الخطأ في المعادلة (7.24) غير مرتبط تسلسليًا ، من ثم تكون معاملات النموذج (7.24) ،أو في النموذج الحالي (7.26) ، المقدرة بـ OLS متسقة (بالمعنى الإحصائي) . ومع ذلك ، إذا كان حد الخطأ مرتبطا ذاتيا ، فإن الحد Y المتباطيء في معادلة(7.26) ، أو بشكل عام في معادلة(7.24) ، ستكون مرتبطة أيضًا بحد الخطأ ، وفي هذه الحالة ستكون مقاييس OLS غير متسقة . لذا نحتاج إلى معرفة ما إذا كان حد الخطأ مرتبطا ذاتيا بأي من الطرق التي تمت مناقشتها في الفصل الخاص بالارتباط الذاتي . وأخيرا ، من المفترض أن المتغيرات X هي خارجية – على الأقل ضعيفة . أي أنها غير مرتبطة بحد الخطأ .

(1) لاشتقاق هذه النتيجة ، انظر
Marno Verbeek (2008), *A Guide to Modern Econometrics*, 3rd edn, Wiley and Sons, Chichester, pp. 324–325.

(2) بشكل عام ، تكون السلسلة الزمنية مستقرة إذا كان متوسطها وتباينها ثابتًا مع مرور الوقت وتعتمد قيمة التغاير بين فترتين زمنيتين فقط على المسافة بين الفترتين الزمنيتين وليس الوقت الفعلي الذي يتم فيه حساب التغاير . يناقش هذا الموضوع بشكل أكثر شمولا في الفصل 13 .

الآن نعود إلى مثالنا التوضيحي . نتائج النموذج (7.26) موضحة في جدول [7.18] .

مع افتراض صحة النموذج في الوقت الحاضر ، تظهر النتائج أن مضاعف التأثير لتغير بمقدار وحدة واحدة في DPI على PCE يبلغ حوالي 0.82 . إذا تم الحفاظ على هذا التغير بمقدار وحدة واحدة ، عندئذٍ المضاعف على المدى الطويل ، باتباع معادلة (7.27) ، يكون حوالي 0.9846 .[1] كما هو متوقع ، مضاعف المدى الطويل أكبر من مضاعف المدى القصير . وبالتالي ، فإن الزيادة المستمرة بمقدار دولار واحد في DPI ستؤدي في نهاية المطاف إلى زيادة متوسط نفقات الاستهلاك الشخصي بحوالي 98 سنتًا .

جدول [7.18] نتائج OLS للانحدار (7.26)

Dependent Variable: PCE
Method: Least Squares
Date: 08/14/11 Time: 13:35
Sample (adjusted): 1961 2009
Included observations: 49 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-281.2019	161.0712	-1.745823	0.0877
DPI	0.824591	0.097977	8.416208	0.0000
PCE(-1)	0.805356	0.081229	9.914632	0.0000
DPI(-1)	-0.632942	0.118864	-5.324935	0.0000

R-squared	0.998927	Mean dependent var	19602.16
Adjusted R-squared	0.998855	S.D. dependent var	6299.838
S.E. of regression	213.1415	Akaike info criterion	13.63990
Sum squared resid	2044318.	Schwarz criterion	13.79433
Log likelihood	-330.1775	Hannan-Quinn criter.	13.69849
F-statistic	13962.93	Durbin-Watson stat	1.841939
Prob(F-statistic)	0.000000		

للسماح بإمكانية الارتباط التسلسلي في حد الخطأ ، قمنا بإعادة تقدير النموذج في جدول [7.18] باستخدام اجراء HAC . النتائج معروضة في جدول [7.19] .

(1) المضاعف طويل المدى
$= (B_0 + B_1) / (1 - A_1) = (0.8245 - 0.6329)/(1 - 0.8053) = 0.9846$ (تقريبا)

لا يغير إجراءHAC من الأخطاء المعيارية المقدرة إلى حد كبير ، وربما يوحي بأن مشكلة الارتباط التسلسلي في مثالنا قد لاتكون خطيرة .

نترك الأمر للقارئ لتجربة قيم متباطئة مختلفة لـ p و q في نموذج ARDL (p,q) للبيانات ومقارنة النتائج مع نموذج ARDL (1,1) .

جدول [7.19] نتائج OLS للانحدار (7.26) مع أخطاء HAC المعيارية

Dependent Variable: PCE
Method: Least Squares
Date: 08/14/11 Time: 13:41
Sample (adjusted): 1961 2009
Included observations: 49 after adjustments
HAC standard errors & covariance (Bartlett kernel, Newey-West fixed bandwidth = 4.0000)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-281.2019	117.3088	-2.397107	0.0207
PCE(-1)	0.805356	0.071968	11.19044	0.0000
DPI	0.824591	0.114989	7.171026	0.0000
DPI(-1)	-0.632942	0.119717	-5.286977	0.0000

R-squared	0.998927	Mean dependent var	19602.16
Adjusted R-squared	0.998855	S.D. dependent var	6299.838
S.E. of regression	213.1415	Akaike info criterion	13.63990
Sum squared resid	2044318.	Schwarz criterion	13.79433
Log likelihood	-330.1775	Hannan-Quinn criter.	13.69849
F-statistic	13962.93	Durbin-Watson stat	1.841939
Prob(F-statistic)	0.000000		

التنبؤ Forecasting

كيف نستخدم النموذج (7.26) للتنبؤ؟ لنفترض أننا نرغب في التنبؤ بـ PCE لعام 1961 ، أي بعد فترة واحدة من عام 1960 (تنتهي بيانات العينة في عام1960) وهذا يعني أننا نريد تقدير PCE_{1961} . يمكننا نقل نموذج الفترة الواحدة على النحو التالي :

$$PCE_{1961} = A_0 + A_1 Y_{1960} + B_0 X_{1961} + B_1 X_{1960} + u_{1961} \quad (7.28)$$

هنا نعرف قيم Y_{1960} و X_{1960} . لكننا لا نعرف قيم X_{1961} و u_{1961} يمكننا تخمين- تقدير X_{1961} أو الحصول على قيمته من أي طريقة تنبؤ تمت مناقشتها في فصل 16 عن التنبؤ الاقتصادي . يمكننا وضع قيمة u_{1961} عند صفر . بعد ذلك ، باستخدام القيم المقدرة للمعلمات من جدول [7.19] ، يمكننا تقدير القيمة المقدرة لـ PCE_{1961} .

يمكن استخدام إجراء مماثل للتنبؤات المستقبلية المتعددة بـPCE لكننا نترك للقارئ أن يجد القيم العددية لـPCE للتنبؤات بفترة واحدة أو فترات متعددة مستقبلية .

تعليقات ختامية Concluding comments

في هذا القسم ناقشنا ثلاثة نماذج انحدار ديناميكية : الانحدار الذاتي ، والمتباطئات الموزعة ، والانحدار الذاتي والمتباطئات الموزعة . درسنا أولاً الترتيب غير المحدود (DLM) ، ولكن نظرًا لأنه يتضمن تقدير عدد لا نهائي من المعلمات ، قمنا بتحويله إلى نموذج انحدار ذاتي عبر تحويل Koyck . أوضحنا بمثال عددي يتضمن نفقات الاستهلاك الشخصي الحقيقي والدخل الحقيقي المتاح في US للفترة 1960–2009 ، كيف تم تقدير هذه النماذج ، مع ملاحظة الافتراضات التي تقوم عليها هذه النماذج وبعض مشكلات التقدير .

ناقشنا أيضا نموذج الانحدار الذاتي للمتباطئات الموزعة ARDL(1,1) ، الذي يجمع بين ميزات كل من نماذج الانحدار الذاتي والمتباطئات الموزعة ، ويوضح كيف يمكننا حساب مضاعفات المدى القصير والمدى الطويل بعد زيادة دائمة بمقدار وحدة واحدة في قيمة المتغير المستقل . ناقشنا الافتراضات التي يقوم عليها هذا النموذج وبعض إجراءات التقدير . ناقشنا بإيجاز كيف يمكن إجراء التنبؤات للفترات المستقبلية بناء على نماذج RDL .

إن موضوع نماذج الانحدار الديناميكية واسع ومعقد رياضياً . في هذا القسم ، تطرقنا فقط إلى السمات الأساسية لهذه النماذج . لمزيد من الدراسة لهذه النماذج ، يُنصح القارئ بالرجوع للمراجع .

7.11 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

لقد قمنا بتغطية الكثير من الأمور الأساسية في هذا الفصل حول مجموعة متنوعة من الموضوعات العملية في نمذجة الاقتصاد القياسي .

إذا أغفلنا متغير (متغيرات) مهم من نموذج الانحدار ، فإن المعاملات المقدرة والأخطاء المعيارية لمقدرات OLS في النموذج المخفض تكون متحيزة وكذلك غير متسقة . لقد درسنا اختبارات RESET واختبارات مضاعف لاجرانج للكشف عن إغفال المتغيرات ذات الصلة .

إذا أضفنا متغيرات غير ضرورية إلى النموذج ، فإن مقدرات OLS للنموذج الموسع لا تزال BLUE . العقوبة الوحيدة التي تدفعها هي فقدان الكفاءة (أي زيادة الأخطاء المعيارية) للمعاملات المقدرة .

الشكل الدالي المناسب لنموذج الانحدار هو سؤال شائع في الممارسة . على وجه الخصوص ، غالباً ما نواجه خيارًا بين نموذج خطي ونموذج لوغاريتمي- خطي . لقد أوضحنا كيف يمكننا مقارنة النموذجين في الاختيار ، باستخدام بيانات دالة الإنتاج Cobb – Douglas للولايات الخمسين في USA وواشنطن العاصمة ، كمثال على ذلك .

تعتبر أخطاء القياس مشكلة شائعة في العمل التجريبي ، خاصة إذا كنا نعتمد على البيانات الثانوية . لقد أظهرنا أن عواقب مثل هذه الأخطاء يمكن أن تكون خطيرة للغاية إذا كانت موجودة في متغيرات تفسيرية ، لأنه في هذه الحالة لا تكون مقدرات OLS حتى متسقة . لا تشكل أخطاء القياس مشكلة خطيرة إذا كانت في المتغير التابع . غير أنه في الممارسة العملية ، ليس من السهل دائمًا تحديد أخطاء القياس . غالباً ما يتم اقتراح طريقة المتغيرات الأداة ، التي تمت مناقشتها في فصل 19 ، كعلاج لهذه المشكلة .

بشكل عام ، نستخدم بيانات العينة لاشتقاق استنتاجات حول المجتمع المعني . ولكن إذا كانت هناك "مشاهدات غير معتادة" أو قيم متطرفة في بيانات العينة ، فإن الاستدلالات على أساس هذه البيانات قد تكون مضللة . لذلك نحن بحاجة إلى إيلاء اهتمام خاص للمشاهدات الشاذة . قبل التخلص من المشاهدات الشاذة أو المتطرفة ، يجب أن نكون حذرين للغاية لمعرفة سبب وجود القيم المتطرفة في البيانات . في بعض الأحيان قد تكون ناتجة عن أخطاء بشرية في تسجيل أو نسخ البيانات . قمنا بتوضيح مشكلة القيم المتطرفة مع بيانات عن تدخين السجائر والوفيات الناجمة عن سرطان الرئة في عينة من 42 ولاية ، بالإضافة إلى واشنطن العاصمة .

واحدة من افتراضات نموذج الانحدار الكلاسيكية الخطي العادي هو أن حد الخطأ المتضمن في نموذج الانحدار يتبع التوزيع الطبيعي . لا يمكن دائمًا الحفاظ على هذا الافتراض من الناحية العملية . أوضحنا أنه طالما أبقينا على افتراضات نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي (CLRM) ، وإذا كان حجم العينة كبيرًا ، فلا يزال بإمكاننا استخدام اختبارات t و F للمعنوية حتى إذا لم يتبع حد الخطأ التوزيع الطبيعي .

أخيرا ، ناقشنا مشكلة تحيز الآنية الذي ينشأ إذا قمنا بتقدير معادلة مدرجة في نظام معادلات آنية بواسطة نظام OLS المعتاد . إذا قمنا بتطبيق OLS بشكل أعمى في هذه الحالة ، فإن مقدرات OLS تكون متحيزة وكذلك غير متسقة . هناك طرق بديلة لتقدير المعادلات الآنية ، مثل طرق المربعات الصغرى غير المباشرة (ILS) أو المربعات الصغرى ذات المرحلتين (2SLS) . بينا في هذا الفصل كيف يمكن استخدام ILS لتقدير دالة الإنفاق الاستهلاكي في النموذج الكينزي البسيط لتحديد الدخل الإجمالي .

تطبيقات Exercise

7.1 بالنسبة لنموذج تحديد الأجر الذي تمت مناقشته في النص ، كيف يمكنك معرفة ما إذا كان هناك أي قيم متطرفة في بيانات الأجر؟ إذا عثرت عليها ، كيف يمكنك أن تقرر ما إذا كانت القيم المتطرفة هي نقاط مؤثرة؟ وكيف ستتعامل معهم؟ بين التفاصيل اللازمة .

7.2 في مختلف نماذج تحديد الأجر التي تمت مناقشتها في هذا الفصل ، كيف يمكنك معرفة أن تباين الخطأ غير ثابت ؟ إذا كانت النتائج التي توصلت إليها تؤكد أن التباين غير ثابت ، فكيف ستحل المشكلة؟

7.3 في الفصل المتعلق بمشكلة عدم ثبات التباين ، ناقشنا أخطاء robust المعيارية أو أخطاء White المعيارية المصححة لعدم ثبات التباين . بالنسبة لنماذج تحديد الأجور ، اعرض أخطاء robust المعيارية وقارنها بالأخطاء المعيارية المعتادة لـ OLS .

7.4 ما هي المتغيرات الأخرى التي تعتقد أنها يجب ادراجها في نموذج تحديد الأجر؟ كيف سيغير ذلك النماذج التي تمت مناقشتها في النص؟

7.5 استخدم البيانات الواردة في جدول [7.8] لمعرفة أثر تدخين السجائر على سرطان المثانة والكلى وسرطان الدم . حدد النموذج الدالي الذي تستخدمه واعرض نتائجك . كيف يمكنك معرفة ما إذا كان تأثير التدخين يعتمد على نوع السرطان؟ ماذا يمكن أن يكون سبب الاختلاف ، إن وجد ؟

7.6 استمر مع التطبيق 7.5 ، هل هناك أي قيم متطرفة في بيانات السرطان؟ إذا كان هناك ، حددهم .

7.7 في بيانات السرطان لدينا 43 مشاهدة لكل نوع من أنواع السرطان ، والإجمالي 172 هو مشاهدة لجميع أنواع السرطان . لنفترض الآن أنك قدرت نموذج الانحدار التالي :

$$C_i = B_1+B_2 Cig_i + B_3 Lung_i+B_4 Kidney_i+ B_5 Leukemia_i + u_i$$

حيث : C = عدد الوفيات الناجمة عن الإصابة بالسرطان ،

Cig = عدد السجائر المدخنة ،

$Lung$ = متغير وهمي يأخذ القيمة 1 إذا كان نوع السرطان هو سرطان الرئة ، و 0 خلاف ذلك ،

$Kidney$ = متغير وهمي يأخذ القيمة 1 إذا كان نوع السرطان هو سرطان الكلى ، و 0 خلاف ذلك ،

$Leukemia$ = متغير وهمي يأخذ القيمة 1 إذا كان نوع السرطان هو سرطان الدم ، و 0 خلاف ذلك ،

قم بمعالجة الوفيات من سرطان المثانة كمجموعة مرجعية .

(أ) قم بتقدير هذا النموذج ، والحصول على ناتج الانحدار المعتاد .

(ب) كيف تفسر معاملات المتغيرات الوهمية المختلفة؟

(ج) ما تفسير ثابت الانحدار B_1 في هذا النموذج؟

(د) ما هي مميزات نموذج انحدار المتغير الوهمي التي تميزه عن تقدير الوفيات الناجمة عن كل نوع من أنواع السرطان بالنسبة لعدد السجائر التي يتم تدخينها بشكل منفصل؟

ملاحظة : قم بوضع الوفيات من أنواع السرطان المختلفة واحدة فوق الأخرى لتوليد 172 مشاهدة عن المتغير التابع . وبالمثل ، ضع عدد السجائر المدخنة لتوليد 172 مشاهدة عن المتغير المستقل .

7.8 وجد أن حد الخطأ في انحدار لوغاريتم الأجور في جدول 7.7 لا يتبع التوزيع الطبيعي . مع ذلك ، كان توزيع لوغاريتم الأجور يتبع التوزيع الطبيعي . هل هذه النتائج متضاربة؟ إذا كان الأمر كذلك ، فما هو سبب الاختلاف في هذه النتائج؟

7.9 ضع في اعتبارك نموذج المعادلات الآنية التالي :

$$Y_{1t} = A_1 + A_2Y_{2t} + A_3 X_{1t} + u_{1t} \quad (1)$$

$$Y_{2t} = B_1 + B_2Y_{1t} + B_3 X_{2t} + u_{2t} \quad (2)$$

في هذا النموذج Ys هي المتغيرات الداخلية ، و Xs هي المتغيرات الخارجية ، أما us فهي حدود خطأ عشوائية .

(أ) أوجد الانحدارات ذات الشكل المختزل .

(ب) أي من المعادلات المذكورة أعلاه تكون محددة ؟

(ج) بالنسبة للمعادلة المحددة ، ما الطريقة التي ستستخدمها للحصول على المعاملات الهيكلية؟

(د) افترض أنه من المعروف مسبقا أن A_3 تساوي صفر . هل سيغير هذا إجابتك على الأسئلة السابقة؟

7.10 بالنسبة لنموذج ARDL(1,1) ، المضاعف طويل المدى في معادلة (7.27) لنفترض في المثال التوضيحي أنك قدرت نموذج الانحدار البسيط التالي :

$$PCE_t = C_1 + C_2 DPI_t + u_t$$

استخدم هذا الانحدار وبين أن C_2 يساوي المضاعف طويل المدى المعطى في معادلة(7.27) . يمكنك تخمين لماذا يكون الحال هكذا؟ هل يمكنك عمل هذا شكليا؟

الملحق Appendix

عدم اتساق مقدرات OLS لدالة الاستهلاك
Inconsistency of the OLS estimators of the consumption function

يتم الحصول على مقدر OLS للميل الحدي للاستهلاك بواسطة صيغة OLS المعتادة :

$$b_2 = \frac{\Sigma c_t y_t}{\Sigma y_t^2} = \frac{\Sigma C_t y_t}{\Sigma y_t^2} \qquad (1)$$

حيث c و y هي الانحرافات عن قيمها المتوسطة ، أي : $c_t = C_t - \bar{C}$

الآن عوض بالمعادلة (7.8) في المعادلة (1) . للحصول على :

$$b_2 = \frac{\Sigma(B_1 + B_2 Y_t + u_t)y_t}{\Sigma y_t^2}$$

$$= B_2 + \frac{\Sigma y_t u_t}{\Sigma y_t^2} \qquad (2)$$

حيث يتم الاستخدام على حقيقة أن $\Sigma y_t = 0$ و $\Sigma Y_t y_t / \Sigma y_t^2 = 1$

بأخذ توقع المعادلة (2) ، نحصل على

$$E(b_2) = B_2 + E\left[\frac{\Sigma y_t u_t}{\Sigma y_t^2}\right] \qquad (3)$$

حيث إن E ، مشغل التوقع ، وهو مشغل خطي ، لا يمكننا أخذ توقع الحد الثاني غير الخطي في هذه المعادلة . إذا لم يكن الحد الأخير صفرًا ، يكون b_2 مقدرًا متحيزًا . هل يختفي التحيز كلما زاد حجم العينة إلى ما لا نهاية ؟ بمعنى آخر ، هل مقدر OLS متسق؟ تذكر أن المقدر يكون متسقا إذا كان نهاية الاحتمال probability limit (p lim) تساوي قيمة المجتمع الحقيقية . بمعرفة ذلك ، يمكننا أخذ نهاية الاحتمال (p lim) لمعادلة (3) :

$$p\lim(b_2) = p\lim(B_2) + p\lim\left[\frac{\Sigma y_t u_t/n}{\Sigma y_t^2/n}\right]$$

$$= B_2 + \frac{p\lim(\Sigma y_t u_t/n)}{p\lim(\Sigma y_t^2/n)} \qquad (4)$$

حيث يتم استخدام خصائص المشغل (p lim) لذلك نهاية احتمال للثابت (مثل B_2) هو ذلك الثابت نفسه ونهاية احتمال لنسبة مقدار يساوي النسبة لاحتمال نهاية هذين المقدارين .

كلما زاد حجم العينة n إلى ما لانهاية ، يمكن توضيح أن :

$$p\lim(b_2) = B_2 + \frac{1}{1-B_2}\left[\frac{\sigma_u^2}{\sigma_y^2}\right] \qquad (5)$$

حيث σ_u^2 و σ_y^2 هما التباينين (للمجتمع) لـ u و Y ، على التوالي .

حيث إن B_2 (MPC) تقع بين 0 و 1 ، وبما أن التباينين موجبان ، من الواضح أن $p\lim(b_2)$ سيكون دائمًا أكبر من B_2 ، أي أن b_2 سوف يقدر B_2 بأكبر من قيمته ، مهما كان حجم العينة . وبعبارة أخرى ، b_2 ليس فقط متحيزًا ، بل هو غير متسق أيضًا .

ملحق البيانات

obs	PCE	DPI
1960	9871.000	10865.00
1961	9911.000	11052.00
1962	10243.00	11413.00
1963	10512.00	11672.00
1964	10985.00	12342.00
1965	11535.00	12939.00
1966	12050.00	13465.00
1967	12276.00	13904.00
1968	12856.00	14392.00
1969	13206.00	14706.00
1970	13361.00	15158.00
1971	13696.00	15644.00
1972	14384.00	16228.00
1973	14953.00	17166.00
1974	14693.00	16878.00
1975	14881.00	17091.00
1976	15558.00	17600.00
1977	16051.00	18025.00
1978	16583.00	18670.00
1979	16790.00	18897.00
1980	16538.00	18863.00
1981	16623.00	19173.00
1982	16694.00	19406.00
1983	17489.00	19868.00
1984	18256.00	21105.00
1985	19037.00	21571.00
1986	19630.00	22083.00
1987	20055.00	22246.00
1988	20675.00	22997.00
1989	21060.00	23385.00
1990	21249.00	23568.00
1991	21000.00	23453.00
1992	21430.00	23958.00
1993	21904.00	24044.00
1994	22466.00	24517.00
1995	22803.00	24951.00
1996	23325.00	25475.00
1997	23899.00	26061.00
1998	24861.00	27299.00
1999	25923.00	27805.00
2000	26939.00	28899.00
2001	27385.00	29299.00
2002	27841.00	29976.00
2003	28357.00	30442.00
2004	29072.00	31193.00
2005	29771.00	31318.00
2006	30341.00	32271.00
2007	30838.00	32648.00
2008	30479.00	32514.00
2009	30042.00	32637.00

البيانات الواردة في هذا الجدول هي بالدولار بقيمته في عام 2005 .

المصدر : وزارة التجارة الأمريكية . يمكن العثور على البيانات أيضا على الموقع الإلكتروني لبنك الاحتياطي الفيدرالي في سانت لويس ، الولايات المتحدة الأمريكية .

الجزء الثالث

نماذج الانحدار مع بيانات مقطعية

Regression models with cross-sectional data

8 - نماذج logit و probit

9 - نماذج الانحدار متعدد الحدود

10 - نماذج الانحدار الترتيبي

11 - نماذج الانحدار ذات المتغير التابع المحدود

12 - نمذجة بيانات العد: نماذج بواسون وذي الحدين السالب

ملحق البيانات

obs	PCE	DPI	obs	PCE	DPI
1960	9871.000	10865.00	1985	19037.00	21571.00
1961	9911.000	11052.00	1986	19630.00	22083.00
1962	10243.00	11413.00	1987	20055.00	22246.00
1963	10512.00	11672.00	1988	20675.00	22997.00
1964	10985.00	12342.00	1989	21060.00	23385.00
1965	11535.00	12939.00	1990	21249.00	23568.00
1966	12050.00	13465.00	1991	21000.00	23453.00
1967	12276.00	13904.00	1992	21430.00	23958.00
1968	12856.00	14392.00	1993	21904.00	24044.00
1969	13206.00	14706.00	1994	22466.00	24517.00
1970	13361.00	15158.00	1995	22803.00	24951.00
1971	13696.00	15644.00	1996	23325.00	25475.00
1972	14384.00	16228.00	1997	23899.00	26061.00
1973	14953.00	17166.00	1998	24861.00	27299.00
1974	14693.00	16878.00	1999	25923.00	27805.00
1975	14881.00	17091.00	2000	26939.00	28899.00
1976	15558.00	17600.00	2001	27385.00	29299.00
1977	16051.00	18025.00	2002	27841.00	29976.00
1978	16583.00	18670.00	2003	28357.00	30442.00
1979	16790.00	18897.00	2004	29072.00	31193.00
1980	16538.00	18863.00	2005	29771.00	31318.00
1981	16623.00	19173.00	2006	30341.00	32271.00
1982	16694.00	19406.00	2007	30838.00	32648.00
1983	17489.00	19868.00	2008	30479.00	32514.00
1984	18256.00	21105.00	2009	30042.00	32637.00

البيانات الواردة في هذا الجدول هي بالدولار بقيمته في عام 2005 .

المصدر : وزارة التجارة الأمريكية . يمكن العثور على البيانات أيضا على الموقع الإلكتروني لبنك الاحتياطي الفيدرالي في سانت لويس ، الولايات المتحدة الأمريكية .

الجزء الثالث

نماذج الانحدار مع بيانات مقطعية

Regression models with cross-sectional data

الفصل الثامن

8 نمـــاذج logit و probit
The logit and probit models

يكون المتغير التابع في معظم نماذج الانحدار متغيرا عدديا ، يقاس عادة بمقياس النسبة . ولكن في العديد من التطبيقات ، تكون المتغيرات التابعة وصفية بمعنى أنها تشير إلى فئات ، مثل الذكور أو الإناث ، أو المتزوجين أو غير المتزوجين ، أو العاملين أو العاطلين عن العمل ، في القوى العاملة أو ليسوا في القوى العاملة .

لنفترض أن لدينا بيانات عن البالغين ، بعضهم من المدخنين وبعضهم لا يدخنون . كذلك افترض أننا نريد معرفة العوامل التي تحدد ما إذا كان الشخص يدخن أم لا . لذا فإن المتغير حالة التدخين هو متغير وصفي ؛ أما أن يكون الشخص مدخنا أو لا . كيف نمثل مثل هذه المتغيرات الوصفية؟ هل يمكننا استخدام أساليب الانحدار التقليدية أو هل نحتاج إلى أساليب متخصصة؟

نماذج الانحدار التي تشتمل على متغيرات تقاس بمقياس وصفي هي مثال على فئة أوسع من نماذج معروفة باسم نماذج انحدار الاستجابات النوعية **qualitative response regression models** . هناك مجموعة متنوعة من هذه النماذج ، ولكن في هذا الفصل سننظر في أبسط هذه النماذج ، أي نماذج الانحدار ذات المتغير التابع الثنائي أو ذو التصنيفين أو الوهمي . في الفصول اللاحقة ، سندرس أنواع أخرى من نماذج انحدار الاستجابات النوعية .

الهدف من هذا الفصل هو توضيح أنه على الرغم من أن نماذج الانحدار ذات المتغير الثنائي يمكن تقديرها باستخدام طريقة المربعات الصغرى ، إلا أنه عادة ما يتم تقدير هذه النماذج بطرق متخصصة ، مثل logit و probit . في البداية سنوضح لماذا لا تكون طريقة المربعات الصغرى مناسبة ، ثم نفكر في نماذج logit و probit . نبدأ بمثال .

8.1 مثال توضيحي: مدخن أو غير مدخن

البيانات المستخدمة هنا هي عينة عشوائية من 196،1 من الذكور الأمريكيين .[1]
يتم عرض هذه البيانات في جدول [8.1] ، والتي يمكن العثور عليها على الموقع الالكتروني المرفق .

المتغيرات المستخدمة في التحليل تكون كما يلي :

Smoker = 1 للمدخنين و 0 لغير المدخنين

Age = العمر بالسنوات

Education = عدد سنوات التعليم

Income = دخل الأسرة

Pcigs = سعر السجائر في الولايات كل ولاية على حدة في عام 1979

8.2 نموذج الاحتمال الخطي The linear probability model (LPM)

بما أن المتغير التابع smoker ، هو متغير وصفي ، فإنه يأخذ قيمة 1 (للمدخن) و 0 (لغير المدخن) . لنفترض أننا نطبق بشكل روتيني طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) لتحديد سلوك التدخين فيما يتعلق بالعمر ، والتعليم ، ودخل الأسرة ، وسعر السجائر . أي أننا نستخدم النموذج التالي :

$$Y_i = B_1 + B_2 Age_i + B_3 Educ_i + B_4 Income_i + B_5 Pcigs + u_i \quad (8.1)$$

التي ، من أجل الإيجاز في التعبير ، نكتبها على النحو التالي :

$$Y_i = BX + u_i \quad (8.2)$$

حيث BX هو الجانب الأيمن من المعادلة (8.1) .

يسمى النموذج (8.2) بنموذج الاحتمال الخطي **linear probability**

(1) هذه البيانات مأخوذة من موقع
Michael P. Murray, *Econometrics: A Modern Introduction*, Addison-Wesley, Boston, 2006. See http://www.aw.-bc.com/murray.
لكن البيانات كانت تستخدم في الأصل من قبل
John Mullay, Instrumental-variable estimation of count data models: an application to models of cigarette smoking behavior, *The Review of Economics and Statistics*, 1997.

model (LPM) لأنه يمكن تفسير التوقع الشرطي للمتغير التابع (حالة التدخين) ، بمعلومية قيم المتغيرات التفسيرية ، على أنه الاحتمال الشرطي بأن الحدث (أي التدخين) سيحدث .[1]

باستخدام *Eviews* ، حصلنا على النتائج في جدول [8.2] . دعونا نفحص النتائج في هذا الجدول .

لاحظ أن جميع المتغيرات ، باستثناء الدخل ، تكون معنوية إحصائيا بشكل فردي على الأقل عند مستوى معنوية 10% .

جدول [8.2] نموذج LPM للمدخن وغير المدخن

Dependent Variable: SMOKER
Method: Least Squares
Date: 12/06/08 Time: 21:54
Sample: 1 1196
Included observations: 1196

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.123089	0.188356	5.962575	0.0000
AGE	−0.004726	0.000829	−5.700952	0.0000
EDUC	−0.020613	0.004616	−4.465272	0.0000
INCOME	1.03E−06	1.63E−06	0.628522	0.5298
PCIGS79	−0.005132	0.002852	−1.799076	0.0723

R-squared	0.038770	Mean dependent var	0.380435
Adjusted R-squared	0.035541	S.D. dependent var	0.485697
S.E. of regression	0.476988	Akaike info criterion	1.361519
Sum squared resid	270.9729	Schwarz criterion	1.382785
Log likelihood	-809.1885	Durbin−Watson stat	1.943548
F-statistic	12.00927	Prob(F-statistic)	0.000000

العمر ، التعليم ، وسعر السجائر له تأثير عكسي على التدخين ، والذي قد لا يكون مفاجئًا . وبشكل جماعي جميع المتغيرات التفسيرية معنوية إحصائيا ، لأن قيمة

(1) إذا كان

$$Pi = \Pr(Yi = 1) \text{ and } (1 - Pi) = \Pr(Yi = 0),$$

فإن القيمة المتوقعة لـ Yi تساوي

$$E(Yi) = 1.Pi + 0.(1 - Pi) = Pi$$

F المقدرة بحوالي 12.00 لها قيمة p تقارب الصفر . تذكر أن القيمة F تختبر الفرض القائل بأن جميع معاملات الانحدار تساوي الصفر في نفس الوقت .

وحيث إننا قمنا بتقييم نموذج الاحتمال الخطي ، يكون تفسير معاملات الانحدار كما يلي . إذا كانت جميع المتغيرات الأخرى ثابتة ، فإن احتمال التدخين ينخفض بمعدل ≈ 0.005 مع تقدم العمر ، وربما يرجع ذلك إلى التأثير السلبي للتدخين على الصحة . وبالمثل ، مع ثبات العوامل الأخرى ، تؤدي الزيادة في التعليم المدرسي لسنة واحدة إلى خفض احتمال التدخين بمقدار 0.02 . وبالمثل ، إذا ارتفع سعر السجائر بمقدار دولار ، فإن احتمال التدخين يتناقص بمقدار ≈ 0.005 ، مع الإبقاء على جميع المتغيرات الأخرى ثابتة . تبدو قيمة $R^2 \approx 0.038$ منخفضة جدًا ، ولكن لا ينبغي أن يعلق المرء أهمية كبيرة على هذا لأن المتغير التابع هو متغير وصفي ، يأخذ فقط القيمتين 1 وصفر .

يمكن تنقيح هذا النموذج من خلال إدخال حدود متفاعلة ، مثل العمر مضروبًا في التعليم ، أو التعليم مضروبًا في الدخل ، أو إدخال حد لمربع التعليم أو مربع العمر لمعرفة ما إذا كان هناك تأثير غير خطي من هذه المتغيرات على التدخين . لكن ليس هناك جدوى من القيام بذلك ، لأن الـ LPM به العديد من القيود الملازمة له .

أولاً ، يفترض LPM أن احتمال التدخين يتحرك خطياً مع قيمة المتغير التفسيري ، مهما كانت تلك القيمة صغيرة أو كبيرة . ثانياً ، حسب المنطق ، يجب أن تكون قيمة الاحتمال بين 0 و 1 . ولكن لا يوجد ضمان بأن قيم الاحتمال المقدرة من LPM ستقع ضمن هذه الحدود . هذا لأن OLS لا يأخذ في الاعتبار التقيد بأن الاحتمالات المقدرة يجب أن تقع داخل حدود 0 و 1 . ثالثًا ، لا يمكن الإبقاء على افتراض أن حد الخطأ يتبع التوزيع الطبيعي عندما لا يأخذ المتغير التابع سوى قيم 0 و 1 . وأخيرًا ، يكون حد الخطأ في LPM له تباين غير ثابت ، مما يجعل اختبارات المعنوية التقليدية موضع شك .

لجميع هذه الأسباب ، فإن LPM ليس الخيار المفضل لنمذجة المتغيرات ثنائية التصنيف . البدائل التي نوقشت في المؤلفات هي نماذج logit و probit .

8.3 نموذج logit

في مثالنا الأساسي هدفنا هو تقدير احتمال التدخين ، مع الأخذ في الاعتبار قيم المتغيرات التفسيرية . عند تطوير دالة احتمالية كهذه ، يجب أن نضع في اعتبارنا

متطلبين : (1) أنه كلما تغيرت قيمة X_i المتغير (المتغيرات) التفسيرية ، يقع الاحتمال المقدر دائمًا في الفترة [0 – 1] ، و (2) أن العلاقة بين P_i و X_i هي علاقة غير خطية ، أي « تقترب من الصفر عند معدلات أبطأ وأبطأ عندما تصبح X_i صغيرة وتقترب من واحد عند معدلات أبطأ وأبطأ عندما تصبح X_i كبير جدًا . »[1] تحقق نماذج logit و probit هذه المتطلبات . ندرس أولاً نموذج logit بسبب بساطته الرياضية المقارنة .

افترض في مثالنا ، أن قرار الفرد عن التدخين أو عدم التدخين يعتمد على مؤشر منفعة لا يمكن رؤيته I_i^* ، والذي يعتمد على المتغيرات التفسيرية مثل السن ، التعليم ، دخل الأسرة وسعر السجائر .[2] نعبر عن هذا المؤشر على النحو التالي :

$$I_i^* = BX + u_i \qquad (8.3)$$

حيث i = الفرد رقم i، u = حد الخطأ ، و BX كما هو موضح في معادلة (8.2)

ولكن كيف يرتبط المؤشر غير المرئي بالقرار الفعلي للتدخين أو عدم التدخين؟ من المعقول أن نفترض أن :

Yi = 1 (شخص يدخن) إذا كان $I_i^* \geq 0$

Yi = 0 (شخص لا يدخن) إذا $I_i^* < 0$

أي أن ، إذا كان مؤشر منفعة الشخص I يتجاوز مستوى الحد I^* سوف يدخن ولكن إذا كان أقل من I^* ذلك ، فلن يدخن هذا الشخص . لاحظ أننا لا نقترح أن التدخين جيد أو ضار بالصحة ، على الرغم من وجود أبحاث طبية واسعة تشير إلى أن التدخين ضار بالصحة .

ولجعل هذا الخيار قابلاً للتشغيل ، يمكننا التفكير فيما يتعلق باحتمالية الاختيار ، مثلا خيار التدخين (أي Y = 1) :

$$\begin{aligned} \Pr(Y_i = 1) &= \Pr(I^* \geq 0) \\ &= \Pr[(BX + u_i) \geq 0] \\ &= \Pr(u_i \geq -BX) \qquad (8.4) \end{aligned}$$

(1) John H. Aldrich and Forrest Nelson, *Linear Probability, Logit and Probit Models*, Sage Publications, 1984, p. 26.

(2) يُعرف مؤشر المنفعة أيضاً بأنه متغير كامن .

الآن يعتمد هذا الاحتمال على توزيع (الاحتمالي) Y_i ، والذي يعتمد بدوره على التوزيع الاحتمالي لحد الخطأ u_i .[1] إذا كانت هذه التوزيعات الاحتمالية متماثلة حول قيمتها المتوسطة (صفر) ، عندئذٍ يمكن كتابة معادلة (8.4) كما يلي :

$$\Pr(u_i \geq -BX) = \Pr(u_i \leq BX) \quad (8.5)$$

لذلك،

$$P_i = \Pr(Y_i = 1) = \Pr(u_i \leq BX) \quad (8.6)$$

من الواضح أن P_i يعتمد على التوزيع الاحتمالي الخاص لـ u_i . تذكر أن احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي قيمة أقل من قيمة ما محددة يعطى عن طريق دالة التوزيع التراكمي (CDF) للمتغير .[2]

يفترض نموذج logit أن التوزيع الاحتمالي لـ u_i يتبع التوزيع الاحتمالي اللوجيستي **logistic probability distribution** ، والذي يمكن في مثالنا أن يكتب على النحو التالي :

$$P_i = \frac{1}{1+e^{-Z_i}} \quad (8.7)$$

حيث P_i = احتمال التدخين (أي $Y_i=1$) و

$$Z_i = BX + u_i \quad (8.8)$$

احتمال أن $Y = 0$ ، أي أن الشخص ليس مدخنًا ، تعطى عن طريق :

$$1 - P_i = \frac{1}{1+e^{Z_i}} \quad (8.9)$$

ملاحظة : إشارات Z_i في معادلة (8.7) و (8.9) مختلفة .

يمكن التحقق بسهولة من أن Z_i يتراوح من $-\infty$ إلى $+\infty$ ، ويتراوح P_i بين 0 و 1 وأن P_i يرتبط بشكل غير خطي مع Z_i (أي X_i) ، وبالتالي تلبية المتطلبات التي تمت

(1) لاحظ أن B ثابتة أو غير عشوائية وقيم X معطاة . لذلك ، فإن الاختلاف في Y_i يأتي من التباين في u_i .

(2) تذكر من مبادىء الإحصاء أن دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X ، F(X) ، يتم تعريفها على النحو التالي : $F(X) = \Pr(X \leq x)$ ، حيث x قيمة معينة لـ X . تذكر أيضًا أنه إذا كنا ترسم CDF ، فيتم تشبيهها بحرف S الممدود .

مناقشتها في وقت سابق .[1]

كيف نقوم بتقييم النموذج (8.7) ، لأنه غير خطي ليس فقط في X ولكن أيضًا في المعلمات Bs ؟ يمكننا استخدام تحويل بسيط لجعل النموذج خطي في Xs وفي المعاملات . بأخذ النسبة بين (8.7) و (8.9) ، وهذا هو احتمال أن الشخص مدخن ضد احتمال أنه غير مدخن ، نحصل على :

$$\frac{P_i}{1-P_i} = \frac{1+e^{Z_i}}{1+e^{-Z_i}} = e^{Z_i} \quad (8.10)$$

الآن $P_i / (1-P_i)$ هي ببساطة نسبة الأرجحية **odds ratio** لصالح التدخين – نسبة احتمال أن الشخص مدخن إلى احتمال أن يكون غير مدخن . بأخذ اللوغاريتم (الطبيعي) للمعادلة (8.10) ، نحصل على نتيجة مثيرة جدا للاهتمام ، وهي :

$$L_i = \ln\left[\frac{P_i}{1-P_i}\right] = Z_i = BX_i + u_i \quad (8.11)$$

بالكلمات ، تنص المعادلة (8.11) على أن لوغاريتم نسبة الأرجحية هو دالة خطية في Bs فضلا عن Xs . تعرف L_i باسم logit (لوغاريتم نسبة الأرجحية) وبالتالي اسم نموذج logit لنماذج مثل (8.11) . من المثير للاهتمام ملاحظة أن نموذج الاحتمال الخطي (LPM) الذي تمت مناقشته سابقًا يفترض أن P_i يرتبط خطيا بـ X_i ، بينما يفترض نموذج logit أن لوغاريتم نسبة الارجحية مرتبط بشكل خطي بـ X_i .

بعض سمات نموذج logit هي كما يلي :

1- كلما تراوح الاحتمال P_i ، من 0 إلى 1 ، يتراوح logit L_i من $-\infty$ إلى $+\infty$. أي أنه ، على الرغم من أن الاحتمالات تكمن بين 0 و 1 ، إلا أن logits تكون غير محدودة .

2 – على الرغم من أن L_i خطي في X_i ، فإن الاحتمالات نفسها ليست كذلك . وهذا يتناقض مع الـ LPM حيث تزداد الاحتمالات بشكل خطي مع X_i .

3 – إذا كان logit ، L_i ، موجبًا ، فهذا يعني أنه عندما تزداد قيمة المتغير التفسيري ، تزداد أرجحية التدخين ، بينما إذا كان سالبا ، تتناقص ارجحية التدخين .

(1) السبب وراء أن ارتباط P_i يكون غير خطي بالدخل مثلا ، أنه كلما زاد الدخل ، سيزيد المدخنون من استهلاك السجائر بمعدل متناقص بسبب قانون تناقص الغلة . وينطبق هذا على جميع السلع العادية تقريباً .

4 – تفسير نموذج logit في (8.11) هو كالتالي : كل معامل ميل يظهر كيف أن لوغاريتم الارجحية في صالح التدخين يتغير عندما تتغير قيمة المتغير X بمقدار وحدة واحدة .

5 – بمجرد أن يتم تقدير معاملات نموذج logit ، يمكننا بسهولة حساب احتمالات التدخين ، وليس فقط أرجحية التدخين ، من (8.7) .

6 – يقيس معامل الميل في LPM التأثير الحدي للتغير بمقدار وحدة واحدة في المتغير التفسيري على احتمال التدخين ، مع الإبقاء على المتغيرات الأخرى ثابتة . هذا ليس هو الحال مع نموذج logit ، لأن التأثير الحدي بمقدار وحدة واحدة في المتغير التفسيري لا يعتمد فقط على معامل هذا المتغير ولكن أيضًا على مستوى الاحتمال الذي يتم من خلاله قياس التغيير . لكن هذا الأخير (الاحتمال) يعتمد على قيم كل المتغيرات التفسيرية في النموذج .[1]

مع ذلك يمكن للحزم الإحصائية مثل *Eviews* و *Stata* أن تحسب التأثيرات الحدية بإرشادات بسيطة .

وكأن السؤال الآن هو : كيف يمكننا تقدير معلمات نموذج logit ؟

تقدير نموذج logit Estimation of the logit model

يعتمد تقييم نموذج logit على نوع البيانات المتاحة للتحليل . هناك نوعان من البيانات المتاحة : البيانات على المستوى الفردي أو المستوى الجزئي ، كما هو الحال في مثال المدخن ، والبيانات على مستوى المجموعة . سوف ندرس أولاً حالة بيانات المستوى الفردي .

بيانات المستوى الفردي Individual level data

بالنسبة لمثال المدخن ، لدينا بيانات عن 1,196 فردًا . لذلك ، على الرغم من أن نموذج logit هو نموذج خطي ، إلا أنه لا يمكن تقديره بالطريقة المعتادة لـ OLS . لمعرفة السبب ، لاحظ أن $P_i = 1$ إذا كان الشخص يدخن ، و $P_i = 0$ إذا كان الشخص لا يدخن . ولكن إذا وضعنا هذه القيم مباشرة في logit L_i ، نحصل على صيغ مثل $L_i = \ln(1/0)$ إذا كان الشخص يدخن و $L_i = \ln(0/1)$ إذا كان الشخص لا يدخن . هذه صيغ غير محددة . لذلك ، لتقدير نموذج logit يجب علينا اللجوء إلى طرق تقدير

(1) يمكن للقراء المهتمين بحساب التفاضل والتكامل التحقق من ذلك إذا أخذوا المشتقة (الجزئية) لمعادلة (8.7) بالنسبة للمتغيرات المعنية ، مع الإشارة إلى أن $Z_i = BX$. ملاحظة : استخدم قاعدة السلسلة : $\partial P_i/\partial X_i = \partial P/\partial Z_i \cdot \partial Z/\partial X_i$.

بديلة . الطريقة الأكثر شعبية والتي لها خصائص إحصائية جذابة هي طريقة الإمكان الأعظم(ML) . ناقشنا هذه الطريقة باختصار في فصل 1 ، ولكن يمكن العثور على مزيد من التفاصيل عن ML في المراجع .[1] وقد وضعت معظم الحزم الإحصائية الحديثة أوامر لتقدير المعلمات بواسطة طريقة ML .

وسوف نقدم أولاً نتائج تقدير ML لمثال المدخن . التي تم الحصول عليها من *Eviews* (جدول [8.3]) .

لنفحص هذه النتائج . متغيرات العمر والتعليم لهما معنوية عالية ولهما إشارات متوقعة . مع زيادة العمر ، تنخفض قيمة logit ، ربما بسبب المخاوف الصحية – أي مع تقدم العمر للأشخاص ، يقل احتمال التدخين . وبالمثل ، فإن الأشخاص الأكثر تعليما هم أقل أحتمالا لأن يكونوا مدخنين ، ربما بسبب الآثار السيئة للتدخين . سعر السجائر له إشارة سالبة وهي المتوقعة وهو معنويا عند مستوى 7% تقريبا .

جدول [8.3] نموذج logit للمدخن وغير المدخن

Dependent Variable: SMOKER
Method: ML – Binary Logit (Quadratic hill climbing)
Sample: 1 1196
Included observations: 1196
Convergence achieved after 3 iterations
QML (Huber/White) standard errors & covariance

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	2.745077	0.821765	3.340462	0.0008
AGE	–0.020853	0.003613	–5.772382	0.0000
EDUC	–0.090973	0.020548	–4.427431	0.0000
INCOME	4.72E–06	7.27E–06	0.649033	0.5163
PCIGS79	–0.022319	0.012388	–1.801626	0.0716

McFadden R-squared	0.029748	Mean dependent var	0.380435
S.D. dependent var	0.485697	S.E. of regression	0.477407
Akaike info criterion	1.297393	Sum squared resid	271.4495
Schwarz criterion	1.318658	Log likelihood	–770.8409
LR statistic	47.26785	Restr. log likelihood	–794.4748
Prob(LR statistic)	0.000000	Avg. log likelihood	–0.644516
Obs with Dep=0	741	Total obs	1196
Obs with Dep=1	455		

(1) للاطلاع على نقاش سهل عن ML . انظر : Gujarati/Porter, *op cit*.

مع ثبات العوامل الأخرى ، كلما ارتفع سعر السجائر ، كلما قل احتمال التدخين . لا يكون للدخل تأثير مرئي من الناحية الإحصائية على التدخين ، ربما لأن الإنفاق على السجائر قد يكون جزءًا صغيرًا من دخل الأسرة .

تفسير المعاملات المختلفة يكون كما يلي : مع الإبقاء على المتغيرات الأخرى ثابتة ، على سبيل المثال ، إذا زاد التعليم بمقدار عام واحد ، ينخفض متوسط قيمة logit بنسبة حوالي 0.09 ، أي ينخفض لوغاريتم الأرجحية لصالح التدخين بنسبة حوالي 0.09 . يتم تفسير المعاملات الأخرى بالمثل .

ولكن لغة logit ليست لغة الحياة اليومية . ما نود أن نعرفه هو احتمال التدخين ، بمعلومية قيم المتغيرات التفسيرية . ولكن يمكن حساب هذا من معادلة(8.7) . لتوضيح ذلك ، خذ المدخن رقم 2# من جدول [8.1] أيضًا . بياناته هي كما يلي

$$age = 28,\ educ = 15,\ income = 12{,}500,\ pcigs79 = 60.0$$

بإدخال هذه القيم في معادلة (8.7) ، نحصل على

$$P = \frac{1}{1+e^{-(0.4935)}} \approx 0.3782$$

أي أن احتمال أن يكون الشخص الذي يتمتع بهذه الخصائص مدخن هو 38% . من بياناتنا نعلم أن هذا الشخص مدخن .

الآن نأخذ شخص له البيانات التالية :

$$age = 63,\ educ = 10,\ income = 20{,}000,\ pcigs79 = 60.8$$

بالنسبة لهذا الشخص ، احتمال التدخين هو

$$P = \frac{1}{1+e^{-(0.7362)}} = 0.3227$$

أي أن احتمال أن يكون هذا الشخص مدخنًا هو 32% . في العينة لدينا هذا الشخص غير مدخن .

يعرض جدول [8.1] احتمال التدخين لكل شخص جنبا إلى جنب مع البيانات الخام .

هل يمكننا حساب التأثير الحدي لمتغير تفسيري ما على احتمال التدخين ، مع الإبقاء على جميع المتغيرات الأخرى ثابتة؟ افترض أننا نريد معرفة $\partial P_i / \partial Age_i$ ،

تأثير التغير في العمر بوحدة واحدة على احتمال التدخين ، مع الإبقاء على المتغيرات الأخرى ثابتة . كان هذا بسيطًا جدًا في LPM ، ولكنه ليس بهذه البساطة مع نماذج logit أو probit . ويرجع ذلك إلى أن التغير في احتمال التدخين إذا تغير العمر بوحدة واحدة (على سبيل المثال ، سنة) لا يعتمد فقط على معامل متغير العمر ولكن أيضًا على مستوى الاحتمال الذي يتم من خلاله قياس التغيير . لكن هذا الأخير يعتمد على قيم كل المتغيرات التفسيرية . للحصول على تفاصيل حول هذه الحسابات ، يرجع القارئ إلى المراجع ، على الرغم من أن *Eviews* و *Stata* يمكن أن يقوما بهذا العمل بسهولة .[1]

إن المقياس التقليدي لجودة التوفيق R^2 ، لا يكون ذا مغزى عندما يأخذ المتغير التابع قيم 1 أو 0 . المقاييس المشابهة لـ R^2 والتي تسمى R^2 المزيف ، تمت مناقشته في دراسات سابقة . أحد هذه الإجراءات هو McFadden R^2 ، المسمى R^2_{McF} . يقع R^2_{McF} بين 0 و 1 مثل R^2 . في مثالنا ، تبلغ قيمته 0.0927.

المقياس الآخر لجودة التوفيق هو count R^2 ، والذي يتم تعريفه كما يلي :

$$cont\ R^2 = \frac{\text{عدد التنبؤات الصحيحة}}{\text{عدد المشاهدات الكلية}} \qquad (8.12)$$

بما أن المتغير التابع يأخذ قيمة 1 أو 0 ، إذا كان الاحتمال المتنبأ به للمشاهدة أكبر من 0.5 نصنف تلك المشاهدة على أنها 1 ، ولكن إذا كانت أقل من 0.5 ، فإننا نصنفها 0 . ثم نحسب عدد التنبؤات الصحيحة والعدد R^2 كما هو موضح أعلاه (انظر تطبيق 8.3) .

وينبغي التأكيد على أنه في نماذج الانحدار الثنائي تكون مقاييس جودة التوفيق ذات أهمية ثانوية . ما يهم هي الاشارات المتوقعة لمعاملات الانحدار ومعنويتها الإحصائية أو العملية . من جدول [8.3] ، يمكننا أن نرى أنه باستثناء معامل الدخل ، فإن جميع المعاملات الأخرى معنوية كل على حدة ، على الأقل عند مستوى 10% . يمكننا أيضًا اختبار فرض العدم بأن جميع المعاملات تكون في نفس الوقت صفر مع إحصاء نسبة الامكان (LR) ، وهو ما يعادل اختبار F في نموذج الانحدار الخطي .[2] في ظل فرض العدم بأن لا أحد من المتغيرات المستقلة معنويا ، تتبع إحصائية LR توزيع مربع كاي مع قيمة df مساوية لعدد المتغيرات التفسيرية : أربعة في مثالنا .

(1) انظر على سبيل المثال Gujarati/Porter, *op cit*.

(2) ناقش الملحق الخاص بالامكان الأعظم في الفصل الأول لماذا نستخدم إحصاءات LR .

كما يبين جدول [8.3] ، تبلغ قيمة إحصاء LR حوالي 47.26 والقيمة p (أي مستوى المعنوية الدقيق) من الناحية العملية صفر ، وبالتالي رفض فرض العدم . لذلك يمكننا القول أن المتغيرات الأربعة المدرجة في نموذج logit هي محددات مهمة لعادات التدخين .

▲ **ملاحظة فنية 1** : يعطي جدول [8.3] إحصاءتان للوغاريتم الإمكان – إمكان غير مقيد (‎−770.84 =) وامكان المقيد (‎−794.47) . تم الحصول على الأخير بافتراض عدم وجود متغيرات مستقلة في النموذج ، فقط ثابت الانحدار ، في حين أن الامكان غير المقيد هو القيمة التي يتم الحصول عليها مع وجود جميع المتغيرات المستقلة (بما في ذلك الثابت) في النموذج . إحصائية نسبة الامكان (= λ) هي 47.27 الموضحة في جدول [8.3] تم حسابها من الصيغة الواردة في الملحق الخاص بفصل 1 . على سبيل المثال ، نسبة الامكان المحسوبة 47.27 ذات معنوية كبيرة ، القيمة p عمليا صفر .[1] وهذا يعني أن هذا هو النموذج غير المقيد الذي يتضمن جميع المتغيرات المستقلة هو النموذج المناسب في المثال الحالي . ولتوضيح الأمر بشكل مختلف ، فإن النموذج المقيّد غير صالح في الحالة الحالية .

▲ **ملاحظة فنية 2** : لاحظ أن الأخطاء المعيارية لـ Huber / White المسجلة في جدول [8.3] ليست بالضرورة أخطاء robust بالنسبة لعدم ثبات التباين ، ولكنها robust بالنسبة لخطأ معين في توصيف التوزيع الاحتمالي الأساسي للمتغير التابع .

تنقيح النموذج Model refinement

يمكن تحسين نموذج logit في جدول [8.3] . على سبيل المثال ، يمكننا السماح بتأثير التفاعل بين المتغيرات التفسيرية . متغير التعليم بشكل فردي له تأثير عكسي والدخل له تأثير طردي على احتمال التدخين ، على الرغم من أن التأثير الأخير ليس معنويًا من الناحية الإحصائية . ولكن ما هو التأثير المركب للتعليم والدخل على احتمال التدخين؟ هل الأشخاص الذين يحصلون على مستوى أعلى من التعليم ومستوى دخلهم مرتفع يدخنون أقل أو أكثر من الأشخاص ذوي الخصائص الأخرى؟

(1) كما ذكر في الملحق بالفصل الأول ، تحت فرض العدم بأن معاملات جميع المتغيرات المستقلة في النموذج تساوي الصفر ، فإن إحصاء LR يتبع توزيع مربع كاي مع df مساويًا لعدد المتغيرات المستقلة (باستثناء القاطع) ، 4 في مثالنا .

للسماح بهذا ، يمكننا إدخال تأثير بضرب أو تفاعل لمتغيرين كمتغير تفسيري إضافي . يعرض جدول [8.4] النتائج .

هذه النتائج مثيرة للاهتمام . في جدول [8.3] ، كان للتعليم بشكل فردي تأثيرا عكسيا كبيرا على logit (وبالتالي على احتمال التدخين) ولم يكن للدخل أي تأثير معنوي . الآن لم يعد للتعليم في حد ذاته تأثيرًا معنويًا من الناحية الإحصائية على logit ، ولكن الدخل له تأثيرا معنويا طرديا كبيرا .

جدول [8.4] نموذج logit للتدخين مع التفاعل

Dependent Variable: SMOKER
Method: ML – Binary Logit (Quadratic hill climbing)
Sample: 1 1196
included observations: 1196
Convergence achieved after 10 iterations
Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1.093186	0.955676	1.143887	0.2527
AGE	−0.018254	0.003794	−4.811285	0.0000
EDUC	0.039456	0.042511	0.928140	0.3533
INCOME	9.50E−05	2.69E−05	3.535155	0.0004
PCIGS79	−0.021707	0.012530	−1.732484	0.0832
EDUC*INCOME	−7.45E−06	2.13E−06	−3.489706	0.0005

McFadden R-squared	0.037738	Mean dependent var	0.380435
S.D. dependent var	0.485697	S.E. of regression	0.475290
Akaike info criterion	1.288449	Sum squared resid	268.8219
Schwarz criterion	1.313968	Log likelihood	−764.4926
LR statistic	59.96443	Restr. log likelihood	−794.4748
Prob(LR statistic)	0.000000	Avg. log likelihood	−0.639208
Obs with Dep=0	741	Total obs	1196
Obs with Dep=1	455		

لكن إذا اعتبرت الحد التفاعلي ، التعليم مضروبًا في الدخل ، فإن له تأثيرًا معنويا عكسيًا كبيرًا على logit . وهذا يعني أن الأشخاص ذوي مستويات التعليم الأعلى

الذين لديهم دخل أعلى هم أقل عرضة للتدخين من أولئك الذين هم أكثر تعليما فقط أو لديهم دخل أعلى فقط . ما يشير إليه هذا هو أن تأثير أحد المتغيرات على احتمال التدخين قد يتم إضعافه أو تقويته بوجود متغيّرات أخرى .

يتم تشجيع القارئ على معرفة ما إذا كان هناك أي تفاعلات أخرى بين المتغيرات التفسيرية .

تقدير Logit للبيانات المجمعة

Logit estimation for grouped data

بفرض أننا نجمع بيانات المدخنين في 20 مجموعة وتتكون كل مجموعة من 60 مشاهدة تقريبًا . لكل مجموعة نكتشف عدد المدخنين ، مثلا n_i . نقسم n_i على 60 للحصول على تقدير للاحتمال (التجريبي) للمدخنين لتلك المجموعة ، p_i مثلا . لذلك ، لدينا 20 من p_is المقدرة . نستطيع بعد ذلك استخدام هذه الاحتمالات لتقدير انحدار logit في معادلة (8.11) بواسطة OLS .

وإذا لم تكن البيانات متاحة بالفعل في صيغة مجمعة ، فإن تكوين المجموعات بالطريقة المقترحة في الفقرة السابقة له مشاكل . أولاً ، علينا أن نقرر عدد المجموعات التي يجب تشكيلها . إذا قمنا بتشكيل مجموعات قليلة جدًا ، فسيكون لدينا عدد قليل جدًا من p_i لتقدير معادلة (8.11) . من ناحية أخرى ، إذا قمنا بتشكيل مجموعات أكثر من اللازم ، سيكون لدينا عدد قليل من المشاهدات في كل مجموعة ، مما قد يجعل من الصعب تقدير p_is بكفاءة .

ثانيًا ، حتى إذا كان لدينا الرقم «الصحيح» للمجموعات ، أحد المشكلات مع تقدير logit المجمع هو أن حد الخطأ في معادلة (8.11) يكون له تباين غير ثابت . لذلك علينا أن نحذر عدم ثبات التباين عن طريق التحويل المناسب أو استخدام أخطاء robust المعيارية لـ White ، وهو موضوع نوقش في فصل 5 .

لن نوضح تقدير logit المجمع مع بيانات المدخنين للأسباب التي نوقشت أعلاه . إلى جانب ذلك ، لدينا بيانات على المستوى الجزئي ، ويمكننا استخدام طريقة ML لتقدير نموذج logit ، كما أظهرنا سابقًا (لكن انظر التمرين 8.4) .

8.4 نموذج probit

في LPM ، حد الخطأ له توزيع غير التوزيع الطبيعي . في نموذج logit ، يحتوي حد الخطأ على التوزيع اللوجستي . النموذج الآخر المناظر هو نموذج probit ، حيث يكون لحد الخطأ توزيعا طبيعيا . بافتراض التوزيع الطبيعي ، يمكن حساب احتمال أن يكون I_i^* أقل من أو يساوي I_i من دالة التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي (CDF)[1] كما يلي :

$$P_i = \Pr(Y=1|X) = \Pr(I_i^* \leq I_i) = \Pr(Z_i \leq BX)$$
$$= F(BX) \qquad (8.13)$$

حيث تشير $\Pr(Y \mid X)$ إلى احتمال حدوث حدث ما (أي التدخين) مع الأخذ في الاعتبار قيم المتغيرات X وحيث Z هي المتغير الطبيعي المعياري (أي متغير طبيعي بمتوسط صفر وتباين واحد) . F هو CDF الطبيعي المعياري ، والذي يمكن كتابته في السياق الحالي على النحو التالي :

$$F(BX) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{BX} e^{-Z^2/2}\, dz \qquad (8.14)$$

بما أن P تمثل احتمال أن يدخن الشخص ، فإنه يتم قياسه عن طريق المساحة تحت منحنى CDF المعياري من $-\infty$ إلى I_i . في السياق الحالي ، يسمى $F(I_i)$ دالة probit .

على الرغم من أن تقدير مؤشر المنفعة BX و Bs يكون حسابهما معقدا وصعبا في نموذج probit ، إلا أنه يمكن استخدام طريقة الامكان الأعظم لتقديرهما . بالنسبة لمثالنا ، تقديرات ML لنموذج probit معروضة في جدول [8.5] .

على الرغم من أن القيم العددية لمعاملات logit وprobit مختلفة ، إلا أن النتائج متشابهة نوعيا : معاملات العمر ، التعليم ، وسعر السجائر تكون معنوية بشكل فردي

---

(1) إذا كان المتغير X يتبع التوزيع الطبيعي مع متوسط μ والتباين σ^2 فإن دالة الكثافة الاحتمالية (PDF) هي: $f(x) = (1/\sigma\sqrt{2\pi})e^{-(X-\mu)^2/2\sigma^2}$

ودالة التوزيع التراكمي (CDF) هي: $F(X_0) = \int_{-\infty}^{X_0} (1/\sigma\sqrt{2\pi})e^{-(X-\mu)^2/2\sigma^2}\, dX$

حيث X_0 هي قيمة محددة للقيمة X . إذا كانت $\mu = 0$ و $\sigma^2 = 1$ ، فإن PDF و CDF الناتجان يمثلان PDF و CDF للطبيعي المعياري على التوالي.

عند مستوى 10% على الأقل . غير أن معامل الدخل ليس معنويا .

هناك طريقة لمقارنة معاملات logit و probit . على الرغم من أن التوزيع اللوجستي المعياري (أساس logit) والتوزيع الطبيعي المعياري (أساس probit) كلاهما لهما قيمة متوسطة تساوي الصفر ، فإن تباينهما مختلفان : 1 للتوزيع الطبيعي المعياري و $\pi^2/3$ للتوزيع اللوجستي ، حيث $\pi = 22/7$ ، وهو حوالي 3.14 .

جدول [8.5] نموذج probit للتدخين

Dependent Variable: SMOKER
Method: ML – Binary Probit (Quadratic hill climbing)
Sample: 1 1196
Included observations: 1196
Convergence achieved after 6 iterations
Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1.701906	0.510575	3.333315	0.0009
AGE	-0.012965	0.002293	-5.655439	0.0000
EDUC	-0.056230	0.012635	-4.450266	0.0000
INCOME	2.72E-06	4.40E-06	0.618642	0.5362
PCIGS79	-0.013794	0.007696	-1.792325	0.0731

McFadden R-squared	0.030066	Mean dependent var	0.380435
S.D. dependent var	0.485697	S.E. of regression	0.477328
Akaike info criterion	1.296970	Sum squared resid	271.3598
Schwarz criterion	1.318236	Log likelihood	-770.5881
LR statistic	47.77335	Restr. log likelihood	-794.4748
Prob(LR statistic)	0.000000	Avg. log likelihood	-0.644304
Obs with Dep=0	741	Total obs	1196
Obs with Dep=1	455		

لذلك ، إذا ضربنا معامل probit في 1.81 $(\approx \pi/\sqrt{3})$ ، فسنحصل على معامل logit تقريباً . على سبيل المثال ، فإن معامل probit للعمر هو 0.0235 – إذا ضربنا هذا المعامل في 1.81 ، فسوف نحصل على 0.0233 – ≈ ، والذي يمكن مقارنته مباشرة بمعامل العمر في نموذج logit الوارد في جدول [8.3] .

كيف نفسر معاملات نموذج probit الواردة في جدول [8.5]؟ على سبيل المثال ، ما هو التأثير الحدي على احتمال التدخين إذا زاد العمر بسنة ، مع الإبقاء على المتغيرات الأخرى ثابتة؟ يتم إظهار هذا التأثير الحدي بمعامل متغير العمر 0.0130 – ، مضروبًا في قيمة دالة الكثافة الطبيعية التي تم تقييمها لجميع قيم X لهذا الفرد .

لتوضيح ذلك ، بأخذ بيانات المدخن رقم 1 في العينة ، وهي

age = 21, education = 12, income = 8,500, pcigs= 60.6

عند وضع هذه القيم في دالة الكثافة للتوزيع الطبيعي المعياري الواردة في الهوامش السفلية 13 ، نحصل على : $f(BX) = 0.3983$. بضرب هذا في 0.0130– ، نحصل على 0.0051– . وهذا يعني أنه بمعلومية القيم المحددة للمتغيرات X فإن احتمال أن يدخن شخص ما ينقص بمقدار حوالي 0.005 إذا زاد العمر بمقدار سنة . تذكر أننا كان لدينا موقف مماثل في حساب التأثير الحدي لمتغير تفسيري على احتمال التدخين في نموذج logit .

كما نرى ، حساب التأثير الحدي للمتغير التفسيري على احتمال التدخين لفرد ما بهذه الطريقة هي مهمة شاقة ، على الرغم من أن الحزم الإحصائية *Stata* و *Eviews* يمكنها القيام بهذا العمل بسرعة نسبيا .

تقديرات probit الناتجة من تأثير التفاعل كما هو موضح في نموذج logit موضحة في جدول [8.6] .

كما نرى ، النتائج في الجدولين [8.4] و [8.6] متشابهة تماما . ولكن سيتوجب علينا استخدام عامل التحويل الذي يبلغ 1.81 تقريباً لجعل معاملات probit قابلة للمقارنة مباشرة مع معاملات logit . [1]

---

(1) يتم إعطاء عامل تحويل مماثل لمقارنة نماذج LPM و logit في التمرين 8.1.

جدول [8.6] نموذج probit للتدخين مع التفاعلات

Dependent Variable: SMOKER
Method: ML – Binary Probit (Quadratic hill climbing)
Sample: 1 1196
Included observations: 1196
Convergence achieved after 10 iterations
Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.682050	0.587298	1.161336	0.2455
AGE	−0.011382	0.002332	−4.880864	0.0000
EDUC	0.024201	0.025962	0.932180	0.3512
INCOME	5.80E−05	1.62E−05	3.588406	0.0003
PCIGS79	−0.013438	0.007723	−1.739941	0.0819
EDUC*INCOME	−4.55E−06	1.28E−06	−3.551323	0.0004

McFadden R-squared	0.038139	Mean dependent var	0.380435
S.D. dependent var	0.485697	S.E. of regression	0.475190
Akaike info criterion	1.287917	Sum squared resid	268.7082
Schwarz criterion	1.313436	Log likelihood	−764.1745
Hannan–Quinn criter.	1.297531	Restr. log likelihood	−794.4748
LR statistic	60.60065	Avg. log likelihood	−0.638942
Prob(LR statistic)	0.000000		
Obs with Dep=0	741	Total obs	1196
Obs with Dep=1	455		

أيضا ، يمكن أن نلاحظ أنه يمكننا أيضًا تقدير نموذج probit للبيانات المجمّعة ، المسماة probit المجمّع ، على غرار نموذج logit المجمّع . ولكن لن نعرضه هنا .

نماذج Logit مقابل نماذج probit

تعطي نماذج logit و probit بشكل عام نتائج مماثلة ؛ والفرق الرئيسي بين النموذجين هو أن التوزيع اللوجستي لديه ذيلا أكثر إمتدادا قليلاً ؛ تذكر أن تباين المتغير العشوائي الموزع حسب التوزيع اللوجيسي يكون حوالي $\pi^2/3$ ، في حين أن تباين المتغير الذي يتبع التوزيع الطبيعي (المعياري) هو 1 . وهذا يعني أن الاحتمال الشرطي P_i يقترب من 0 أو 1 بمعدل أبطأ في logit منه في probit . لكن من الناحية العملية ليس هناك سبب مقنع لاختيار واحد على الآخر . يختار العديد من الباحثين logit عن probit بسبب بساطته الرياضية المقارنة .

8.5 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

ناقشنا في هذا الفصل أبسط نموذج ممكن لإنحدار الاستجابات النوعية والذي يكون فيه المتغير التابع ثنائي ، مع أخذ قيمة 1 إذا كانت الخاصية موجودة و قيمة 0 إذا كانت هذه الخاصية غير موجودة .

على الرغم من أنه يمكن تقدير نماذج المتغير التابع الثنائي بواسطة OLS ، وفي هذه الحالة تكون معروفة كنماذج احتمالية خطية (LPM) ، إلا أن OLS ليست الطريقة المفضلة لتقدير هذه النماذج بسبب محددين ، وهما أن الاحتمالات المقدرة من LPM لا تقع بالضرورة في حدود 0 و 1 وأيضاً لأن LPM يفترض أن احتمال الاستجابة الموجبة يتزايد خطياً مع مستوى المتغير التفسيري ، وهو أمر غير منطقي . من المتوقع أن معدل الزيادة في الاحتمال ينخفض بعد نقطة معينة .

يمكن تقدير نماذج الانحدار ثنائية الاستجابة عن طريق نماذج logit أو probit .

يستخدم نموذج logit التوزيع الاحتمالي اللوجستي لتقدير معلمات النموذج . على الرغم من أنه يبدو غير خطي ، فإن لوغاريتم نسبة الأرجحية ، يسمى logit ، ويجعل نموذج logit خطيًا في المعلمات .

إذا كان لدينا بيانات مجمعة ، يمكننا تقدير نموذج logit عن طريق OLS . ولكن إذا كان لدينا بيانات على المستوى الجزئي ، فعلينا استخدام طريقة الإمكان الأعظم . في الحالة الأولى ، سيكون علينا تصحيح عدم ثبات التباين في حد الخطأ .

على عكس الـ LPM ، لا يعتمد التأثير الحدي للمتغير المستقل في نموذج logit فقط على معامل هذا المتغير المستقل ، ولكن أيضًا على قيم جميع المتغيرات المستقلة في النموذج .

يعتبر نموذج probit بديلا لنموذج logit . توزيع الاحتمال الأساسي للدالة هو التوزيع الطبيعي . عادة ما يتم تقدير معلمات نموذج probit من خلال طريقة الإمكان الأعظم .

مثل نموذج logit ، التأثير الحدي للمتغير المستقل في نموذج probit يشمل جميع المتغيرات المستقلة في النموذج .

لا يمكن مقارنة معاملات logit و probit مباشرة . ولكن إذا قمنا بضرب معاملات probit في 1.81 ، فستكون قابلة للمقارنة مع معاملات logit . هذا التحويل ضروري لأن التباينات الأساسية للتوزيع اللوجستي والتوزيع الطبيعي مختلفة .

في الممارسة ، تعطي نماذج logit و probit نتائج مماثلة . يعتمد الاختيار بينهما على مدى توافر البرامج وسهولة التفسير .

تطبيقات Exercise

8.1 لدراسة فعالية خصم السعر على ستة مشروبات غازية ، تم اختيار عينة عشوائية من 5,500 مستهلك وتم تقسيمها إلى 11 فئة خصم كما هو موضح في جدول [8.7].[1]

(أ) اعتبر أن معدل الاسترداد متغير تابع وخصم السعر هو المتغير المستقل ، ادرس ما إذا كان نموذج logit يناسب البيانات .[2]

(ب) ادرس ما إذا كان نموذج probit ، يعمل مثل نموذج logit .

(ج) وفق نموذج (LPM) على هذه البيانات .

(د) قارن بين نتائج النماذج الثلاثة . لاحظ أن معاملات LPM ونماذج Logit ترتبط على النحو التالي :

معامل ميل LPM=0.25 × معامل ميل Logit

القاطع لنموذج LPM = 0.25 × معامل ميل Logit + 0.5

(1) تم الحصول على البيانات من :
Douglas Montgomery and Elizabeth Peck from their book, *Introduction to Linear Regression Analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1982, p. 243.
مع تغيير الرموز .

(2) معدل الاسترداد هو عدد الكوبونات التي تم استردادها مقسومًا على عدد المشاهدات في كل فئة من فئات الخصم .

جدول [8.7] عدد الكوبونات المستردة وخصم السعر

Price Discount (cents)	Sample size	Number of coupons redeemed
5	500	100
7	500	122
9	500	147
11	500	176
13	500	211
15	500	244
17	500	277
19	500	310
21	500	343
23	500	372
25	500	391

8.2 يعرض جدول **[8.8]** (المتاح على موقع الويب المرفق) بيانات عن 78 مشتري المنازل عند اختيارهم بين الرهون العقارية بمعدلات قابلة للتعديل أوثابتة .[3]

يتم تعريف المتغيرات على النحو التالي :

Adjust = 1 إذا تم اختيار قرض قابل للتعديل ، 0 خلاف ذلك .

Fixed rate = معدل فائدة ثابت

Margin = (معدل متغير – معدل ثابت)

Yield = معدل الفائدة على سندات خزانة مدتها عشر سنوات مطروحا من المعدل عن 1 سنة

Points = نسبة النقاط على الرهون العقارية القابلة للتعديل إلى تلك المدفوعة على رهن بمعدل ثابت .

Networth = صافي ثروة المقترض

(أ) قدر LPM لاختيار معدل رهن قابل للتعديل .

(ب) قدر اختيار معدل رهن قابل للتعديل باستخدام logit .

(ج) كرر (ب) باستخدام نموذج probit .

(د) قارن أداء النماذج الثلاثة وحدد أي نموذج أفضل .

(هـ) احسب التأثير الحدي للمتغير Margin على احتمال اختيار المعدل القابل للتعديل للرهن للنماذج الثلاثة .

8.3 بالنسبة لبيانات المدخن التي تمت مناقشتها في الفصل ، قم بتقدير count R^2 .

8.4 قسم بيانات المدخن إلى 20 مجموعة . لكل مجموعة احسب p_i ، احتمال التدخين . لكل مجموعة احسب متوسط قيم المتغيرات المستقلة وقدر نموذج logit المجمع باستخدام قيم المتوسط هذه . قارن نتائجك مع تقديرات ML لـ logit للمدخن التي تمت مناقشتها في الفصل . كيف يمكنك الحصول على تصحيح لعدم ثبات تباين الخطأ المعياري لـ logit المجمع؟

الفصل التاسع

9 نماذج الانحدار متعدد الحدود
Multinomial regression models

درسنا في فصل 8 نماذج logit و probit التي كان الهدف منها الاختيار بين خيارين منفصلين : إما التدخين أو عدم التدخين . وتسمى هذه النماذج بنماذج انحدار ثنائية . ولكن في العديد من الحالات قد يكون علينا الاختيار من بين العديد من البدائل المنفصلة . تسمى هذه النماذج نماذج الانحدار متعددة الحدود (MRM) . بعض الأمثلة هي :

1 – خيارات النقل : سيارة ، حافلة ، سكة حديدية ، دراجة هوائية

2 – اختيار نوع حبوب الفطور

3 – اختيار مرشح للرئاسة : ديمقراطي ، جمهوري ، أو مستقل

4 – اختيار التعليم : المدرسة الثانوية ، الكلية ، الدراسات العليا

5 – اختيار جامعة لدراسة ماجستير إدارة الأعمال MBA : جامعة هارفارد ، معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا ، شيكاغو ، ستانفورد

6 – اختيار الوظيفة : لا يعمل ، يعمل بدوام جزئي ، أو يعمل بدوام كامل .

7 – شراء سيارة : أمريكي ، ياباني ، أوروبي

بالطبع ، يمكن ذكر العديد من الأمثلة التي يواجه المستهلك فيها عدة خيارات .

كيف نقدر النماذج التي تنطوي على الاختيار من بين العديد من البدائل؟ في ما يلي سننظر في بعض التقنيات التي تستخدم عادة في الممارسة . ولكن قبل المضي قدما ، يمكن ملاحظة أن هناك عدة أسماء لمثل هذه النماذج : نماذج الانحدار polytomous أو polychotomous . لأغراض المناقشة ، سوف نستخدم مصطلح نماذج متعددة الحدود لجميع هذه النماذج .

9.1 طبيعة نماذج الانحدار متعدد الحدود

في البداية يمكننا التمييز بين MRM الوصفي أو غير الترتيبي و MRM الترتيبي . على سبيل المثال ، خيار النقل هو MRM وصفي لأنه لا يوجد ترتيب معين (طبيعي) بين الخيارات المختلفة . من ناحية أخرى ، إذا كان الشخص يرد على استبيان والذي يضع عبارات ويطلب منك الرد على مقياس من ثلاثة مستويات ، مثل عدم الموافقة ، أو الموافقة إلى حد ما ، أو الموافقة تمامًا ، فهذا مثال على MRM مرتب .

ندرس في هذا الفصل MRMs الوصفي ونناقش MRMs المرتب في الفصل التالي .

حتى داخل MRMs الوصفي يجب علينا التمييز بين ثلاث حالات :

1 MRM الوصفي للبيانات المحددة حسب من يقوم بالاختيار

2 MRM الوصفي للبيانات المحددة حسب الاختيار

3 MRM الوصفي للبيانات المحددة حسب من يقوم بالاختيار وحسب الاختيار ، أو MRM الوصفي المختلط .

لاحظ أننا نستخدم مصطلح «من يقوم بالاختيار chooser" لتمثيل فرد أو صانع قرار يتعين عليه الاختيار من بين العديد من البدائل . نستخدم مصطلح «اختيار choice" لتمثيل البدائل أو الخيارات التي تواجه الفرد . سيوضح سياق المشكلة المصطلح الذي يدور في ذهننا .

نموذج MRM الوصفي للبيانات المحددة حسب الفرد أو حسب من يقوم بالاختيار

Nominal MRM for chooser or individual-specific data

في هذا النموذج ، تعتمد الاختيارات على خصائص من يقوم بالاختيار ، مثل العمر والدخل والتعليم والدين وعوامل مشابهة . على سبيل المثال ، في الخيارات التعليمية ، مثل التعليم الثانوي ، والتعليم الجامعي لمدة عامين ، والتعليم الجامعي لمدة أربع سنوات ، وكلية الدراسات العليا ، والعمر ، ودخل الأسرة ، والدين ، وتعليم الأهل هي بعض المتغيرات التي ستؤثر على الاختيار . هذه المتغيرات محددة حسب من يقوم بالاختيار .

عادة ما يتم تقدير هذه الأنواع من النماذج بواسطة logit متعدد الحدود (MLM) أو نماذج probit متعددة الحدود (MPM) .[1] السؤال الأساسي الذي تجيب عليه هذه النماذج هو : كيف تؤثر خصائص من يقومون بالاختيار في اختيار بديل معين من بين مجموعة من البدائل؟ ولذلك ، فإن MLM تكون مناسبة عندما تختلف المتغيرات المستقلة بين الأفراد .

MRM الوصفي للبيانات المحددة حسب الاختيار

Nominal MRM for choice-specific data

لنفترض أن علينا الاختيار من بين أربعة أنواع للكسارات cracker :

Private label ، وSunshine ، و Keebler ، و Nabisco . لدينا بيانات عن أسعار هذه الكسارات ، والعروض التي تستخدمها هذه العلامات التجارية والسمات الخاصة المستخدمة من قبل هذه العلامات التجارية . وبعبارة أخرى ، لدينا خصائص محددة حسب الاختيار . ومع ذلك ، في هذا النموذج ، ليس لدينا خصائص محددة حسب الفرد . عادة ما يتم تقدير هذه النماذج من خلال نماذج logit الشرطي **conditional logit (CLM)** أو **probit** الشرطي **conditional probit (CPM)** . الأسئلة الرئيسية التي تجيب عليها مثل هذه النماذج هي : كيف تؤثر خصائص أو سمات البدائل المختلفة على اختيار الأفراد بينهم؟ على سبيل المثال ، هل يشتري الأشخاص سيارات استنادًا إلى سمات ، مثل اللون والشكل الإعلان التجاري ، والسمات الترويجية؟ لذلك ، فإن نموذج logit الشرطي أونموذج **probit** الشرطي يكون مناسبا عندما تختلف المتغيرات المستقلة بين البدائل .

الفرق بين MLM و CLM تم تلخيصه بشكل جيد من قبل Powers و Xie على النحو التالي :[2]

في نموذج logit المعياري متعدد الحدود ، تكون المتغيرات التفسيرية ثابتة مع فئات النتائج ، لكن معاملاتها تختلف مع النتائج . في نموذج logit الشرطي ،

(1) بسبب تعقيدها الرياضي المقارن ، في الممارسة MLM أكثر استخداما من MPM . لذلك ، سوف نحصر مناقشتنا إلى حد كبير في MLM .

(2) انظر :

Daniel A. Powers and Yu Xie, *Statistical Methods for Categorical Data Analysis*, 2d ed., Emerald Publishers, UK, 2008, p. 256.

المتغيرات التفسيرية تختلف حسب النتائج وكذلك حسب الفرد ، في حين يفترض أن المعلمات ثابتة على جميع فئات النتائج .

نموذج MRM المختلط

هنا لدينا بيانات حول كل من الخصائص المحددة حسب من يقوم بالاختيار والمحددة حسب االاختيار . يمكن أيضا أن يتم تقدير هذه النماذج من خلال نموذج logit الشرطي عن طريق إضافة متغيرات وهمية مناسبة . على سبيل المثال ، في اختيار السيارات ، قد تؤثر سمات السيارات وكذلك دخل وعمر الأفراد على اختيارهم للسيارة .

وحيث إن موضوع النماذج متعددة الاختيارات واسعًا ، فسندرس فقط الأساسيات الخاصة بـ MLM و CLM و MXL (نموذج logit مختلط) وإحالة القارئ إلى مراجع لمناقشة إضافية لهذه النماذج .[1]

9.2 نموذج logit متعدد الحدود (MLM): اختيار المدرسة

لتوضيح نموذج MLM ، ندرس مثالا عن اختيار المدرسة . تتألف البيانات من 1,000 خريج من خريجي المدارس الثانوية الذين يواجهون ثلاثة خيارات : عدم الالتحاق بكلية ، وكلية مدتها سنتان ، وكلية مدتها 4 سنوات ، وهي اختيارات نرمز لها بأنها 1 ، 2 ، و 3 .[2] لاحظ أننا نعاملها كمتغيرات وصفية على الرغم من أنه كان بإمكاننا التعامل معها كمتغيرات ترتيبية . انظر جدول [9.1] على الموقع الالكتروني المرفق .

كيف يمكن لخريج مدرسة ثانوية أن يقرر من بين هذه الخيارات؟ بديهيا ، يمكننا القول أن الاختيار سيعتمد على مدى الرضا (أو المنفعة في لغة الخبير الاقتصادي) الذي يحصل عليه الطالب من التعليم العالي . سيختار الطالب البديل الذي يعطيه أكبر قدر

(1) لمناقشة شاملة مع العديد من الأمثلة ، انظر
J. Scott Long and Jeremy Freese, *Regression Models for Categorical Dependent Variables Using Stata*, Stata Press, 2nd edn, Stata Corporation LP,College Station, Texas and William H. Greene, *Econometric Analysis*, 6th ed., Pearson/Prentice-Hall, New Jersey, 2008, Ch. 23.

(2) البيانات مأخوذة في الأصل من
National Education Longitudinal Study of 1988 and are reproduced in R. Carter Hill, William E. Griffiths, and Guay C. Lim, *Principles of Econometrics*, 3rd edn, John Wiley&Sons, New York, 2008.

ممكن من الرضا . وبالتالي ، سيكون لهذا الخيار أعلى درجة من إحتمال الاختيار .

وللاطلاع على كيفية القيام بذلك ، بوضع

$Y_{ij} = 1$ ، إذا اختار الفرد i الخيار j (j = 1 ، 2 ، 3 في الحالة الحالية)

= 0 ، بخلاف ذلك . أبعد من ذلك ، ضع

$$\pi_{ij} = \Pr(Y_{ij} = 1)$$

حيث تشير Pr إلى الاحتمال .

لذلك ، تمثل $\pi_{i1}, \pi_{i2}, \pi_{i3}$ احتمالات اختيار الفرد i البديل 1 أو 2 أو 3 ، على التوالي – أي بدائل عدم الالتحاق بكلية ، وكلية لمدة سنتين وكلية لمدة 4 سنوات . إذا كانت هذه هي البدائل الوحيدة التي يواجهها الفرد ، فمن الواضح أن ،

$$\pi_{i1} + \pi_{i2} + \pi_{i3} = 1 \qquad (9.1)$$

هذا لأن مجموع احتمالات الأحداث المتنافية والشاملة يجب أن يكون 1 . سوف نطلق على π_s احتمالات الاستجابة .

هذا يعني أنه في مثالنا إذا حددنا أي احتمالين ، يتم تحديد الثالث بشكل تلقائي . بمعنى آخر ، لا يمكننا تقدير الاحتمالات الثلاثة بشكل مستقل .

الان ما هي العوامل أو المتغيرات التي تحدد احتمال اختيار خيار معين؟ في مثال اختيار المدرسة لدينا معلومات عن المتغيرات التالية :

X_2 = *hscath* = 1 إذا تخرج من المدرسة الكاثوليكية ، 0 بخلاف ذلك .

X_3 = *grades* = متوسط درجة الرياضيات ، اللغة الإنجليزية ، والدراسات الاجتماعية على مقياس درجات من 13 نقطة ، مع 1 لأعلى درجة و 13 لأدنى درجة . لذلك ، تدل أعلى نقطة من نقاط الدرجات على الأداء الأكاديمي الضعيف .

X_4 = *Faminc* = إجمالي دخل الأسرة في عام 1991 بآلاف الدولارات

X_5 = *Famsiz* = عدد أفراد الأسرة

X_6 = *parcoll* = 1 إذا كان الوالد الأكثر تعليماً متخرج من الكلية أو كان لديه درجة متقدمة .

$X_7 = 1$ إذا كانت أنثى

$X_8 = 1$ إذا كان أسود

سوف نستخدم X_1 لتمثيل القاطع .

لاحظ أن بعض المتغيرات هي متغيرات نوعية أو وهمية (X_8 . X_7 . X_6 . X_2) وبعضها كمي (X_5 . X_4 . X_3) . لاحظ أيضًا أنه سيكون هناك بعض العوامل العشوائية التي ستؤثر أيضًا على الاختيار ، وسيتم الإشارة إلى هذه العوامل العشوائية بحد الخطأ في تقدير النموذج .

عن طريق تعميم نموذج logit ثنائي المتغيرات الذي تمت مناقشته في فصل 8 ، يمكننا كتابة نموذج logit متعدد الحدود (MLM) كما يلي :

$$\pi_{ij} = \frac{e^{\alpha_j+\beta_j X_i}}{\sum_{j=1}^{3} e^{\alpha_j+\beta_j X_i}} \qquad (9.2)$$

لاحظ أننا وضعنا الدليل السفلي j على القاطع ومعامل الانحدار لتذكيرنا بأن قيم هذه المعاملات يمكن أن تختلف من خيار إلى آخر . وبعبارة أخرى ، خريج المدرسة الثانوية الذي لا يرغب في الذهاب إلى الكلية سيضيف وزنا مختلفا لكل متغير تفسيري من المتخرج من المدرسة الثانوية الذي يريد الذهاب إلى كلية مدتها سنتان أو كلية لمدة أربع سنوات . وبالمثل ، خريج المدرسة الثانوية الذي يرغب في الذهاب إلى كلية مدتها سنتان ولكن ليس إلى كلية مدتها 4 سنوات سيضيف أوزانا مختلفة (أو أهمية إذا رغبت في ذلك) إلى المتغيرات التفسيرية المختلفة .

كذلك ، ضع في اعتبارك أنه إذا كان لدينا أكثر من متغير تفسيري واحد في النموذج ، سوف يمثل X متجهًا للمتغيرات ، ثم يكون β بعد ذلك متجهًا للمعاملات . لذلك ، إذا قررنا إدراج المتغيرات التفسيرية السبعة المذكورة أعلاه ، فسوف يكون لدينا سبعة معاملات ميل وقد تختلف معاملات الميل هذه من اختيار إلى اختيار . وبعبارة أخرى ، الاحتمالات الثلاثة المقدرة من معادلة (9.2) قد يكون لها معاملات مختلفة للمتغيرات المستقلة . في الواقع، نحن نقدر ثلاثة انحدارات .

كما لاحظنا من قبل ، لا يمكننا تقدير جميع الاحتمالات الثلاثة بشكل مستقل . الممارسة الشائعة في MLM هو اختيار فئة أو أحد الاختيارات كفئة أساس أو مرجع أو

مقارنة ووضع قيم معاملها صفر . وبالتالي إذا اخترنا الفئة الأولى (عدم الالتحاق بكلية) ووضعنا $\alpha_1 = 0$ و $\beta_1 = 0$ نحصل على التقديرات التالية لاحتمالات الخيارات الثلاثة :

$$\pi_{i1} = \frac{1}{1+e^{\alpha_2+\beta_2 X_i}+e^{\alpha_3+\beta_3 X_i}} \qquad (9.3)$$

$$\pi_{i2} = \frac{e^{\alpha_2+\beta_2 X_i}}{1+e^{\alpha_2+\beta_2 X_i}+e^{\alpha_3+\beta_3 X_i}} \qquad (9.4)$$

$$\pi_{i1} = \frac{e^{\alpha_3+\beta_3 X_i}}{1+e^{\alpha_2+\beta_2 X_i}+e^{\alpha_3+\beta_3 X_i}} \qquad (9.5)$$

تجدر الإشارة إلى أنه على الرغم من ظهور نفس المتغيرات المستقلة في كل صيغ الاحتمالات (الاستجابة) فليس بالضرورة أن تكون معاملاتها واحدة . مرة أخرى ، ضع في اعتبارك أنه إذا كان لدينا أكثر من متغير مستقل واحد ، فإن المتغيرات X تمثل متجهًا للمتغيرات ، وستمثل β متجهًا للمعاملات .

إذا جمعنا الاحتمالات الثلاثة المعطاة في معادلات (9.3) و(9.4) و(9.5) ستحصل على قيمة 1 ، كما ينبغي لأن لدينا ثلاثة اختيارات متنافية هنا . صيغ الاحتمال المعطاة في معادلات (9.3) و(9.4) و(9.5) ليست خطية تماما .

ولكن الآن نظر في المعادلات التالية :

$$\ln\left[\frac{\pi_{i2}}{\pi_{i1}}\right] = \alpha_2 + \beta_2 X_i \qquad (9.6)$$

$$\ln\left[\frac{\pi_{i3}}{\pi_{i1}}\right] = \alpha_3 + \beta_3 X_i \qquad (9.7)$$

$$\pi_{i1} = 1 - \pi_{i2} - \pi_{i3} \qquad (9.8)$$ [1]

المعادلتين (9.6) و(9.7) مألوفة لنا من نموذج logit ثنائي المتغيرات الذي تمت مناقشته في فصل 8 . أي أن logits هي دوال خطية للمتغير التفسيري . تذكر أن

(1) من معادلة (9.6) : $ln\pi_{i2} - ln\pi_{i1} = \alpha_2 + \beta_2 X_i$ ومن معادلة (9.7) $ln\pi_{i3} - ln\pi_{i1} = \alpha_3 + \beta_3 X_i$

لذلك

$$\ln(\pi_{i2} - \pi_{i3}) = (\alpha_2 - \alpha_3) + (\beta_2 - \beta_3)X_i - -\beta -_3)X_i$$

والذي يعطي لوغاريتم الأرجحية لاختيار الخيار 2 على الخيار 3.

logits هي ببساطة لوغاريتمات نسبة الأرجحية . والأرجحية تخبرنا عن مدى تفضيل البديل j على البديل l .

والسؤال الذي يطرح نفسه الآن هو : لماذا لا نقدر logits للمتغيرات الثنائية باستخدام التقنيات التي تعلمناها في فصل 8 ؟ هذا ليس إجراء موصى به لأسباب مختلفة . **أولاً** ، سوف يبنى كل logits للمتغيرات الثنائية على حجم عينة مختلف . لذا ، إذا قمنا بتقدير (9.6) ، فسيتم إسقاط المشاهدات الخاصة بالاختيار الثالث من اختيارات الكلية . وبالمثل ، إذا قمنا بتقدير (9.7) ، فسيتم إسقاط المشاهدات الخاصة بالاختيار الثاني . **ثانياً** ، لا يضمن التقدير الفردي لـ logits للمتغيرات الثنائية بالضرورة أن الاحتمالات المقدرة الثلاثة سيكون مجموعها مساويا الواحد ، كما ينبغي . **ثالثا** ، تكون الأخطاء المعيارية للمعاملات المقدرة أصغر عمومًا إذا تم تقدير كل logits معًا كما لو كنا نقدر كل logit بشكل مستقل .

ولهذا السبب يتم تقدير النماذج (9.6) و(9.7) آنيا من خلال طريقة الامكان الأعظم (ML) . في مثالنا ، نعرض أولاً تقديرات (ML) التي تم الحصول عليها من *Stata* (جدول [9.2]) ثم نناقش النتائج .

في البداية لاحظنا أننا اخترنا psechoice = 1 (عدم الالتحاق بكلية) كفئة أساس ، على الرغم من أنه يمكن اختيار أي فئة كفئة أساس . إذا اخترنا أساس آخر ، فسيتم تغيير المعاملات المذكورة أعلاه . **ولكن بغض النظر عن اختيار فئة الأساس ، فإن الاحتمالات المقدرة للاختيارات الثلاثة ستبقى كما هي .**

وسيتم تفسير المعاملات الواردة في الجدول أعلاه بناء على الفئة المرجعية ، 1 في المثال الحالي .

جدول [9.2] نموذج لوجيستي متعدد الحدود لاختيار الكلية

Multinomial logistic regression

Number of obs = 1000
LR chi2 (14) = 377.82
Prob > chi2 = 0.0000
Pseudo R2 = 0.1855

Log likelihood = −829.74657

	psechoice	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
2							
	hscath	-.9250111	7103556	−0.00	1.000	−1.39e+07	1.39e+07
	grades	−.2995178	.0558307	−5.36	0.000	−.4089439	−.1900917
	faminc	.0098115	.0041953	2.34	0.019	.0015888	.0180342
	famsiz	−.0971092	.0726264	−1.34	0.181	−.2394543	.045236
	parcoll	.5264485	.2899096	1.82	0.069	−.0417638	1.094661
	female	.1415074	.1961643	0.72	0.471	−.2429676	.5259824
	black	.5559303	.4296774	1.29	0.196	−.286222	1.398083
	_cons	2.268905	.5782357	3.92	0.000	1.135484	3.402126
3							
	hscath	31.86893	5023750	0.00	1.000	−9846337	9846400
	grades	−.6983134	.0574492	−12.16	0.000	−.8109118	−.5857151
	faminc	.0148592	.0041223	3.60	0.000	.0067797	.0229387
	famsiz	−.0665881	.0720734	−0.92	0.356	−.2078494	.0746732
	parcoll	1.024194	.2773905	3.69	0.000	.4805189	1.56787
	female	−.0575686	.1964295	−0.29	0.769	−.4425633	.3274262
	black	1.495133	.4170371	3.59	0.000	.6777555	2.312511
	_cons	5.008016	.5671225	8.83	0.000	3.896476	6.119556

(psechoice==1 is the base outcome)

تنقسم مخرجات *Stata* إلى لوحتين : أول لوحة تعطي قيم معاملات مختلفة من اختيار الكلية 2 (كلية 2 سنة) بالنسبة لاختيار الكلية 1 (عدم الالتحاق بكلية) . بمعنى أنه يعطي تقديرات logit لمعادلة (9.6) واللوحة الثانية من الجدول تعطي معلومات مماثلة لاختيار الكلية 3 (كلية 4 سنوات) بالنسبة لاختيار 1 (عدم الالتحاق بكلية) . بمعنى ، فإنه يعطي تقديرات logit لمعادلة (9.7) .

قبل أن نفسر هذه النتائج ، دعونا نلقي نظرة على المعنوية الإحصائية للمعاملات المقدرة . نظرًا لأن حجم العينة كبير جدًا ، نستخدم z (طبيعي معياري) بدلاً من الإحصاء t لاختبار المعنوية الإحصائية .[1] يعطي الجدول أعلاه قيم z بالإضافة إلى قيم p (مستوى المعنوية الدقيق) لهذه القيم من z . في اللوحة 1 ، الدرجات ، دخل الأسرة ، وتعليم الأبوين وفي اللوحة 2 الدرجات ، دخل الأسرة ، تعليم الأبوين ، وأسود اللون متغيرات ذات معنوية إحصائية .

في الانحدارات المتعددة نستخدم R^2 كمقياس لجودة توفيق النموذج المختار . تقع قيمة R^2 بين 0 و 1 . وكلما اقتربت R^2 من 1 ، كلما كان توفيق النموذج أفضل . لكن R^2 المعتاد لا يعمل بشكل جيد مع MLM.[2] ومع ذلك ، تم تطوير مقياس R^2 الزائف بواسطة McFadden ، والذي يعرف بأنه :

$$pseudo\ R^2 = 1 - \frac{\ln L_{fit}}{\ln L_0} \qquad (9.9)$$

حيث L_{fit} = نسبة الامكان للنموذج الموفق و L_0 = نسبة الامكان للنموذج بدون أي متغيرات تفسيرية . على سبيل المثال ، لدينا R^2 الزائف حوالي 0.1855 .

بدلا من R^2 الزائف يمكننا استخدام اختبار نسبة الامكان ، والتي تحسب عموما عندما نستخدم طريقة ML . تحت فرض العدم أن كل معاملات الميل ليست معنوية ، تتبع LR المحسوبة توزيع مربع كاي (χ^2) مع df مساوياً للعدد الإجمالي لمعاملات الميل المقدرة ، 14 في الحالة الحالية . إن LR المقدرة بحوالي 377 ذات معنوية عالية ، حيث أن قيمة p لها هي صفر عمليا . يشير هذا إلى أن النموذج الذي اخترناه يعطي توفيقًا جيدًا ، على الرغم من أن ليست كل معاملات الميل معنوية .

كيف نفسر النتائج الواردة في الجدول السابق؟ هناك طرق مختلفة لتفسير هذه النتائج ، موضحة أدناه .

التفسير بمصطلحات الأرجحية Interpretation in terms of odds

خذ على سبيل المثال ، معادلة(9.6) ، والتي تعطي لوغاريتم الأرجحية (أي logit) لصالح اختيار الكلية 2 على اختيار الكلية 1 ، أي ، كلية لمدة سنتين على عدم الالتحاق بأي كلية . يدل معامل المتغير المستقل الموجب على أرجحيات متزايدة للاختيار 2 على

(1) تذكر أنه مع زيادة حجم العينة إلى ما لانهاية يقترب توزيع t من التوزيع الطبيعي المعياري .

(2) ينطبق هذا بشكل عام على جميع نماذج الانحدار غير الخطية (في المعلمات) .

الاختيار 1 ، مع الإبقاء على جميع المتغيرات المستقلة الأخرى ثابتة . وبالمثل ، يدل المعامل السالب للمتغير المستقل على أن الارجحيات لصالح عدم الالتحاق بكلية أكبر من كلية لمدة عامين . وهكذا ، من لوحة 1 من جدول [9.2] ، نلاحظ أنه إذا زاد دخل الأسرة ، فإن ارجحية الذهاب إلى كلية لمدة سنتين تزيد مقارنة باختيار عدم الالتحاق بكلية ، مع الاحتفاظ بكافة المتغيرات الأخرى ثابتة . وبالمثل ، يشير المعامل السالب لمتغير الدرجات إلى أن الارجحيات لصالح عدم الالتحاق بكلية أكبر من الكلية لمدة سنتين ، مرة أخرى الإبقاء على جميع المتغيرات الأخرى ثابتة (تذكر كيف يتم ترميز متغير الدرجات في هذا المثال) ينطبق تفسير مماثل على ثاني لوحة من جدول [9.2] .

لكي نكون واقعيين ، سنفسر معامل متوسط نقاط الدرجات . مع الابقاء على المتغيرات الأخرى ثابتة ، إذا زاد متوسط نقاط الدرجات بوحدة واحدة ، فإن لوغاريتم فرصة تفضيل كلية مدتها سنتان على عدم الالتحاق بكلية تنخفض بنحو 0.2995 . بعبارة أخرى ، يعطي 0.2995 – التغيير في $\ln(\pi_{2i}/(\pi_{1i})$ عندما يتغير متوسط الدرجة بمقدار وحدة واحدة . لذلك ، إذا أخذنا اللوغاريتم العكسي ل $\ln(\pi_{2i}/(\pi_{1i})$ ، فإننا نحصل على :

$$\pi_{2i}/\pi_{1i} = e^{-0.2995} = 0.7412.$$

أي أن الارجحيات المؤيدة لاختيار كلية لمدة سنتين على عدم الالتحاق بكلية تبلغ فقط 74% . قد تبدو هذه النتيجة غير منطقية ، لكن تذكر أن أعلى درجة على مقياس مكون من 13 نقطة تعني ضعف الأداء الأكاديمي . بالمناسبة ، تعرف أيضا الأرجحية بنسب المخاطر النسبية **relative risk ratios (LRR)** .

التفسير بمصطلحات الاحتمالات

Interpretation in terms of probabilities

عندما يتم تقدير المعلمات ، يمكن للمرء أن يحسب الاحتمالات الثلاثة المبينة في معادلات (9.3) و(9.4) و(9.5) ، وهو الهدف الرئيسي من MLM . نظرًا لأن لدينا 1,000 مشاهدة و7 متغيرات مستقلة ، سيكون من الصعب تقدير هذه الاحتمالات لجميع الأفراد . ومع ذلك ، باستخدام الأمر المناسب ، يمكن أن يحسب *Stata* هذه الاحتمالات . ولكن يمكن التقليل من هذه المهمة إذا قمنا بحساب الاحتمالات الثلاثة عند القيم المتوسطة للمتغيرات الثمانية . يتم إعطاء الاحتمالات المقدرة لـ 1,000 شخص في جدول البيانات .

للتوضيح ، بالنسبة للفرد #10 ، رجل أبيض لم يكن والداه حاصلين على درجات علمية متقدمة ولم يذهب إلى مدرسة كاثوليكية ، كان متوسط درجته 6.44 ، دخل الأسرة هو 42.5 ، وحجم الأسرة 6 أفراد ، كانت احتمالاته في اختيار الخيار 1 (عدم الالتحاق بكلية) ، أو الخيار 2 (كلية 2 سنة) أو الخيار 3 (كلية 4 سنوات) ، على التوالي ، 0.2773، 0.2329 و0.4897 . حاصل جمع هذه الاحتمالات يساوي 0.9999 أو 1 تقريبًا بسبب أخطاء التقريب . وهكذا ، فإن الاحتمال الأكبر بالنسبة لهذا الفرد كان حوالي 0.49 (أي كلية لمدة 4 سنوات) . وقد اختار هذا الفرد بالفعل الذهاب إلى كلية مدتها 4 سنوات .

بالطبع ، ليس الحال دائما أن تتطابق الاحتمالات المقدرة مع الخيارات التي أدلى بها الأفراد بالفعل . في العديد من الحالات ، كان الاختيار الفعلي مختلفًا عن الاحتمال المقدر لهذا الاختيار . هذا هو السبب في أنه من الأفضل حساب احتمالات الاختيار عند القيم المتوسطة للمتغيرات . نترك الأمر للقارئ لحساب هذه الاحتمالات .[1]

التأثيرات الحدية على الاحتمال Marginal effects on probability

يمكننا معرفة تأثير التغير بمقدار وحدة واحدة في قيمة المتغير المستقل على احتمال الاختيار ، مع الحفاظ على جميع قيم المتغيرات المستقلة الأخرى ثابتة . أي أننا يمكن أن نحسب $\partial\pi_{ij}/\partial X_{ik}$ ، وهو المشتقة الجزئية لـ π_{ij} فيما يتعلق بالمتغير التفسيري رقم kth . ومع ذلك ، فإن حسابات التأثيرات الحدية معقدة . ليس ذلك فحسب ، قد يكون التأثير الحدي لـ X_k على احتمال الاختيار له إشارة مختلفة عن إشارة معامل X_k يحدث هذا لأنه في MLM يتم إدراج كل المعلمات (ليس فقط معامل X_k) في حساب التأثير الحدي لـ X_k على احتمال الاختيار .[2]

ولهذا السبب فمن الأفضل عمليا التركيز على نسب الأرجحية أو نسب المخاطر النسبية .

(1) إن القيم المتوسطة للمتغيرات التفسيرية لـ 1,000 مشاهدة هي كالتالي :
اختيار الكلية 2.305 ، اختيار المدرسة الكاثوليكية 0.019 ، الدرجة 6.53039 ، دخل الأسرة 51.3935 ، حجم الأسرة 4.206 ، التعليم العالي للوالدين 0.308 ، أنثى 0.496 ، أسود 0.056 ، اختيار الكلية1 : 0.222 ، اختيار الكلية2 :0.251 ، واختيار الكلية3 : 0.527 .

(2) يمكن ملاحظة ذلك من الصيغة التالية :

$$\partial\pi_{ij}/\partial X_{ij} = \pi_{ij}(\beta_j - \sum_{j-2}^{J}\pi_{ij}\beta_j)$$

كلمة تحذير في استخدام MLM: استقلالية البدائل غير ذات الصلة (IIA)

A word of caution in the use of MLM: the independence of irrelevant alternatives (IIA)

الافتراض الحرج لـ IMM بأن حد الخطأ في تقدير π_{ij} ، احتمال اختيار الفرد i للبديل j ، مستقل عن حد الخطأ في تقدير π_{ik} ، احتمال الاختيار للفرد i للبديل k $(k \neq j)$. هذا يعني أن البدائل التي تواجه الفرد يجب أن تكون مختلفة بشكل كاف عن بعضها البعض . هذا هو المقصود بـ IIA . وبصورة مختلفة ، يتطلب IIA مقارنة البدائل j وk وتكون البدائل الأخرى غير ذات صلة .

وللاطلاع على كيفية انتهاك افتراض IIA ، يمكننا النظر في المفارقة التقليدية «الحافلة الحمراء ، الحافلة الزرقاء» . لنفترض أن المسافر لديه خياران : السفر بالسيارة أو السفر بالحافلة . احتمال الاختيار هنا هو 1/2 . لذلك ، فإن نسبة الاحتمالين هي 1 .

الآن ، لنفترض أن هناك خدمة حافلات أخرى مشابهة في جميع السمات ، مطلية باللون الأحمر في حين أن الحافلة السابقة كانت مطلية باللون الأزرق . في هذه الحالة ، يتوقع المرء أن يكون احتمال الاختيار 1/3 لكل وسيلة من وسائل النقل . في الممارسة العملية ، على الرغم من ذلك ، قد لا يهتم المسافرون ما إذا كانت الحافلة حمراء أو زرقاء . لا يزال احتمال الاختيار للسيارة يساوي 1/2 ، ولكن احتمال اختيار كل حافلة هو 1/4 . نتيجة لذلك ، نسبة احتمال الاختيار للسيارة وخدمة الحافلات هي 2 بدلاً من 1 . ومن الواضح أن افتراض IIA قد انتهك لأن بعض الخيارات ليست مستقلة ، كما هو مطلوب من قبل IIA .

الهدف من هذا المثال هو أن نماذج MLM لا ينبغي الأخذ بها إذا كانت البدائل هي بدائل قريبة من بعضها .[1]

9.3 نموذج logit الشرطي (CLM) (CLM) Conditional logit model

كما ذكرنا سابقًا ، يكون MLM مناسبا عندما تتنوع المتغيرات المستقلة بين الأفراد و CLM يكون مناسبًا عندما تتنوع المتغيرات المستقلة بين الخيارات . في CLM لا يمكن أن

(1) طور Hausman وMcFadden اختبارًا للفروض IIA ، لكن (Long and Freese, *op cit.*, (p. 244 ، لا يشجعان هذا الاختبار . يمكن أن نسمح بالارتباط في حدود الخطأ لاحتمالات الاختيار عن طريق الأخذ في الاعتبار نموذج probit متعدد الحدود . ولكن لأنه معقد ، في الواقع يفضل الباحثون MLM

يكون لدينا متغيرات مستقلة تختلف باختلاف الأفراد .[1] بديهيا ، يمكننا أن نرى لماذا . لنفترض أننا يجب أن نختار بين أربعة بدائل للنقل للعمل ، مثلا ، السيارة ، القطار ، الأوتوبيس النهري ، والدراجة ، كل منها له خصائصه الخاصة . إذا أردنا أيضًا إدراج خصائص الفرد ، مثل الدخل مثلاً ، فلن يكون من الممكن تقدير معامل الدخل لأن قيمة الدخل لذلك الفرد ستبقى هي نفسها بالنسبة لجميع وسائل النقل الأربعة .

لتقدير CLM ، نقوم بإعادة كتابة (9.2) على النحو التالي :

$$\pi_{ij} = \frac{e^{\alpha+\beta X_{ij}}}{\sum_{m=1}^{m=J} e^{\alpha+\beta X_{im}}} \qquad (9.10)$$

حيث π_{ij} هو الاحتمال المرتبط بالاختيار أو البديل jth .

لاحظ الفرق الحاسم بين المعادلات (9.2) و (9.10) : في المعادلة (9.2) α و β تختلف من اختيار إلى اختيار ، ومن ثم نضع الدليل السفلي j عليها ، في حين في معادلة (9.10) لا يوجد دليل سفلي عليها . وهذا معناه أنه في المعادلة (9.10) يوجد ثابت وحيد ومعامل ميل وحيد (أو متجه معاملات ميل إذا كان هناك أكثر من متغير مستقل واحد) . فرق آخر بين MLM و CLM هو أن المتغيرات المستقلة لها رمزين في الدليل السفلي (i و j) في CLM ، في حين أنه في MLM يوجد دليل سفلي واحد فقط (i) . في MLM ، يختلف الدليل السفلي (i) من شخص لآخر (على سبيل المثال ، متغير الدخل في نموذج اختيار الكلية) ، ولكنه يبقى كما هو عبر البدائل . في CLM ، من ناحية أخرى ، يختلف الدليل السفلي j للفرد عبر البدائل .

مثل MLM ، يتم تقدير CLM بطريقة الإمكان الأعظم . كما هو الحال في MLM ، لسهولة التفسير ، يمكن التعبير عن CLM بصيغة logit على النحو التالي :

$$\log\left[\frac{\pi_{ij}}{\pi_{ik}}\right] = (X_{ij} - X_{ik})'\beta \qquad (9.11)$$

تنص هذه المعادلة على أن لوغاريتم الأرجحية بين البدائل j و k تتناسب مع الفرق بين قيم المستقصى منهم على المتغيرات المستقلة ، والفرق يكون مرجحا بمعامل الانحدار المقدر أو المعاملات المقدرة إذا كان هناك أكثر من متغير مستقل واحد . في هذه الحالة سوف يمثل β متجها للمعاملات .

(1) ولكن إذا نظرنا إلى MLM المختلطة (MXL) ، يمكننا أن نسمح للخاصية الفردية عن طريق استخدام المتغيرات الوهمية المناسبة ، كما هو موضح في الجزء 9.4 .

قبل المضي قدما ، سنعرض مثالا واقعيا .

اختيار وسيلة السفر

المشكلة الشائعة التي يواجهها المسافر هي تحديد وسائل النقل . تمت دراسة هذه المشكلة من قبل Greene و Hensher ، من بين آخرين .[1] وتتألف البيانات هنا من 840 مشاهدة على 4 وسائل سفر لـ 210 فردًا . المتغيرات المستخدمة في التحليل كما يلي :

Mode = الاختيار : طيران ، قطار ، حافلة أو سيارة

Time = وقت الانتظار في المحطة ، صفر للسيارة

Invc = تكلفة وسيلة النقل

Invt = زمن السفر بوسيلة النقل

GC = مقياس التكلفة العام[2]

Hinc = دخل رب الأسرة

Psize = حجم الازدحام في الوسيلة التي تم اختيارها

انظر جدول [9.3] على الموقع الالكتروني المرفق .

المتغيرات Time ، و invc ، و invt ، و GC هي متغيرات محددة حسب الاختيار ، لأنها تختلف بين الاختيارات . Hinc و Psize هي متغيرات محددة حسب الأفراد لا يمكن إدراجها في CLM لأن قيمها تبقى نفسها عبر وسائل النقل . بالطبع ، إذا اعتبرنا النموذج المختلط ، فيمكننا أن ندرج هل من المتغيرات المحددة حسب الاختيار وحسب الأفراد .

سوف ندرس أولا CLM الذي يتضمن فقط المتغيرات الخاصة بالاختيار . في حالة MLM ، نستخدم طريقة الإمكان الأعظم لتقدير CLM . في MLM ، نقدر أيضا

(1) لمناقشة هذه الدراسة والبيانات ، راجع
http://pages.stern.nyu.edu/~wgreene/Text/econometric analysis.htm.

(2) هذا يساوي مجموع Invc و Invt و تكلفة الفرصة البديلة لوقت الفرد .

هذا النموذج ، مع التعامل مع وسيلة واحدة للنقل كخيار مرجعي .[1] نستخدم السيارة كخيار مرجعي وندرس الخيارات الأخرى بالنسبة للسيارة .

باستخدام أمر clogit في *Stata* 10 ، حصلنا على النتائج الموضحة في جدول [9.4] . قبل تفسير هذه النتائج ، لاحظ أن جميع المعاملات المقدرة ذات معنوية عالية ، لأن قيم p الخاصة بها هي صفر عمليا . إحصاء نسبة الإمكان حوالي 213 هي أيضا ذات معنوية كبيرة . إذا أردنا اختبار أن جميع معاملات الميل تساوي في نفس الوقت الصفر ، يمكننا رفض هذا الفرض بشكل ساحق .

جدول [9.4] نموذج logit الشرطي لوسيلة السفر

Conditional (fixed-effects) logistic regression

Number of obs = 840
LR chi2(7) = 213.23
Prob > chi2 = 0.0000
Pseudo R2 = 0.3662

Log likelihood = - 184.50669

choice	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
termtime	-.1036495	.0109381	-9.48	0.000	-.1250879	-.0822112
invehiclec~t	-.0849318	.0193825	-4.38	0.000	-.1229208	-.0469428
traveltime	-.0133322	.002517	-5.30	0.000	-.0182654	-.008399
travelcost	.0692954	.0174331	3.97	0.000	.0351272	.1034635
air	5.204743	.9052131	5.75	0.000	3.430558	6.978928
train	4.360605	.5106654	8.54	0.000	3.359719	5.36149
bus	3.763234	.5062595	7.43	0.000	2.770984	4.755485

إن المعاملات السالبة للحدود time و invect و traveltime تكون منطقية من الناحية الاقتصادية . إذا كانت على سبيل المثال وسيلة السفر تتطلب وقت انتظار أطول في المحطة من السفر بالسيارة ، يميل الناس إلى اختيار وسيلة السفر التي لها وقتا اقل . وبالمثل ، إذا كان وقت السفر أكبر لوسيلة نقل ما من وقت السفر بالسيارة ، فمن غير المرجح اختيار وسيلة النقل هذه من قبل الفرد . كما أن الإشارة الموجبة لتكلفة السفر ،

(1) تذكر أن مجموع احتمالات وسائل السفر الأربعة يجب أن يكون 1 . وبالتالي ، لا يمكننا تقدير كل الاحتمالات بشكل مستقل . بمجرد أن نقدر احتمالات ثلاثة طرق للسفر (أي ثلاثة ستؤدي الغرض) ، يتم تحديد احتمال الطريقة الرابعة تلقائيا .

والتي تتضمن تكلفة الفرصة البديلة ، منطقية أيضًا في أن الأشخاص سيختارون وسيلة النقل هذه التي تقل تكلفة الفرصة البديلة لها عن السيارة .

إن الطيران ، والقطار ، والحافلة في جدول [9.4] هي ثوابت محددة حسب الخيارات .

الطريقة الأخرى للنظر في النتائج المعروضة في الجدول السابق هي من حيث نسب الأرجحية ، الموضحة في جدول [9.5] .

جدول [9.5] نموذج logit الشرطي لوسيلة السفر: نسب الأرجحية

Conditional (fixed-effects) logistic regression

Number of obs = 840
LR chi2(7) = 213.23
Prob > chi2 = 0.0000
Pseudo R2 = 0.3662

Log likelihood = -184.50669

choice	Odds Ratio	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
termtime	.9015412	.0098612	-9.48	0.000	.8824193	.9210774
invehiclec~t	.9185749	.0178043	-4.38	0.000	.8843337	.954142
traveltime	.9867563	.0024837	-5.30	0.000	.9819004	.9916362
travelcost	1.071753	.0186839	3.97	0.000	1.035751	1.109005
air	182.134	164.8701	5.75	0.000	30.89387	1073.767
train	78.30446	39.98738	8.54	0.000	28.78109	213.0422
bus	43.08757	21.81349	7.43	0.000	15.97435	116.22

تفسير نسب الأرجحية يكون على النحو التالي . خذ على سبيل المثال ، قيمة 0.99 = من وقت السفر. بالنسبة لأية وسيلة نقل ، زيادة وقت السفر بمقدار دقيقة واحدة يقلل من ارجحية استخدام هذ الوسيلة بعامل قدره 0.98 أو 2% ، بالإبقاء على وسائل النقل الأخرى ثابتة . وبالمثل ، في حالة أي وسيلة من وسائل النقل ، بالإبقاء على وسائل النقل الأخرى ثابتة ، زيادة وقت الانتظار بالمحطة بمقدار دقيقة واحدة يقلل من ارجحية هذه الوسيلة بعامل قدره 0.90 = أو حوالي 10% .

الثوابت المحددة حسب البدائل أو القواطع ، عادة لا تهم إلا في حالة تقدير الاحتمالات . تشير القيم الموجبة ذات المعنوية العالية لهذه الثوابت إلى أن قيم الحدود الخاصة بالسفر عن طريق الجو ، القطار والحافلة تختلف عن قيم السفر بالسيارة .

يمكن استخدام أمر التنبؤ في *Stata* للتنبؤ باحتمالات كل بديل لكل فرد ، حيث

يكون مجموع الاحتمالات المتوقعة لكل فرد يساوي 1 . تذكر أن كل مسافر لديه خيار بين أربع وسائل نقل . على سبيل المثال ، احتمالات السفر عن طريق الجو أو القطار أو الحافلة أو السيارة للمسافر الأول في العينة هي : 0.06 ، 0.28 ، 0.12 و 0.54 ، على التوالي ، مجموع هذه الاحتمالات يبلغ 1 . تشير هذه الاحتمالات إلى أن هذا المسافر قد يختار السفر بالسيارة . في الواقع ، اختار السفر بالسيارة . بالطبع ، لن يكون هذا بالضرورة صحيحًا لجميع المسافرين الآخرين .

بالإضافة إلى نسبة الأرجحية ، يمكننا أيضًا حساب التأثير الحدي أو التزايدي للتغير في قيمة المتغير المستقل بوحدة واحدة على احتمالات الاختيار ، مع الاحتفاظ بجميع المتغيرات المستقلة الأخرى ثابتة . سوف تتذكر أنه في نموذج logit متعددة الحدود (MNL) تشارك جميع المعلمات (الميل) في تحديد التأثير الحدي للمتغير المستقل على احتمال اختيار البديل *mth* . في نموذج logit الشرطي (CLM) ، من ناحية أخرى ، إشارة B_m ، معامل المتغير المستقل *mth* ، هو علامة على التأثير الحدي لهذا المتغير المستقل على احتمال الاختيار . الحسابات الفعلية لهذه التأثيرات الحدية يمكن القيام بها باستخدام أمر asclogit من *Stata* ، الذي لن نعرضه هنا .

9.4 نموذج logit المختلط (MXL)

كما لوحظ ، في MLM نأخذ في الاعتبار السمات المحددة حسب المستقصى منه (وحدة المعاينة) فقط ، بينما في CLM نضع في الاعتبار السمات أو الخصائص المحددة حسب الاختيار فقط . ولكن MXL يمكننا تضمين كلا المجموعتين من الخصائص . في بيانات السفر التي نتناولها ، لدينا أيضًا معلومات عن دخل الأسرة (hinc) وحجم الازدحام (psize) ، وعدد الأشخاص الذين يسافرون معًا . هذه هي خصائص محددة حسب المستقصى منه . ولإدماجها في التحليل ، يتم تنفيذ MXL على النحو التالي :

تفاعل المتغيرات الخاصة بكل مستقصى منه مع وسائل النقل الثلاث ، الطيران ، والقطار ، والحافلات ، مع الأخذ في الاعتبار أن السيارة هي وسيلة النقل المرجعية . بعبارة أخرى ، تضرب المتغيرات الخاصة بالمستقصى منه وأنماط النقل الثلاثة على النحو التالي :

(air * hinc) و (train * hinc) و (bus * hinc) و (air * psize)

و (train * psize) و (bus * psize) .

جدول [9.6] نموذج logit المختلط الشرطي لوسيلة السفر

Iteration 0: log likelihood = –186.1019
Iteration 1: log likelihood = –172.82527
Iteration 2: log likelihood = –172.46893
Iteration 3: log likelihood = –172.46795
Iteration 4: log likelihood = –172.46795
Conditional (fixed-effects) logistic regression   Number of obs = 840
LR chi2(12) = 237.31
Prob > chi2 = 0.0000
Log likelihood = –172.46795   Pseudo R2 = 0.4076

choice	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
termtime	–.1011797	.0111423	–9.08	0.000	–.1230182	–.0793412
invehiclec~t	–.00867	.0078763	–1.10	0.271	–.0241073	.0067673
traveltime	–.0041307	.0008928	–4.63	0.000	–.0058806	–.0023808
air	6.03516	1.138187	5.30	0.000	3.804355	8.265965
train	5.573527	.7112915	7.84	0.000	4.179422	6.957633
bus	4.504675	.7957919	5.66	0.000	2.944952	6.064399
airXinc	.0074809	.0132027	0.57	0.571	–.0183959	.0333577
trainXinc	–.0592273	.0148923	–3.98	0.000	–.0884157	–.0300388
busXinc	–.0208984	.0163505	–1.28	0.201	–.0529448	.0111481
airXpartys	–.9224203	.2585064	–3.57	0.000	–1.429084	–.415757
trainXparty	.2162726	.233638	0.93	0.355	–.2416494	.6741945
busXparty	–.1479247	.3427697	–0.43	0.666	–.819741	.5238915

ثم استخدم الأمر clogit في *Stata* للحصول على جدول [9.6] . للمساعدة في تفسير هذه الأرقام ، سنحسب نسبة الأرجحية (جدول [9.7]) .

تبين نسبة الأرجحية لوقت الانتظار في المحطة ووقت المركبة ووقت السفر أن الزيادة في كل من هذه القيم بوحدة واحدة يقلل من جاذبية وسائل النقل مقارنة بالسفر بالسيارة . إذا نظرنا إلى نسبة الأرجحية لمتغيرات التفاعل ، فإننا نرى ، على سبيل المثال ، أن زيادة دخل الأسرة بمقدار وحدة واحدة ، تقلل من أرجحية السفر بالقطار بنحو : 5.75% [(1 – 0.94250) × 100] ، مع الإبقاء على جميع الأشياء الأخرى ثابتة .

وبالمثل ، إذا زاد حجم الازدحام بعضو واحد ، فإن احتمالات السفر عن طريق الطيران تنخفض بنسبة 60.25% ‏[100 × (0.3975 – 1)] تقريبًا ، مع ثبات العوامل الباقية .

نترك الأمر للقارئ لتفسير معامل الأرجحيات الأخرى .

جدول [9.7] نموذج logit المختلط الشرطي لوسيلة السفر: نسب الأرجحية

Conditional (fixed-effects) logistic regression
Number of obs = 840
LR chi2(12) = 237.31
Prob > chi2 = 0.0000
Pseudo R2 = 0.4076
Log likelihood = –172.46795

choice	Odds Ratio	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
termtime	.9037706	.0100701	–9.08	0.000	.8842476	.9237247
invehiclec~t	.9913675	.0078083	–1.10	0.271	.976181	1.00679
traveltime	.9958778	.0008891	–4.63	0.000	.9941366	.997622
air	417.8655	475.609	5.30	0.000	44.89628	3889.223
train	263.3614	187.3268	7.84	0.000	65.32806	1061.707
bus	90.43896	71.97059	5.66	0.000	19.00974	430.2639
airXinc	1.007509	.0133018	0.57	0.571	.9817723	1.03392
trainXinc	.9424926	.0140359	–3.98	0.000	.9153803	.9704078
busXinc	.9793185	.0160124	–1.28	0.201	.9484324	1.01121
airXpartys	.3975557	.1027707	–3.57	0.000	.2395283	.6598406
trainXparty	1.241441	.2900477	0.93	0.355	.7853314	1.962452
busXparty	.862496	.2956375	–0.43	0.666	.4405457	1.688586

9.5 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

درسنا في هذا الفصل ثلاثة نماذج logit ، متعدد الحدود (MNL) ، logit شرطي (CL) ، ونماذج logit مختلطة (MXL) . في مواجهة العديد من الخيارات في مجموعة متنوعة من الحالات ، تحاول هذه النماذج تقدير احتمالات الاختيار ، أي احتمالات اختيار أفضل بديل ، أفضل من حيث تعظيم المنفعة أو رضا صانع القرار .

في MLM تستند احتمالات الاختيار على الخصائص الفردية ، بينما في CLM تستند هذه الاحتمالات على خصائص محددة حسب الاختيار . في MXL نقوم بدمج كل من الخصائص الفردية والخصائص المحددة حسب الاختيار .

يتم تقدير جميع هذه النماذج من خلال طريقة الإمكان الأعظم ، لأن هذه النماذج تكون غير خطية للغاية .

بمجرد تقدير هذه النماذج ، يمكننا تفسير المعاملات الأولية نفسها أو تحويلها إلى نسب الأرجحية ، لأن هذه الأخيرة سهلة التفسير . يمكننا أيضًا تقييم المساهمة الحدية للمتغيرات المستقلة في احتمال الاختيار ، على الرغم من أن هذه الحسابات يمكن أن تكون في بعض الأحيان معقدة . ومع ذلك ، يمكن للحزم الإحصائية ، مثل *Stata* ، أن تحسب هذه التأثيرات الحدية بسهولة نسبية .

الغرض الرئيسي من مناقشة هذه الموضوعات في هذا الفصل هو تعريف المبتدئين بالمجال الواسع للنماذج متعددة الخيارات . يوضح المثال التوضيحي في هذا الفصل كيف يمكن للمرء التعامل مع هذه النماذج . بمجرد فهم الأساسيات ، يمكن للقارئ الانتقال إلى مواضيع أكثر تحديًا في هذا المجال من خلال الرجوع للمراجع .[1] لن يغطي نطاق هذا الكتاب الموضوعات الأكثر تقدمًا . ولكننا سنناقش موضوعًا آخر في هذا المجال ، وهو موضوع logit الترتيبي في الفصل التالي .

في النهاية ، يكون التحذير أمرًا جيدًا . تستند النماذج التي تمت مناقشتها في هذا الفصل إلى افتراض IIA ، استقلالية البدائل غير ذات الصلة ، والتي قد لا تكون دائمًا قابلة للتطبيق في كل حالة من الناحية العملية . تذكر مثال "الحافلة الحمراء ، الحافلة الزرقاء" التي ناقشناها في وقت سابق . على الرغم من إمكانية استخدام الاختبارات من نوع Hausman لتقييم IIA ، إلا أنها لا تعمل دائمًا بشكل جيد في الممارسة العملية . ومع ذلك ، هناك أساليب بديلة للتعامل مع مشكلة IIA ، والتي نحيل بها القارئ إلى كتاب Long–Freese و Greene المذكورين في وقت سابق .

(1) أنظر :
Christiaan Heij, Paul de Boer, Philip Hans Franses, Teun Kloek and Herman K. van Dijk, *Econometrics Methods with Applications in Business and Economics*, Oxford University Press, Oxford, UK, 2004, Ch. 6;
A. Colin Cameron and Pravin K. Trivedi, *Microeconometrics: Methods and Applications*, Cambridge University Press, New York, 2005, Ch. 15;
Philip Hans Franses and Richard Papp, *Quantitative Models in Marketing Research*, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 2001, Chapter 5.

تطبيقات Exercise

تتوفر مجموعات البيانات المختلفة على مواقع الكتب المذكورة في الحواشي في هذا الفصل . قم بالوصول إلى بيانات اهتماماتك وقدر النماذج المختلفة التي تمت مناقشتها في هذا الفصل حتى تكون مرتاحًا للأساليب التي تمت مناقشتها في الصفحات السابقة .

الفصل العاشر

10 نماذج الانحدار الترتيبي
Ordinal regression models

ناقشنا في الفصل الأول أربعة أنواع من المتغيرات التي تواجهنا بشكل شائع في التحليل التجريبي : متغيرات تقاس بمقياس النسبة ، مقياس الفترة ، المقياس الترتيبي ، المقياس الوصفي . ناقشت الفصول السابقة إلى حد كبير نماذج الانحدار التي تتعامل مع متغيرات مقياس الفترة أو مقياس النسبة . ناقشنا في فصل 8 متغيرات المقياس الوصفي الثنائية وفي فصل 9 درسنا متغيرات المقياس الوصفي متعدد الفئات . نناقش في هذا الفصل نماذج الانحدار التي تنطوي على متغيرات بمقياس ترتيبي .

في مثال السفر ، الذي تمت مناقشته في الفصل السابق ، استعرضنا أربع وسائل نقل – طيران ، قطار ، حافلة ، وسيارة . على الرغم من أننا قمنا بوصف وسائل النقل هذه 1 و 2 و 3 و 4 ، إلا أننا لم ننسب الخصائص الترتيبية لهذه الأرقام . هم ببساطة وصفا أو عنوانا لفئة .

غير أنه ، في العديد من التطبيقات في العلوم الاجتماعية والطبية يتم ترتيب فئات الاستجابة أو وضعها في رتب معينة . على سبيل المثال ، في الاستبيانات من نوع ليكرت Likert-type questionnaires قد تكون الردود «موافق بشدة» أو «موافق» أو «لا أوافق» أو «لا أوافق بشدة» . وبالمثل ، في دراسات سوق العمل ، قد يكون لدينا عمال يعملون بدوام كامل (أكثر من 40 ساعة في الأسبوع) ، أو يعملون بدوام جزئي (أقل من 20 ساعة في الأسبوع) أو ليسوا في قوة العمل . مثال آخر هو تقييمات السندات التي تقدمها الشركات ، مثل Moody أو S&P . يتم تصنيف سندات الشركات كـ B ، B+ ، A ، A+ ، A++ ، وهكذا ، فإن كل تصنيف أعلى يشير إلى الجدارة الائتمانية الأعلى للجهة التي تصدر السندات .

على الرغم من وجود ترتيب واضح بين الفئات المختلفة ، إلا أننا لا يمكننا التعامل معها كمتغيرات بمقياس الفترة أو مقياس النسبة . وبالتالي لا نستطيع أن نقول أن الفرق بين العمل بدوام كامل والعمل بدوام جزئي أو بين العمل بدوام جزئي وعدم العمل

واحدا . أيضا ، قد لا تكون النسبة بين أي فئتين هنا ذات مغزى عمليا .

على الرغم من أنه يمكن استخدام نماذج MLM لتقدير فئات المقياس الترتيبي ، إلا أنها لا تأخذ في الاعتبار الطبيعة الترتيبية للمتغير التابع .[1] تم تطوير نماذج **logit** الترتيبي و **probit** الترتيبي خصيصًا للتعامل مع متغيرات المقياس الترتيبي . بسبب التعقيد الرياضي لنموذج **probit** الترتيبي ، سنناقش فقط نموذج **logit** الترتيبي في هذا الفصل . في الممارسة العملية لا يوجد فرقا كبيرا بين ما إذا كنا نستخدم نماذج logit الترتيبي أو probit الترتيبي .[2]

10.1 النماذج متعددة الحدود الترتيبية (OMM)

Ordered multinomial models (OMM)

لنفترض أن لدينا النموذج التالي :

$$Y_i^* = B_1X_{i1} + B_2X_{i2} + \cdots + B_kX_{ik} + u_i$$
$$= \sum_{n=1}^{k} B_n X_{in} + u_i \qquad (10.1)$$

حيث إن Y_i^* غير مشاهد ، و Xs هي المتغيرات المستقلة و u_i هي حد الخطأ .

غالباً ما يُعرف Y_i^* كمتغير كامن أو مؤشر **latent or index** variable . على سبيل المثال ، قد يشير إلى الجدارة الائتمانية لشركة ما ، أو مؤشر السعادة للفرد . على الرغم من أننا لا نستطيع أن نلاحظ ذلك بشكل مباشر ، فإن المتغير الكامن يعتمد على واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة ، مثل النظام الغذائي أو الوزن أو الطول للفرد في دراسة طبية .[3]

(1) هناك أيضا أسباب فنية . بالمقارنة مع MLM ، نماذج logit الترتيبي أو **probit** الترتيبي الأكثر بروزاً أكثر اختصارًا حيث إننا نحتاج إلى تقدير عدد أقل من المعلمات .

(2) العديد من الحزم الإحصائية لديها إجراءات روتينية لتقدير كلا النموذجين . يكمن الفرق بين النموذجين في التوزيع الاحتمالي المستخدم لنمذجة حد الخطأ . ويُفترض أن حد الخطأ في نموذج probit الترتيبي يتبع التوزيع الطبيعي ، في حين يُفترض أن يتبع حد الخطأ في نموذج logit الترتيبي التوزيع اللوجستي .

(3) يتم التعامل مع المتغير الكامن على أنه مستمر وأن الردود المرصودة تمثل قياسًا خامًا لهذا المتغير . على الرغم من أننا نصنف الناس على أنهم ليبراليون أو محافظون ، إلا أنه من المتصور أن يكون هناك استمرارية من الأيديولوجية المحافظة أو الليبرالية .

أبعد من ذلك افترضنا أن لدينا n من الأفراد المستقلين (أو المشاهدات) وأنهم يواجهون بدائل مرتبة عددها J ، حيث إن :

$$Y_i = 1, \quad if\ Y_i^* \leq a_1$$
$$Y_i = 2, if\ a_1 \leq Y_i^* \leq a_2$$
$$Y_i = 3, if\ a_2 \leq Y_i^* \leq a_3 \qquad (10.2)$$
$$\vdots$$
$$Y_i = J, if\ a_{j-1} \leq Y_i^*$$

حيث : $a_1 < a_2 < a_3 \ldots < a_{j-1}$

أي أننا نلاحظ Yi الفردية في واحدة من الفئات J المرتبة ، يتم فصل هذه الفئات من قبل معلمات الحد أو القواطع الفاصلة as . بمعنى آخر ، تحدد معلمات الحد الفاصل حدود الفئات المختلفة . وبالرجوع إلى مثال تقييم السندات ، إذا تم تصنيف السند "B" ، فسيكون في فئة أقل من السند الذي تم تصنيفه "B+" ، والذي سيكون أقل من الفئة التي تحصل على تصنيف "A-" ، وما إلى ذلك .

لا يقدّر نموذج **logit** الترتيبي معاملات المتغيرات المستقلة X فقط ، بل أيضًا معلمات الحدود . لكن تجدر الإشارة إلى أن معاملات الميل الخاصة بالمتغيرات المستقلة X تكون واحدة في كل فئة ، تختلف ثوابت الانحدار intercepts أو القواطع فقط . بعبارة أخرى ، لدينا خطوط انحدار متوازية ،[1] لكنها ترتكز على ثوابت انحدار مختلفة .

هذا هو السبب في أن OLM تعرف أيضا باسم نماذج الأرجحية المتناسبة .[2]

10.2 تقدير نموذج logit الترتيبي (OLM)

Estimation of ordered logit model (OLM)

طريقة التقدير ، كما هو الحال في جميع نماذج الانحدار متعددة الحدود ، هي طريقة الإمكان الأعظم . مبدأ التقدير الأساسي بسيط : نحن نريد أن نقدر :

(1) بشكل صحيح ، أسطح الانحدار المتوازي .

(2) لمزيد من التفاصيل ، انظر
Daniel A. Powers and Yu Xie, *Statistical Methods for Categorical Data Analysis*, 2nd edn, Emerald Publishers, UK, 2008, p. 229.

$$\Pr(Y_i \le j) = \Pr(B_1X_{1i} + B_2X_{2i} + \cdots + B_kX_{ki} + u_i \le a_j)$$
$$= \Pr(u_i \le a_j - B_1X_{1i} - B_2X_{2i} - \cdots - B_kX_{ki}) \quad (10.3)$$

تعطي معادلة (10.3) الاحتمال (التراكمي) أن Y_i تقع في الفئة j وأقل (أي في الفئة 1 ، 2 ، . . . ، أو j) .

تذكر أنه لحساب احتمال أن يأخذ متغير عشوائي قيمة تساوي أو أقل من رقم معين ، نستخدم دالة التوزيع التراكمي (CDF) للتوزيع الاحتمالي ، والسؤال الرئيسي هو : أي توزيع احتمالي؟ كما لوحظ سابقا ، إذا افترضنا أن حد الخطأ u_i يتبع التوزيع اللوجيستي ، فإننا نحصل على نموذج logit ترتيبي (OLM) ، ولكن إذا اتبع التوزيع الطبيعي ، فإننا نحصل على نموذج probit الترتيبي (OPM) . للأسباب المذكورة سابقاً ، سنقوم بتقدير نماذج OLM .[1]

تستخدم نماذج الاستجابات المرتبة الاحتمالات التراكمية كما هو موضح في معادلة (10.3) .الآن لحساب هذه الاحتمالات ، نستخدم

$$\frac{\exp(a_j - BX)}{1 + \exp(a_j - BX)} \quad [2] \; (10.4)$$

التي تكون CDF للتوزيع الاحتمالي اللوجيستي . لاحظ أن BX تعبر عن $\sum_1^k B_k X_k$

الآن تأثير المتغيرات المستقلة على المتغير التابع يكون غير خطي ، حيث تؤثر عليه CDF غير الخطية (logit في حالتنا) .[3] وهذا يجعل تفسير OLM معقدا بعض الشيء . لجعل التفسير أسهل ، يمكننا الاستفادة من نسبة الأرجحية .

---

(1) يستند النقاش التالي إلى :
John Fox, *Applied Regression Analysis, Linear Models, and Related Methods*, Sage Publications, California, 1997, pp. 475–7, and Alan Agresti, *An Introduction to Categorical Data Analysis*, 2nd edn, Wiley, New York, 2007.

(2) PDF للتوزيع اللوجستي المعياري للمتغير Y له متوسط يساوي الصفر وتباين $\pi^2 / 3$ ، ويعطى بالرمز $f(Y) = \exp(Y) / [1 + \exp(Y)]^2$. ويعطى CDF الخاص به من خلال : $F(Y) = \exp(Y) / [1 + \exp(Y)]$.

(3) دوال CDFs هي منحنيات ممدودة على شكل حرف S ، والتي من الواضح أنها غير خطية

ولأن النتائج على الجانب الأيسر من معادلة (10.2) تعكس ترتيب مقياس الاستجابة ، فمن المعتاد اعتبار نسبة الأرجحية المحددة بـ :

$$\frac{\Pr[Y_i \le j|X]}{\Pr[Y_i > j|X]} = \frac{\Pr[Y_i \le j|X]}{\Pr[1 - Pr(Y_i \le j|X)]} \quad (10.5)$$

حيث

$$\Pr[Y_i \le j|X] = \sum_{m=1}^{j} \Pr[Y_i = m|X] \quad (10.6)$$

التي تشير إلى الاحتمال التراكمي بأن النتيجة أقل من أو تساوي j .

الآن إذا استخدمنا CDF اللوجيستي المعطى في معادلة (10.4) لحساب نسبة الأرجحية في معادلة (10.5) ونأخذ log نسبة الأرجحية (أي logit) نحصل بعد التبسيط على ،

$$\text{logit}\,[\Pr(Y_i \le j)] = \ln\frac{Pr_i(Y_i \le j)}{\Pr(Y_i > j)} = \ln\frac{Pr(Y_i \le j)}{[1 - Pr(Y_i \le j)]}$$
$$= a_j - \sum_{n=1}^{K} B_n X_{in} \qquad j = 1,2,\ldots,(J-1) \quad (10.7)$$

(انظر ملحق هذا الفصل لاشتقاق هذه المعادلة .)

وهكذا تنتج معادلة (10.7) تسلسلاً من logits (أو لوغاريتم الأرجحيات ، ثلاثة من هذه logits في المثال الموضح في القسم 10.3) ، والتي تحتوي جميعها على نفس المتغيرات المستقلة ونفس المعاملات (الميل) ولكن تختلف من حيث القواطع . من المثير للاهتمام ملاحظة أن logit في معادلة (10.7) يكون خطيا في a وأيضا في B .

أيضا من معادلة (10.7) من الواضح أن جميع المتغيرات المستقلة لها نفس التأثير على المتغير التابع (الترتيبي) ، المعطى من خلال معاملاتها B ، والتصنيف في الفئات المرتبة في معادلة (10.2) يعتمد على القاطع أو ثابت الانحدار a_j . لاحظ أن معامل B لا يحتوي على أي دليل سفلي j عليه .

كما أنه واضح من معادلة (10.7) لماذا يسمى OLM نموذج متناسب – الارجحية لأنه لأي قيم محددة من X أي اثنين من لوغاريتم الأرجحية التراكمي (أي logits) مثلا ،

في الفئتين l و m ، تختلف فقط بمقدار ثابت وهو $(a_l - a_m)$. لذلك ، فإن الارجحيات تكون متناسبة ، ومن هنا التسمية نموذج أرجحية متناسب .

قبل المضي قدما ، سنوضح نموذج logit الترتيبي مع مثال واقعي .

10.3 مثال توضيحي: الآراء تجاه الأمهات العاملات [1]

طلب المسح الاجتماعي العام لعام 1977 و 1989 من المشاركين تقييم العبارة التالية : يمكن للأم العاملة أن تقيم علاقة دافئة وآمنة مع طفلها مثل الأم التي لا تعمل . تم تسجيل الردود على النحو التالي : 1 = غير موافق بشدة ، 2 = غير موافق ، 3 = موافق ، و 4 = موافق بشدة .

وقد بلغت إجمالي الاستجابات 293 ،2 استجابة تم الحصول عليه ، وكان لدينا المعلومات التالية لكل مستجوَب (مستقصى منه) : yr89 = سنة المسح عام 1989 ، الجنس gender : الذكور = 1 ، العرق race : الأبيض = 1 ، العمر age = العمر بالسنوات ، ed = سنوات التعليم ، prst = المكانة في العمل

باستخدام الأمر *ologit* من *Stata 10* ، حصلنا على النتائج في جدول [10.1] .

قبل أن نفسر النتائج ، سنلقي نظرة على النتائج الإجمالية . تذكر أنه في ظل فرض العدم أن جميع معاملات المتغيرات المستقلة تساوي صفر ، فإن اختبار LR يتبع توزيع مربع كاي مع درجات حرية مساوية لعدد المتغيرات المستقلة ، 6 في هذه الحالة . في مثالنا ، تكون قيمة chi-square هذه حوالي 302 . إذا كان الفرض الصفري صحيحا ، فإن فرص الحصول على قيمة chi-square تصل إلى 302 أو أكبر تكون عمليا صفراً . لذا بشكل جماعي فإن جميع المتغيرات المستقلة لديهم تأثير قوي على احتمال الاختيار .

(1) تم الحصول على البيانات التالية من :
http://www.stata-press.com/data/lf2/ordwarm2.dta,
لكن تظهر البيانات الأصلية على: http://www.ats.ucla.edu/stat/stata/dae

جدول [10.1] تقدير OLM لنموذج الدفء الأسري

```
ologit warm yr89 male white age ed prst
Iteration 0: log likelihood = -2995.7704
Iteration 1: log likelihood = -2846.4532
Iteration 2: log likelihood = -2844.9142
Iteration 3: log likelihood = -2844.9123
Ordered logistic regression          Number of obs = 2293
LR chi2(6) =                         301.72
Prob > chi2 =                        0.0000
Log likelihood = -2844.9123          Pseudo R2 = 0.0504
```

warm	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
yr89	.5239025	.0798988	6.56	0.000	.3673037	.6805013
male	-.7332997	.0784827	-9.34	0.000	-.8871229	-.5794766
white	-.3911595	.1183808	-3.30	0.001	-.6231815	-.1591374
age	-.0216655	.0024683	-8.78	0.000	-.0265032	-.0168278
ed	.0671728	.015975	4.20	0.000	.0358624	.0984831
prst	.0060727	.0032929	1.84	0.065	-.0003813	.0125267
/cut1	-2.465362	.2389126			-2.933622	-1.997102
/cut2	-.630904	.2333155			-1.088194	-.173614
/cut3	1.261854	.2340179			.8031873	1.720521

Note: cut1, cut2 and cut3, are respectively, the intercepts for the second, third and the fourth category, the intercept for the lowest category being normalized to zero.

كما يعطي النموذج R^2 الزائف بقيمة 0.05 . هذا ليس مثل R^2 المعتاد في انحدار OLS - أي أنه ليس مقياسًا لنسبة التباين في المتغير التابع التي تفسرها المتغيرات المستقلة المدرجة في النموذج . ولذلك ، ينبغي أن تؤخذ قيمة R^2 الزائف مع رشة ملح .

يتم قياس المعنوية الإحصائية لمعامل الانحدار الفردي عن طريق القيمة Z (التوزيع الطبيعي المعياري Z) . تكون جميع معاملات الانحدار ، فيما عدا prst ، ذات معنوية إحصائية عالية بشكل فردي ، وتكون قيم p الخاصة بها صفرا عمليا . غير أن Prst معنويا عند مستوى 7% .

تفسير معاملات الانحدار

معاملات الانحدار الواردة في الجدول السابق هي معاملات لوغاريتم أرجحية ترتيبي (بمعنى logit) ما الذي تدل عليه هذه المعاملات؟ خذ على سبيل المثال معامل متغير التعليم 0.07 ≈ ، إذا قمنا بزيادة مستوى التعليم بوحدة واحدة (على سبيل المثال ، سنة واحدة) ، فإن لوغاريتم الأرجحية الترتيبي للدخول في فئة أعلى من الدفء الأسري تزداد بنحو 0.07 ≈ ، مع الإبقاء على جميع المتغيرات المستقلة الأخرى ثابتة . وينطبق ذلك على فئة الدفء الأسري 4 على فئة الدفء الأسري 3 ، أو فئة الدفء الأسري 3 على الفئة 2 أو الفئة 2 على الفئة 1 . أما معاملات الانحدار الأخرى الواردة في الجدول السابق ، فسيتم تفسيرها بشكل مماثل .

بناء على نتائج الانحدار ، يمكن رسم خطوط الانحدار للفئات الأربع :[1] إذا كان افتراض نموذج الأرجحية المتناسبة صحيحًا ، ستكون خطوط الانحدار متوازية . حسب الاصطلاح ، يتم اختيار إحدى الفئات على أنها الفئة المرجعية ويتم تثبيت قيمة ثابت الانحدار عند الصفر .

في الممارسة العملية ، غالباً ما يكون من المفيد حساب نسب الأرجحية لتفسير المعاملات المختلفة . يمكن القيام بذلك بسهولة عن طريق الوضع الأسي (أي رفع e إلى قوة معينة) لمعاملات الانحدار المقدرة . لتوضيح ذلك ، خذ معامل متغير التعليم 0.07 . بتحويل هذا المعامل للوضع الأسي نحصل على $e^{0.07} = 1.0725$ هذا يعني أننا إذا قمنا بزيادة التعليم بوحدة واحدة ، فإن الأرجحية لصالح فئة الدفء الأسري الأعلى على فئة الدفء الأسري الأقل تكون أكبر من 1 . لا نفعل هذه الحسابات يدويا ، يمكن لحزم مثل *Stata* القيام بذلك بشكل روتيني عن طريق إصدار الأمر في جدول[10.2] . (ملاحظة : «أو» تعني نسبة الأرجحية) . وكما نرى من هذه النسب ، فإن أرجحية الحصول على مرتبة أعلى من الدفء الأسري أقل إذا كان المستجوَب ذكراً أو شخصاً أبيضاً . الارجحيات تدور حول التعليم وتعليم الوالدين . الارجحيات أعلى لعام 1989 مقارنة بسنة 1977 .

(1) في الواقع يمكن القيام بذلك لمتغير مستقل واحد فقط في كل مرة . لا توجد طريقة لتصور سطح الانحدار التي تنطوي على ستة متغيرات مستقلة على سطح ثنائي الأبعاد .

جدول[10.2] نسب الأرجحيات لمثال الدفء الأسري

```
ologit warm yr89 male white age ed prst, or
Iteration 0: log likelihood = –2995.7704
Iteration 1: log likelihood = –2846.4532
Iteration 2: log likelihood = –2844.9142
Iteration 3: log likelihood = –2844.9123
Ordered logistic regression        Number of obs = 2293
LR chi2(6) =                       301.72
Prob > chi2 =                      0.0000
Log likelihood = –2844.9123        Pseudo R2 = 0.0504
```

warm	Odds Ratio	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
yr89	1.688605	.1349175	6.56	0.000	1.443836	1.974867
male	.4803214	.0376969	–9.34	0.000	.4118389	.5601915
white	.6762723	.0800576	–3.30	0.001	.5362357	.8528791
age	.9785675	.0024154	–8.78	0.000	.9738449	.983313
ed	1.06948	.0170849	4.20	0.000	1.0365131	.103496
prst	1.006091	.003313	1.84	0.065	.9996188	1.012605
/cut1	–2.465362	.2389126	–2.933622	–1.997102		
/cut2	–.630904	.2333155	–1.088194	–.173614		
/cut3	1.261854	.2340179	.8031873	1.720521		

احتمالات التنبؤ Predicting probabilities

بعد تقدير نموذج logit الترتيبي في *Stata* ، إذا أصدرنا الأمر **Predict** (متبوعًا بأسماء المتغيرات الأربعة) ، فسوف نحصل على الاحتمالات المقدرة لجميع المشاركين في المسح البالغ عددهم 293 ،2 . كل مشارك سيكون له أربعة احتمالات ، كل منها لفئات الدفء الأسري الأربع . وبالطبع ، بالنسبة لكل مشارك ، فإن مجموع هذه الاحتمالات الأربع سيكون1 ، لأن لدينا أربع فئات متنافية للدفء الأسري . ولكن لن نعرض جميع الاحتمالات المقدرة ، لأن ذلك سوف يستهلك الكثير من المساحة .

التأثير الحدي للمتغير المستقل Marginal effect of a regressor

يمكن ملاحظة أن التأثير الحدي للمتغير المستقل *j*th من معادلة(10.1) ، على Y_i^* يكون كما يلي :

$$\frac{\partial Y_i^*}{\partial X_{ij}} = B_j \qquad (10.8)$$

أي ، مع بقاء جميع المتغيرات الأخرى ثابتة ، عند زيادة X_{ij} بمقدار وحدة واحدة ، من المتوقع أن تتغير Y_i^* بمقدار B_j وحدة . ولكن كما لاحظ Long ، «بما أن تباين y* لا يمكن تقديره من البيانات المشاهدة ، فإن معنى التغير في $\beta_k y^*$ يكون غير واضحا» .[1] أيضا كما لاحظ Wooldridge

. . . يجب أن نتذكر أن β ، في حد ذاتها ، لها أهمية محدودة . في معظم الحالات ، لا نهتم بـ $E((y^* / x) = x\beta)$ ، حيث إن y* عبارة عن بنية مجردة . بدلاً من ذلك ، نحن مهتمون باحتمالات الاستجابة $P\,(y = j / x)$ . . .[2]

ومع ذلك ، يمكن استخدام برنامج *Stata* لحساب معامل B* المعياري لتقييم تأثير المتغير المستقل على logits .[3]

10.4 محددات نموذج الأرجحية المتناسبة [4]

Limitation of the proportional odds model

باختصار ، يقدر نموذج الارحجية التناسبي معادلة واحدة على جميع مستويات المتغير التابع ، والفرق الوحيد هو في ثوابت الانحدار (نقاط القطع) . هذا هو السبب في أننا نحصل على خطوط الانحدار المتوازي (الأسطح) لمختلف المستويات . قد يكون هذا عيبًا في نموذج لوغاريتم الارجحية التناسبي . لذلك ، من المهم أن نختبر هذا الفرض صراحة .

اختبار شكلي للمعامل B الثابت

لأن لدينا *J* من فئات الاستجابات المرتبة ، يمكننا حساب *J-1* من انحدارات logite الثنائية على أرجحية أن تكون في فئة أعلى مقابل فئة أقل من *Y* . وهكذا ، إذا كانت Ys

(1) انظر :
Scott Long, *Regression Models for Categorical and Limited dependent Variables*, Sage Publications, California, 1997, p. 128.

(2) Jeffrey M. Wooldridge, *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2002, pp. 505–6.

(3) في هذا الصدد انظر: Scott Long, *op cit*

(4) المناقشة التالية مبنية على: Scott Long, *op cit.*, pp. 141–5

مرتبة كما في معادلة (10.2) ، يمكن التعبير عن لوغاريتم الأرجحية (أي logits) عن استجابة أكبر من ز مقابل أقل من ز كالتالي :

$$\ln\left[\frac{Pr(Y_i > j)}{\Pr(Y_i \le j)}\right] = a_j - B_j X, \quad j = 1,2,\ldots,(J-1) \qquad (10.9)$$

هذا يساوي تقدير نماذج logit منفصلة ثنائية لمتغيرات الاستجابة J – 1 .

من ذلك كل ما سيكون لدينا J - 1 تقديرات لقيم B_j . لذلك ، فإن افتراض الانحدارات المتوازية يعني :

$$B_1 = B_2 = \ldots = B_{J-1} = B \qquad (10.10)$$

سيدل فحص هذه المعاملات على ما إذا كانت جميع معاملات B المقدرة متشابهة . إذا لم تكن متشابهة ، فيمكننا رفض فرض الانحدارات المتوازية . بالطبع ، يمكننا اختبار الفرض في معادلة (10.10) بشكل أكثر رسمية ، وهو ما تقوم به اختبارات omodel و Brant .

الاختبار النموذجي لخطوط الانحدار المتوازية

يمكن استخدام اختبار omodel و Brant ، الذي طوره Long و Freese (المرجع السابق) ، لاختبار افتراض خطوط الانحدار المتوازية . لا تناقش الميكانيكا الفعلية لهذه الاختبارات ، ولكن يمكن تنزيلها في *Stata* .

أنتج اختبار omodel النتائج في جدول [10.3] .

يمكن اختبار فرض العدم في معادلة (10.10) عن طريق اختبار مربع كاي ، كما هو موضح في جدول [10.3] ، قيمة مربع كاي هي 48.91 (df =12) ذات معنوية كبيرة ، مما يؤدي إلى رفض فرض العدم . وبعبارة أخرى ، لن يكون افتراض التناسب في المثال الحالي صحيحا وبالتالي فإن نموذج الارجحية المتناسبة غير مناسب . ماذا بعد ذلك؟

جدول [10.3] اختبار خطوط الانحدار المتوازية لمثال الدفء الأسري

```
omodel logit warm yr89 male white age ed prst
Iteration 0: log likelihood = -2995.7704
Iteration 1: log likelihood = -2846.4532
Iteration 2: log likelihood = -2844.9142
Iteration 3: log likelihood = -2844.9123
Ordered logit estimates                 Number of obs = 2293
                                        LR chi2(6) = 301.72
                                        Prob > chi2 = 0.0000
Log likelihood = -2844.9123             Pseudo R2 = 0.0504
```

warm	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
yr89	.5239025	.0798988	6.56	0.000	.3673037	.6805013
male	-.7332997	.0784827	-9.34	0.000	-.8871229	-.5794766
white	-.3911595	.1183808	-3.30	0.001	-.6231815	-.1591374
age	-.0216655	.0024683	-8.78	0.000	-.0265032	-.0168278
ed	.0671728	.015975	4.20	0.000	.0358624	.0984831
prst	.0060727	.0032929	1.84	0.065	-.0003813	.0125267
_cut1	-2.465362	.2389126	(Ancillary parameters)			
_cut2	-.630904	.2333155				
_cut3	1.261854	.2340179				

Approximate likelihood-ratio test of proportionality of odds across response categories:
chi2(12) = 48.91
Prob > chi2 = 0.0000

بدائل نموذج الارجحيات المتناسبة

Alternatives to proportional odds model

إذا تم انتهاك افتراض خطوط الانحدار المتوازية ، فإن أحد البدائل هو استخدام MLM التي نوقشت في الفصل السابق أو البدائل الأخرى التي لا نبحث فيها هنا . ولكن يمكن العثور على مناقشة عن البدائل في كتاب Long – Freese ، القسم 5.9 . نختتم هذا الفصل بعرض مثال آخر على OLM .

إتخاذ قرار بخصوص التقدم لكلية الدراسات العليا

تم سؤال الخريجون عما إذا كانوا (1) غير محتمل ، (2) من المحتمل إلى حد ما ، أو (3) من المرجح جدا أن يتقدموا للالتحاق بمدرسة الدراسات العليا ، والتي تم ترميزها

من 1 و 2 و 3 على التوالي . استنادًا إلى بيانات افتراضية عن 400 من خريجي الكلية بالإضافة إلى معلومات حول ثلاثة متغيرات **pared** (تساوي 1 إذا كان أحد الوالدين على الأقل حاصل على تعليم عالٍ) ، **public** (1 إذا كانت مؤسسة البكالوريوس جامعة عامة) ، و **GPA** (متوسط درجة الطالب) حصلنا على OLM لجدول [10.4] .[1]

قبل أن نفسر النتائج ، نلاحظ أن المتغيرات المستقلة **pared** و **GPA** معنويين إحصائيا ، ولكن المتغير **public** ليس كذلك . بما أن لدينا ثلاثة خيارات ، سيكون لدينا نقطتي قطع فقط ، كلاهما معنويا ، مما يوحي بأن جميع الفئات الثلاثة من القرارات مختلفة .

جدول [10.4] تقدير OLM للالتحاق بمدرسة الدراسات العليا

```
ologit apply pared public gpa
Iteration 0: log likelihood = -370.60264
Iteration 1: log likelihood = -358.605
Iteration 2: log likelihood = -358.51248
Iteration 3: log likelihood = -358.51244
Ordered logistic regression             Number of obs = 400
                                        LR chi2(3) = 24.18
                                        Prob > chi2 = 0.0000
Log likelihood = -358.51244             Pseudo R2 = 0.0326
```

apply	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
pared	1.047664	.2657891	3.94	0.000	.5267266	1.568601
public	-.0586828	.2978588	-0.20	0.844	-.6424754	.5251098
gpa	.6157458	.2606311	2.36	0.018	.1049183	1.126673
/cut1	2.203323	.7795353	.6754622	3.731184		

تفسير النتائج

من السهل تفسير النتائج إذا حصلنا على نسب الأرجحية ، التي تعرض في جدول [10.5] . كما يوضح هذا الجدول ، تشير النسبة OR للمتغير pared الذي قيمته 2.85 إلى أنه إذا قمنا بزيادة **pared** بمقدار وحدة واحدة (أي بالانتقال من 0 إلى 1) ، فإن

(1) هذه البيانات مأخوذة من : **http://www.ats.ucla.edu/stat/stata/dae/ologit.dta**

أرجحية الفئة العليا للتقدم للالتحاق بالدراسات العليا مقابل المزيج من الفئة المتوسطة والدنيا تكون أكبر بمقدار 2.85 مما لو لم يكن أي من الوالدين قد ذهب إلى الكلية ، مع ثبات العوامل الأخرى . بالنسبة لحدوث زيادة في وحدة gpa ، فإن ارجحية الفئات المنخفضة والمتوسطة للالتحاق مقابل الفئة العليا للالتحاق تكون أكبر 1.85 مرة مما لو لم ترتفع gpa ، مع ثبات العوامل الأخرى .

جدول [10.5] نسب الأرجحية لجدول [10.4]

```
ologit apply pared public gpa,or
Iteration 0: log likelihood = -370.60264
Iteration 1: log likelihood = -358.605
Iteration 2: log likelihood = -358.51248
Iteration 3: log likelihood = -358.51244
Ordered logistic regression        Number of obs = 400
                                   LR chi2(3) = 24.18
                                   Prob > chi2 = 0.0000
Log likelihood = -358.51244        Pseudo R2 = 0.0326
```

apply	Odds Ratio	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
pared	2.850982	.75776	3.94	0.000	1.69338	4.799927
public	.9430059	.2808826	−0.20	0.844	.5259888	1.690644
gpa	1.851037	.4824377	2.36	0.018	1.11062	3.085067
/cut1	2.203323	.7795353	.6754622	3.731184		
/cut2	4.298767	.8043146	2.72234	5.875195		

بسبب افتراض الأرجحية المتناسبة ، فإن نفس الارجحية (1.85) تظل بين فئة الالتحاق بالدراسات العليا الدنيا ومزيج من الفئتين المتوسطة والعليا .

كما أشرنا في محددات نموذج الارجحية التناسبية في مثال الدفء الأسري ، من المهم معرفة ما إذا كان يتم الإبقاء على الافتراض التناسبي في هذا المثال . نحو هذه الغاية ، يمكننا استخدام أمر omodel في *Stata* . وبتطبيق هذا الأمر ، حصلنا على النتائج الواردة في جدول [10.6] . ويعطي اختبار التناسب بإحصاء مربع كاي ، الذي يبلغ في هذا المثال قيمة 4.06 ، التي عند df =3 يكون لها احتمال عالي يقارب 0.26 .

جدول [10.6] اختبار فرض الأرجحية التناسبية لنية الالتحاق بمدرسة الدراسات العليا

```
omodel logit apply pared public gpa
Iteration 0: log likelihood = -370.60264
Iteration 1: log likelihood = -358.605
Iteration 2: log likelihood = -358.51248
Iteration 3: log likelihood = -358.51244
Ordered logit estimatesNumber of obs = 400
                          LR chi2(3) = 24.18
                          Prob > chi2 = 0.0000
Log likelihood = -358.51244Pseudo R2 = 0.0326
```

apply	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
pared	1.047664	.2657891	3.94	0.000	.5267266	1.568601
public	−.0586828	.2978588	−0.20	0.844	−.6424754	.5251098
gpa	.6157458	.2606311	2.36	0.018	.1049183	1.126573
_cut1	2.203323	.7795353	(Ancillary parameters)			
_cut2	4.298767	.8043146				

```
Approximate likelihood-ratio test of proportionality of odds
across response categories:
chi2(3) = 4.06
Prob > chi2 = 0.2553
```

لذلك ، بخلاف مثال الدفء الأسري الذي تمت مناقشته سابقا ، في الحالة الحالية يبدو أن افتراض الأرجحية المتناسبة وكأنه ثابت . وقد يكون من الملاحظ أن اختبار Brant يشبه اختبار Omodel لذا لن نقدم النتائج المبنية على اختبار Brant .

10.5 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

ناقشنا في فصل 9 نموذج logit متعدد الحدود بالإضافة إلى نموذج logit الشرطي ، وناقشنا في هذا الفصل نموذج logit الترتيبي . هذه كلها نماذج للمتغيرات المستقلة المنفصلة ، لكن لكل منها مميزاته الخاصة . في نموذج MLM المتغير التابع يكون وصفيا ، ولكن يتم تحديد النتيجة الوصفية بخصائص محددة حسب الفرد . في CLM ، تعتمد النتيجة الوصفية على خصائص الخيارات بدلاً من خصائص الفرد . في OLM نتعامل مع المتغيرات المنفصلة التي يمكن ترتيبها أو وضع رتب لها .

ناقشنا قيود MLM و CLM في الفصول السابقة . غالباً ما يتم انتهاك افتراض الأرجحية المتناسبة في OLM في العديد من التطبيقات . ولكن إذا كان هذا الافتراض صالحًا ، وإذا كانت البيانات ترتيبية فعلاً ، فإن OLM يكون مفضلا على MLM لأننا نقدر انحدار واحدا لكل فئة مرتبة ؛ الاختلاف الوحيد هو أن ثوابت الانحدار (القواطع) تختلف بين الفئات . لذلك ، فإن (OLM) أكثر اقتصادا من MLM من حيث عدد المعلمات المقدرة .

حتى ذلك الحين ، نحن بحاجة لاختبار صريح عن افتراض التناسب في أي تطبيق واقعي من خلال تطبيق الاختبارات ، مثل Omodel أو Brant .

تطبيقات Exercise

10.1 في المثال التوضيحي (فئة الدفء) ، لا يمكن تحقيق الافتراضات عن نموذج الأرجحية المتناسبة . كخيار بديل ، قدر نموذج logit متعدد الحدود (MLM) باستخدام نفس البيانات . فسر النموذج وقارنه بنموذج الأرجحية المتناسبة .

10.2 يقدم جدول [10.7] (المتاح على الموقع الإلكتروني المرفق) بيانات عن عينة عشوائية مكونة من 40 شخصًا بالغًا عن صحتهم العقلية ، مصنّفة كما يلي : جيد ، وتكوين أعراض مرضية خفيفة ، وتشكيل أعراض معتدل ، وضعيفة . فيما يتعلق بعاملين ، الوضع الاجتماعي والاقتصادي (SES) ومؤشر لأحداث الحياة (مقياس مركب لعدد وشدة الأحداث الهامة في الحياة ، مثل ولادة طفل أو وظيفة جديدة أو طلاق أو وفاة داخل الأسرة والتي حدثت خلال ثلاث سنوات ماضية) .[1]

(أ) ضع مقياسا للصحة العقلية كما يلي : جيد = 1 ، متوسط = 2 ، معتدل = 3 ، وضعيف = 4 ، وقدر نموذج logit ترتيبي قائم على هذه البيانات .

(ب) رتيب الصحة العقلية على أساس : 1 للضعيف ، 2 للإعتدال ، 3 للمتوسط ، و 4 للجيد وأعد تقدير OLM .

قارن بين النموذجين وحدد ما إذا كان ترتيبنا لمتغيرات الاستجابة يحدث فرقا .

(1) هذه البيانات مأخوذة من: Alan Agresti, *op cit.*, Table 6.9, p. 186

الملحق Appendix

اشتقاق معادلة (10.4)

يمكن كتابة الاحتمال التراكمي لنموذج logit على النحو التالي :

$$\Pr(Y_i \leq j|X) = \frac{\exp(a_j - BX)}{1 + \exp(a_j - BX)} \qquad (1)$$

تنطبق الصيغة المماثلة على الاحتمال التراكمي $Pr(Y_i \geq j|X)$ ، لكن $Pr(Y_i \geq j|X) = 1 - \Pr(Y_i < j|X)$ لذلك:

$$\frac{\Pr[Y_i \leq j|X]}{\Pr[Y_i > j|X]} = \frac{\Pr[Y_i \leq j|X]}{1 - Pr(Y_i \leq j|X)}$$

$$= \frac{\exp(a_j - BX)}{1 + \exp(a_j - BX)} \Big/ \frac{1}{1 + \exp(a_j - BX)}$$

$$= \exp(a_j - BX) \qquad (2)$$

بأخذ لوغاريتم طرفي معالة (2) ، نحصل على معادلة (10.7) .

11 نماذج انحدار متغير تابع محدود
Limited dependent variable regression models

في نماذج logit و probit التي ناقشناها سابقا كانت القيم المفترضة للمتغير التابع هي 0 و 1 ، حيث تمثل 0 عدم وجود خاصية و 1 تمثل وجود تلك الخاصية ، مثل التدخين أو عدم التدخين ، أو امتلاك منزل أو عدم امتلاك واحد ، أو ينتمي أو لا ينتمي إلى اتحاد أو نقابة . كما لوحظ ، يستخدم نموذج logit توزيع الاحتمالي اللوجيستي و probit التوزيع الطبيعي . لقد رأينا في فصل 8 كيف يمكن للمرء أن يقدر ويفسر هذه النماذج ، باستخدام مثال تدخين السجائر .

لكن الآن فكر في هذه المشكلة : كم عدد علب السجائر التي يدخنها الشخص ، بالنظر إلى متغيراته الاجتماعية والاقتصادية؟ الآن هذا السؤال له معنى فقط إذا كان الشخص يدخن . قد لا يهتم أي شخص غير مدخن بهذا السؤال . في مثال المدخن الذي نوقش في فصل 8 كان لدينا عينة من 1,196 شخص ، منها حوالي 38% يدخنون و 62% لا يدخنون . لذلك يمكننا الحصول على معلومات حول عدد العبوات المدخنة لنحو 38% فقط من الأشخاص في العينة .

لنفترض أننا فقط نهتم بعينة المدخنين ونحاول تقدير دالة الطلب لعدد علب السجائر التي يتم تدخينها يومياً بناءً على المعلومات الاجتماعية- الاقتصادية للمدخنين فقط . ما مدى موثوقية هذه الدالة إذا تم حذف 62% من الأشخاص في عينة من 1,196؟ كما قد نشك ، قد لا تكون دالة الطلب هذه موثوق بها .

تكمن المشكلة هنا في أن لدينا عينة ناقصة أو مراقبة **censored sample** ، وهي عينة تتوفر فيها معلومات عن المتغير التابع لبعض المشاهدات فقط ولكن ليس كلها ، على الرغم من أنه قد يكون لدينا معلومات حول المتغيرات المستقلة لجميع الوحدات في العينة . وتجدر الإشارة إلى أن المتغير التابع قد يكون مراقبا من الجهة اليسرى (بمعنى

أنه لا يمكن أن يأخذ قيمة أقل من حد معين ، عادة يكون صفرا ، ولكن ليس دائمًا) أو قد يكون مراقبا من الجهة اليمنى (بمعنى أنه لا يمكن أن يأخذ قيمة أعلى من حد معين ، مثلا الأشخاص الذين يحصلون على أكثر من مليون دولار من الدخل) ، أو يمكن أن تكون مراقبة على اليسار واليمين .

إن النموذج المرتبط بذلك بشكل وثيق ولكنه مختلفا نوعا ما عن نموذج العينة المراقبة هو نموذج العينة المبتورة **truncated sample model** ، والذي لا تتوافر فيه معلومات عن كل من المتغير التابع والمتغيرات المستقلة في بعض المشاهدات . ويمكن أن يكون هذا في تصميم النموذج ، كما هو الحال في تجربة ضريبة الدخل السلبية في نيوجيرسي ، حيث لم تُدرج في العينة البيانات الخاصة بأولئك الذين الذين لديهم دخلا أعلى بمقدار 1.5 ضعف من دخل خط الفقر لعام 1967 .[1]

مثل العينة المراقبة ، يمكن أن تكون العينة المبتورة مبتورة من اليسار أو مبتورة من اليمين أو مبتورة من اليمين واليسار .

كيف نقوم إذن بتقييم مثل هذه النماذج ، والتي تعرف أيضًا باسم نماذج الانحدار للمتغير التابع المحدود بسبب القيود المفروضة على القيم التي يأخذها المتغير التابع؟ سنناقش في البداية نموذج الانحدار المراقب ، ثم نناقش باختصار نموذج الانحدار المبتور . كما هو الحال في النماذج المختلفة في هذا الكتاب ، سيكون تركيزنا على التطبيقات العملية .

11.1 نماذج الانحدار المراقبة Censored regression models

إن النموذج العام المستخدم في هذه الحالات هو نموذج **Tobit** ، الذي تم تطويره في الأصل من قبل **James Tobin** ، وهو خبير اقتصادي حائز على جائزة نوبل .[2] قبل أن نناقش نموذج **Tobit** ، دعونا أولا نناقش OLS (المربعات الصغرى العادية) المطبقة على عينة مراقبة . انظر جدول **[11.1]** ، المتاح على الموقع الالكتروني المرفق .

---

(1) انظر :
J. A. Hausman and D. A. Wise, *Social Experimentation*, NBER Economic Research Conference Report, University of Chicago Press, Chicago, 1985.

(2) James Tobin (1958) Estimation of Relationship for Limited Dependent Variables, *Econometrica*, vol. 26, pp. 24–36.

تقدير OLS للبيانات المراقبة

لهذا الغرض ، نستخدم البيانات التي جمعها Mroz .[1] حيث تعطي عيّنته بيانات عن 753 امرأة متزوجة ، 428 منهن يعملن خارج المنزل ، و 325 منهن لا يعملن خارج المنزل ، وبالتالي لم يكن لديهن ساعات عمل .

بعض المتغيرات الاجتماعية – الاقتصادية التي تؤثر على قرار العمل الذي تم دراسته من قبل Mroz هي العمر ، والتعليم ، والخبرة ، ومربع الخبرة ، ودخل الأسرة ، وعدد الأطفال دون سن 6 سنوات ، وأجر الزوج . يعرض جدول **[11.1]** بيانات عن المتغيرات الأخرى التي درسها Mroz .

بتطبيق OLS على ساعات العمل فيما يتعلق بالمتغيرات الاجتماعية والاقتصادية لجميع المشاهدات ، حصلنا على النتائج في جدول [11.2] .

يتم تفسير النتائج في هذا الجدول في إطار نموذج الانحدار الخطي القياسي . كما تعلمون ، في نموذج الانحدار الخطي ، يعطي كل معامل ميل التاثير الحدي لهذا المتغير على القيمة المتوسطة أو الوسط للمتغير التابع ، مع الاحتفاظ بكافة المتغيرات الأخرى في النموذج ثابتة . فعلى سبيل المثال ، إذا ارتفع أجر الزوج بمقدار دولار ، فإن متوسط ساعات عمل النساء المتزوجات يتناقص بنحو 71 ساعة ، مع افتراض ثبات باقي المتغيرات . باستثناء التعليم ، يبدو أن جميع المعاملات الأخرى ذات معنوية إحصائية عالية . لكن احذر من هذه النتائج ، لأن نموذجنا فيه 325 امرأة متزوجة كان لديهن ساعات عمل صفر .

لنفترض ، بدلاً من استخدام جميع المشاهدات في العينة ، أننا نستخدم البيانات فقط لـ 428 امرأة تعمل . يتم إعطاء نتائج OLS بناءً على هذه العينة (المراقبة) في جدول **[11.3]** .

---

(1) انظر :
T. A. Mroz, (1987) The sensitivity of an empirical model of married women's hours of work to economic and statistical assumptions. *Econometrica*, vol. 55, pp. 765–99.
تذكر تذكر أننا استخدمنا هذه البيانات في فصل 4 أثناء مناقشة الارتباط الخطي المتعدد .

جدول [11.2] تقدير OLS لدالة ساعات العمل

Dependent Variable: HOURS
Method: Least Squares
Sample: 1 753
Included observations: 753

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1298.293	231.9451	5.597413	0.0000
AGE	−29.55452	3.864413	−7.647869	0.0000
EDUC	5.064135	12.55700	0.403292	0.6868
EXPER	68.52186	9.398942	7.290380	0.0000
EXPERSQ	−0.779211	0.308540	−2.525480	0.0118
FAMINC	0.028993	0.003201	9.056627	0.0000
KIDSLT6	−395.5547	55.63591	−7.109701	0.0000
HUSWAGE	−70.51493	9.024624	−7.813615	0.0000

R-squared	0.338537	Mean dependent var	740.5764
Adjusted R-squared	0.332322	S.D. dependent var	871.3142
S.E. of regression	711.9647	Akaike info criterion	15.98450
Sum squared resid	3.78E+08	Schwarz criterion	16.03363
Log likelihood	−6010.165	Hannan–Quinn criter.	16.00343
F-statistic	54.47011	Durbin–Watson stat	1.482101
Prob(F-statistic)	0.000000		

إذا قارنا النتائج في الجدولين [11.2] و [11.3] ، سنرى بعض الاختلافات الواضحة بين الاثنين .[1] يبدو أن متغير التعليم الآن ذو معنوية كبيرة ، على الرغم من أنه يحتوي على إشارة سالبة . ولكن يجب أن نكون حذرين بشأن هذه النتائج أيضًا .

وذلك لأن تقديرات OLS لنماذج الانحدار المراقبة ، سواء قمنا بتضمين العينة بأكملها (شكل 11.1) أو جزء من العينة (شكل 11.2) ، تكون متحيزة وغير متسقة – أي ، بغض النظر عن حجم العينة ، فإن المعلمات المقدرة لن تتقارب مع قيمها

(1) في نموذج الانحدار التقليدي ، يُفترض أن متوسط قيمة حد الخطأ هي صفر ، ولكن لا يوجد ضمان بأن هذا سيكون هو الحال إذا استخدمنا جزء فقط من قيم العينة ، كما هو الحال في هذا المثال .

الحقيقية .[1] والسبب في ذلك هو أنه في نماذج الانحدار المراقب وكذلك المبتور ، المتوسط الشرطي لحد الخطأ u_i ، يكون غير صفري ويرتبط الخطأ مع المتغيرات المستقلة . كما نعلم ، إذا كان هناك ارتباط بين حد الخطأ والمتغيرات المستقلة ، فإن مقدرات OLS تكون متحيزة وغير متسقة .

جدول [11.3] تقدير OLS لدالة ساعات العمل للإناث العاملات فقط

Dependent Variable: HOURS
Method: Least Squares
Sample: 1 428
Included observations: 428

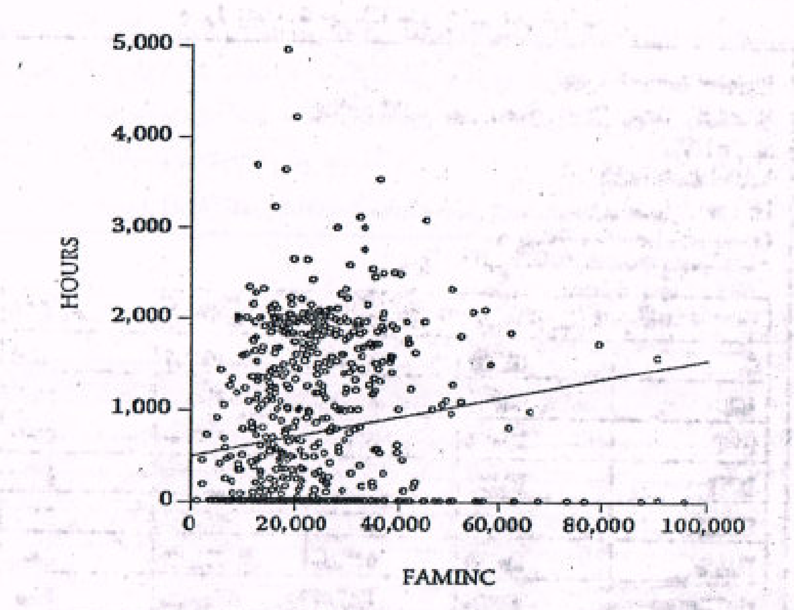
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1817.334	296.4489	6.130345	0.0000
AGE	−16.45594	5.365311	−3.067100	0.0023
EDUC	−38.36287	16.06725	−2.387644	0.0174
EXPER	49.48693	13.73426	3.603174	0.0004
EXPERSQ	−0.551013	0.416918	−1.321634	0.1870
FAMINC	0.027386	0.003995	6.855281	0.0000
KIDSLT6	−243.8313	92.15717	−2.645821	0.0085
HUSWAGE	−66.50515	12.84196	−5.178739	0.0000

R-squared	0.218815	Mean dependent var	1302.930
Adjusted R-squared	0.205795	S.D. dependent var	776.2744
S.E. of regression	691.8015	Akaike info criterion	15.93499
Sum squared resid	2.01E+08	Schwarz criterion	16.01086
Log likelihood	−3402.088	Hannan–Quinn criter.	15.96495
F-statistic	16.80640	Durbin–Watson stat	2.107803
Prob(F-statistic)	0.000000		

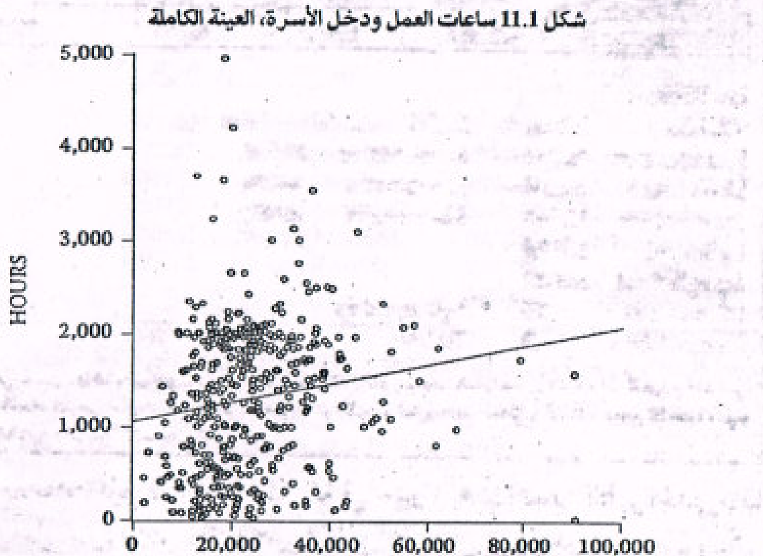
ولإعطاء لمحة عن السبب في أن تقديرات OLS قد تكون متحيزة وكذلك غير متسقة ، نرسم ساعات العمل مقابل دخل الأسرة في شكل 11.1 وساعات العمل ودخل الأسرة بالنسبة للنساء العاملات فقط في شكل 11.2 .

(1) للحصول على دليل قاطع ، انظر :

Jeffrey M. Wooldridge, *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, South-Western, USA,4th edn, 2006, Ch. 17. See also Christiaan Heij, Paul de Boer, Philip Hans Franses, Teun Kloek, and Herman K. van Dijk, *Econometric Methods with Applications in Business and Economics*, Oxford University Press, Oxford, UK, 2004, Chapter 6.



شكل 11.1 ساعات العمل ودخل الأسرة، العينة الكاملة



شكل 11.2 الساعات مقابل دخل الأسرة للإناث العاملات

في شكل 11.1 هناك العديد من المشاهدات (في الواقع 325) التي تقع على المحور الأفقي لأن هذه المشاهدات لها ساعات عمل تساوي صفر .

في شكل 11.2 ، لا تكمن أي من المشاهدات على المحور الأفقي ، لهذه المشاهدات لـ 428 امرأة عاملة . من الواضح أن معاملات ميل خطوط الانحدار في هذين الشكلين ستكون مختلفة .

النموذج الذي يستخدم على نطاق واسع للتعامل مع العينات المراقبة هو نموذج Tobit الذي نناقشه الآن .

11.2 تقدير الامكان الأعظم (ML) لنموذج الانحدار المراقب: نموذج Tobit

Maximum likelihood (ML) estimation of the censored regression model: the Tobit model

يعد نموذج Tobit من النماذج الاكثر استخداما في نماذج الانحدار للعينات المراقبة . هناك العديد من المتغيرات في نموذج Tobit ، لكننا ندرس هنا أبسط نموذج ، ما يسمى نموذج Tobit المعياري .[1] سنستمر مع بيانات Mroz .

لرؤية كيف يتم التعامل مع المشاهدات الناقصة ، نمضي على النحو التالي : بوضع

$$Y_i^* = B_1 + B_2 Age_i + B_3 Edu_i + B_4 Exp_i + B_5 Kids6_i + B_6 Faminc_i + B_7 Huswage_i + u_i \quad (11.1)$$

حيث Y_i^* هي ساعات العمل المطلوبة . الآن

$$Y_i = 0 \quad if\ Y_i^* \leq 0$$
$$= Y_i^* \quad if\ Y_i^* > 0 \quad (11.2)$$

حيث $u_i \sim N(0,2)$ وحيث Y_i هي ساعات العمل المحققة أو الفعلية .[2] إن المتغيرات المستقلة هم ، على التوالي ، العمر بالسنوات ، التعليم بسنوات الدراسة ، خبرة العمل بالسنوات ، عدد الأطفال تحت سن 6 ، دخل الأسرة بآلاف الدولارات ، وأجر الزوج عن كل ساعة .

---

(1) يمكن العثور تفاصيل ولكن مناقشة متقدمة إلى حد ما في
A. Colin Cameron and Pravin K. Trivedi, *Microeconometrics: Methods and Applications*, Cambridge University Press, New York, 2005, Chapter 16.

(2) يمكن للمرء أن يستخدم التوزيع الاحتمالي اللوجستي أو التوزيع الاحتمالي للقيمة القصوى بدلاً من التوزيع الطبيعي .

المتغير Y_i^* يسمى متغير كامن ، متغير الاهتمام الأساسي . بالطبع ، لا نلاحظ هذا المتغير فعليًا لكل المشاهدات . نحن فقط نلاحظه للمشاهدات التي لها ساعات عمل موجبة بسبب الرقابة . تذكر أننا ناقشنا مفهوم المتغيرات الكامنة في الفصل السابق .[1]

لاحظ أننا نفترض أن حد الخطأ يتم توزيعه توزيعا طبيعيا بمتوسط صفر وتباين ثابت (أو عدم اختلاف في التباين) . سيكون لدينا المزيد لنقوله حول هذا الافتراض في وقت لاحق .

قبل أن نتعمق أكثر ، من المفيد أن نلاحظ الفرق بين نموذج probit ونموذج Tobit . في نموذج probit ، يكون $Y_i=1$ إذا كان Y_i^* أكبر من الصفر ، ويساوي الصفر إذا كان المتغير الكامن يساوي صفر . في نموذج Tobit ، قد تأخذ Y_i أي قيمة ما دام المتغير الكامن أكبر من الصفر . وهذا هو السبب في أن نموذج Tobit يُعرف أيضًا باسم Tobin's probit .

لتقدير النموذج حيث تكون بعض مشاهدات المتغير التابع ناقصة (لأنه لم يتم ملاحظتها) ، يستخدم نموذج Tobit طريقة الإمكان الأعظم(ML) ، التي واجهناها في مناسبات عديدة .[2] الآليات الفعلية لأسلوب Tobit ML معقدة إلى حد ما ، ولكن الحزم *Eviews* ، *Stata* وبرامج أخرى تستطيع تقدير هذا النموذج بسهولة بالغة .[3]

باستخدام *Eviews 6* حصلنا على النتائج في جدول [11.4] لمثالنا .

تفسير تقديرات Tobit

كيف نفسر هذه النتائج؟ إذا كنا نفكر فقط في اشارات مختلف المتغيرات المستقلة ، سنرى أنها هي نفسها في الجداول [11.2] و [11.3] . ونوعيا تحمل معنى منطقي . على سبيل المثال ، إذا ارتفعت أجور الزوج ، في المتوسط ، فإن المرأة ستعمل أقل في سوق العمل ، مع ثبات العوامل الأخرى . متغير التعليم غير معنوي في جدول [11.2] ، لكنه معنوي في جدول [11.3] ، رغم أنه يحمل إشارة سالبة . في جدول [11.4] ، يكون معنويًا وله اشارة موجبة ، وهو أمر منطقي .

(1) في السياق الحالي يمكننا تفسير المتغير الكامن كميل امرأة متزوجة أو رغبتها في العمل

(2) هناك بديل لتقدير ML . يمكن العثور على بعض منها في كتاب: Greene, *op cit*

(3) يمكن العثور على تفاصيل طريقة Tobin's ML في: Christiaan Heij, *op cit*.

جدول [11.4] تقدير ML لنموذج الانحدار المراقب

Dependent Variable: HOURS
Method: ML - Censored Normal (TOBIT) (Quadratic hill climbing)
Sample: 1 753
Included observations: 753
Left censoring (value) at zero
Convergence achieved after 6 iterations
Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1126.335	379.5852	2.967279	0.0030
AGE	-54.10976	6.621301	-8.172074	0.0000
EDUC	38.64634	20.68458	1.868365	0.0617
EXPER	129.8273	16.22972	7.999356	0.0000
EXPERSQ	-1.844762	0.509684	-3.619422	0.0003
FAMINC	0.040769	0.005258	7.754009	0.0000
KIDSLT6	-782.3734	103.7509	-7.540886	0.0000
HUSWAGE	-105.5097	15.62926	-6.750783	0.0000

Error Distribution

SCALE:C(9)	1057.598	39.06065	27.07579	0.0000
Mean dependent var	740.5764	S.D. dependent var	871.3142	
S.E. of regression	707.2850	Akaike info criterion	10.08993	
Sum squared resid	3.72E+08	Schwarz criterion	10.14520	
Log likelihood	-3789.858			
Avg. log likelihood	-5.033012			
Left censored obs	325	Right censored obs	0	
Uncensored obs	428	Total obs	753	

ملاحظة: عامل القياس هو عامل القياس المقدر σ. والذي قد يستخدم لتقدير الانحراف المعياري للبواقي باستخدام التباين المعروف للتوزيع المفترض، والذي يكون 1 للتوزيع الطبيعي و $\pi^2/3$ للتوزيع اللوجيستي و $\pi^2/6$ لتوزيع القيمة القصوى (النوع I).

معاملات الميل للمتغيرات المختلفة في جدول [11.4] تعطي التأثير الحدي لهذا المتغير على القيمة المتوسطة للمتغير الكامن Y_i^* ، لكن في الواقع نحن نهتم بالتأثير الحدي للمتغير المستقل على القيمة المتوسطة للمتغير Yi ، القيم الفعلية التي لوحظت في العينة .

لسوء الحظ ، على عكس تقديرات OLS في جدول [11.2] ، لا يمكننا تفسير معامل Tobit للمتغير المستقل على أنه يعطي التأثير الحدي لهذا المتغير المستقل على القيمة المتوسطة للمتغير التابع المشاهد . وذلك لأن نماذج الانحدار المراقبة نوع Tobit يكون فيها التغير بمقدار وحدة واحدة في قيمة المتغير المستقل له تأثيران : (1) التأثير على القيمة المتوسطة للمتغير التابع المشاهد ، و (2) التأثير على احتمالية أن *Y مشاهد فعليا .[1]

خذ على سبيل المثال تأثير العمر . يعني معامل العمر الذي يبلغ حوالي (54-) في جدول [11.4] أنه ، مع الاحتفاظ بالمتغيرات الأخرى ثابتة ، إذا زاد العمر بمقدار سنة ، فإن تأثيره المباشر على ساعات العمل في السنة سيكون انخفاضًا بنحو 54 ساعة في السنة وأيضا سينخفض احتمال دخول امرأة متزوجة في قوة العمل . لذا يتعين علينا أن نضرب (54-) في احتمال حدوث ذلك . ما لم نكن نعرف الاحتمال ، فإننا لن نتمكن من حساب التأثير الكلي للزيادة في العمر على ساعات العمل . ويعتمد حساب الاحتمال هذا على جميع المتغيرات المستقلة في النموذج ومعاملاتهم .

وبشكل مثير للانتباه ، يعطي معامل الميل مباشرة التأثير الحدي للمتغير المستقل على المتغير الكامن ، Y_i^* ، كما لوحظ سابقا . وهكذا ، فإن معامل متغير العمر (54-) يعني أنه إذا زاد العمر بمقدار سنة ، فإن ساعات العمل المرغوبة ستنخفض بمقدار 54 ساعة ، مع ثبات العوامل الأخرى . بالطبع ، نحن لا نلاحظ في الواقع ساعات العمل المطلوبة ، فهو مفهوم مجرد .

في مثالنا لدينا 753 مشاهدة . إنها مهمة شاقة لحساب التأثير الحدي لكل متغير مستقل لكل المشاهدات البالغة 753. من الناحية العملية ، يمكن للمرء أن يحسب التأثير الحدي في متوسط قيمة كل متغير مستقل .

وبسبب أن احتمال *Y يجب أن يقع بين صفر وواحد ، فإن ناتج كل معامل ميل مضروبًا في هذا الاحتمال سيكون أصغر (بالقيمة المطلقة) من معامل الميل نفسه . ونتيجة لذلك ، سيكون التأثير الحدي للمتغير المستقل على القيمة المتوسطة المشاهدة للمتغير التابع أصغر (في القيمة المطلقة) مما هو موضح في قيمة معامل الميل الوارد في جدول [11.4] . ستعتمد إشارة التأثير الحدي على إشارة معامل الميل ، وذلك لأن

(1) وهذا يعني ، $\partial [Y_i^* | X_i] / \partial X_i = B_x \Pr(0 < Y_i^* < \infty)$ ، والاحتمال الأخير يعتمد على جميع المتغيرات المستقلة في النموذج وعلى معاملاتهم .

احتمال مشاهدة *Y موجبة دائما . يمكن للحزم مثل *Stata* و *Eviews* حساب التأثير الحدي لكل متغير مستقل .

المعنوية الإحصائية للمعاملات المقدرة

يعرض جدول [11.4] الأخطاء المعيارية ، إحصائيات Z (قيم التوزيع الطبيعي المعياري) قيم *p* لكل معامل مقدر .[1] كما يبين الجدول جميع المعاملات معنوية احصائيا عند مستوى 10% أو أقل من المعنوية .

بالنسبة لنموذج Tobit لا يوجد المقياس التقليدي لـ R^2 . هذا لأن نموذج الانحدار الخطي المعياري يقدر المعلمات عن طريق تقليل مجموع مربعات البواقي (RSS) ، في حين يعظم نموذج Tobit من دالة الامكان . ولكن إذا كنا نرغب في حساب R^2 مكافئ لـ R^2 التقليدي ، فيمكنك القيام بذلك عن طريق تربيع معامل الارتباط بين قيم Y الفعلية وقيم Y المقدرة بواسطة نموذج Tobit .

يمكن اجراء اختبار المتغيرات المحذوفة أو المتغيرات الزائدة في إطار اختبارات العينات الكبيرة المعتادة ، مثل نسبة الامكان ، Wald ، أو مضاعف لاجرانج (L) جرب هذا بإضافة متغير مربع الخبرة إلى النموذج أو إضافة متغيرات تعليم الأب وتعليم الأم إلى النموذج .

تحذيرات Caveats

في نموذج Tobit يفترض أن حد الخطأ يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين ثابت (أي ثبات التباين) .

عدم اتباع حد الخطأ للتوزيع الطبيعي Non-normality of error term

في نماذج الانحدار المراقبة في ظل عدم اتباع حد الخطأ للتوزيع الطبيعي لا تكون المقدرات متسقة . مرة أخرى ، تم اقتراح بعض الأساليب العلاجية في المؤلفات . أحد هذه الأساليب هي تغيير افتراض توزيع الخطأ . على سبيل المثال ، يمكن لـ *Eviews* تقدير نماذج الانحدار هذه تحت افتراضات توزيع الاحتمالات المختلفة لحد الخطأ (مثل اللوجيستية والقيمة القصوى) . للحصول على مناقشة تفصيلية ، راجع كتب Maddala و Wooldridge .[2]

(1) بسبب حجم العينة الكبير ، نستخدم التوزيع الطبيعي المعياري بدلا من توزيع t .
(2) للاطلاع على مناقشة تفصيلية ، ولكن متقدمة إلى حد ما ، انظر :
G. S. Maddala, Limited Dependent and Qualitative Variables in Econometrics, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1983, and Wooldridge, J. M., Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data, MIT Press, Cambridge, MA, 2002.

عدم ثبات التباين Heteroscedasticity

في نموذج الانحدار الخطي المعتاد ، إذا كان حد الخطأ له تباين غير ثابت ، فإن مقدرات OLS تكون متسقة ، وإن لم تكن ذات كفاءة . لكن في نماذج Tobit ، لا تعتبر المقدرات متسقة أو كفء . هناك بعض الطرق للتعامل مع هذه المشكلة ، لكن مناقشة مفصلة حولها ستأخذنا إلى مكان بعيد .[1] ومع ذلك ، يمكن للحزم الإحصائية ، مثل *Stata* و *Eviews* ، أن تحسب أخطاء معيارية *robust* ، كما هو موضح في جدول [11.5] .

كما نرى لا توجد فروق شاسعة في الأخطاء المعيارية المقدرة في الجدولين ، ولكن لا يلزم أن يكون هذا هو الحال دائمًا .

جدول [11.5] تقدير Robust لنموذج Tobit

Dependent Variable: HOURS
Method: ML – Censored Normal (TOBIT) (Quadratic hill climbing)
Sample: 1 753
Included observations: 753
Left censoring (value) at zero
Convergence achieved after 6 iterations
QML (Huber/White) standard errors & covariance

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1126.335	386.3109	2.915618	0.0035
AGE	–54.10976	6.535741	–8.279056	0.0000
EDUC	38.64634	20.30712	1.903094	0.0570
EXPER	129.8273	17.27868	7.513728	0.0000
EXPERSQ	–1.844762	0.536345	–3.439505	0.0006
FAMINC	0.040769	0.005608	7.269982	0.0000
KIDSLT6	–782.3734	104.6233	–7.478004	0.0000
HUSWAGE	–105.5097	16.33276	–6.460007	0.0000

Error Distribution

SCALE:C(9)	1057.598	42.80938	24.70482	0.0000
Mean dependent var	740.5764	S.D. dependent var	871.3142	
S.E. of regression	707.2850	Akaike info criterion	10.08993	
Sum squared resid	3.72E+08	Schwarz criterion	10.14520	
Log likelihood	–3789.858	Avg. log likelihood	–5.033012	
Left censored obs	325	Right censored obs	0	
Uncensored obs	428	Total obs	753	

(1) لمناقشة متقدمة ، انظر : Maddala and Wooldridge, *op cit*.

11.3 نماذج انحدار عينة مبتورة Truncated sample regression models

ناقشنا في وقت سابق الفرق بين نماذج الانحدار المراقبة والمبتورة . بعد أن ناقشنا نموذج انحدار العينة المراقبة ، نوجه انتباهنا الآن إلى نماذج الانحدار العينة المبتورة أو المقتطعة .

في العينات المبتورة إذا لم يكن لدينا معلومات عن المتغير التابع ، فإننا لا نجمع معلومات عن المتغيرات المستقلة التي قد ترتبط بالمتغير التابع . في مثالنا التوضيحي ، ليس لدينا بيانات حول ساعات العمل لـ 325 امرأة . لذلك قد لا ندرس المعلومات حول المتغيرات الاجتماعية– الاقتصادية لهذه المشاهدات ، على الرغم من أن لدينا هذه المعلومات عنها في المثال الحالي .

لماذا ، إذن ، لا يتم تقدير دالة الساعات للعينة الفرعية من 428 امرأة عاملة فقط باستخدام طريقة OLS؟ في الواقع ، فعلنا ذلك في جدول [11.2] . غير أن مقدرات OLS ليست متسقة في هذا الموقف . بما أن العينة مبتورة ، فإن الافتراض بأن حد الخطأ في هذا النموذج يتم توزيعه وفقا للتوزيع الطبيعي بمتوسط μ وتباين σ^2 لا يمكن الإبقاء عليه . لذلك ، يتعين علينا استخدام ما يعرف بالتوزيع الطبيعي المبتور **truncated normal distribution** . في هذه الحالة ، يتعين علينا استخدام طريقة تقدير غير خطية ، مثل طريقة ML .

باستخدام ML ، نحصل على النتائج في جدول [11.6] . إذا قارنا هذه النتائج مع نتائج OLS في جدول [11.2] ، سنرى الاختلافات الواضحة ، على الرغم من أن إشارات المعامِلات هي نفسها .

يمكنك مقارنة نتائج الانحدار المراقب الوارد في جدول [11.5] مع الانحدار المبتور الوارد في جدول [11.6] ، سنرى مرة أخرى اختلافات في مقدار والمعنوية الإحصائية للمعاملات . لاحظ بشكل خاص أن معامل التعليم موجب في نموذج الانحدار المراقب ، ولكنه سالب في نموذج الانحدار المبتور .

تفسير معاملات الانحدار المبتور

كما في نموذج Tobit ، يقيس معامل الانحدار الفردي التأثير الحدي لهذا المتغير على القيمة المتوسطة للمتغير التابع لجميع المشاهدات – أي ، بما في ذلك المشاهدات غير المدرجة . ولكن إذا أخذنا في الاعتبار فقط المشاهدات في العينة (المبتورة) ، عندئذ

يجب ضرب معامل الانحدار (الجزئي) في عامل أصغر من 1 . وبالتالي ، فإن التأثير الحدي للمتغير المستقل داخل حدود العينة يكون أصغر (في القيمة المطلقة) من قيمة معامل هذا المتغير ، كما هو الحال في نموذج Tobit .

جدول [11.6] تقدير ML لنموذج الانحدار المبتور

Dependent Variable: HOURS
Method: ML – Censored Normal (TOBIT) (Quadratic hill climbing)
Sample (adjusted): 1 428
Included observations: 428 after adjustments
Truncated sample
Left censoring (value) at zero
Convergence achieved after 6 iterations
QML (Huber/White) standard errors & covariance

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	1864.232	397.2480	4.692867	0.0000
AGE	−22.88776	7.616243	−3.006125	0.0027
EDUC	−50.79302	20.77250	−2.445205	0.0145
EXPER	73.69759	22.42240	3.286784	0.0010
EXPERSQ	−0.954847	0.575639	−1.658761	0.0972
FAMINC	0.036200	0.006947	5.210857	0.0000
KIDSLT6	−391.7641	193.4270	−2.025385	0.0428
HUSWAGE	−93.52777	19.11320	−4.893360	0.0000

Error Distribution

SCALE:C(9)	794.6310	56.36703	14.09744
0.0000			
Mean dependent var	1302.930	S.D. dependent var	776.2744
S.E. of regression	696.4534	Akaike info criterion	15.78988
Sum squared resid	2.03E+08	Schwarz criterion	15.87524
Log likelihood	−3370.035	Avg. log likelihood	−7.873913
Left censored obs	0	Right censored obs	0
Uncensored obs	428	Total obs	428

نموذج Tobit مقابل نموذج الانحدار المبتور

الآن ، بين نماذج الانحدار المراقبة والمبتورة ، ما هو الأفضل؟ نظرا لأن نموذج Tobit يستخدم مزيدًا من المعلومات (753 ملاحظة) من نماذج الانحدار المبتورة (428 ملاحظة) ، فمن المتوقع أن تكون التقديرات أكثر فعالية .[1]

(1) من الناحية الفنية ، هذا هو نتيجة لحقيقة أن دالة الامكان لـ Tobit هي مجموع دوال الامكان لنموذج الانحدار المبتور ودالة الامكان لـ probit .

11.4 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

ناقشنا في هذا الفصل طبيعة نماذج الانحدار المراقب . الأساس هنا هو مفهوم المتغير الكامن ، وهو متغير ، على الرغم من أنه جوهريًا ، قد لا يكون دائمًا قابلاً للملاحظة . وينتج عن ذلك نموذج مراقب لا تتوفر فيه بيانات عن المتغير التابع للعديد من المشاهدات ، على الرغم من أن البيانات عن المتغيرات التفسيرية متاحة لجميع المشاهدات .

في حالات مثل هذه تكون مقاييس OLS متحيزة وكذلك غير متسقة . وبافتراض أن حد الخطأ يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين ثابت ، يمكننا تقدير نماذج الانحدار المراقب من خلال طريقة الامكان الأعظم(ML) . إن التقديرات التي يتم الحصول عليها بهذه الطريقة تكون متسقة .

يجب تفسير معاملات الميل المقدرة بواسطة ML بشكل دقيق . على الرغم من أنه يمكننا تفسير معامل الميل على أنه يعطي التأثير الحدي لمتغير ما على القيمة المتوسطة للمتغير الكامن ، مع بقاء المتغيرات الأخرى ثابتة ، إلا أنه لا يمكننا تفسيره هكذا فيما يتعلق بالقيمة المشاهدة للمتغير الكامن . هنا علينا ضرب معامل الميل في احتمال مشاهدة المتغير الكامن . وهذا الاحتمال يعتمد على جميع المتغيرات التفسيرية ومعاملاتها . ومع ذلك ، فإن حزم البرامج الإحصائية الحديثة تفعل ذلك بسهولة نسبية .

أحد التحذيرات الرئيسية هو أن مقدرات ML متسقة فقط إذا كانت الافتراضات حول حد الخطأ صالحة . في حالات عدم ثبات التباين وأن حد خطأ لا يتبع التوزيع الطبيعي ، فإن مقدرات ML تكون غير متسقة . يجب وضع طرق بديلة في مثل هذه الحالات . بعض الحلول متوفرة في المؤلفات . ومع ذلك ، يمكننا حساب أخطاء معيارية *robust* ، كما يتضح من المثال الواقعي .

يختلف نموذج الانحدار المبتور عن نموذج الانحدار المراقب في أنه في الأول نلاحظ قيم المتغيرات المستقلة فقط إذا كان لدينا بيانات عن المتغير التابع . في نموذج الانحدار المراقب ، لدينا بيانات عن المتغيرات المستقلة لجميع قيم المتغير التابع ، بما في ذلك قيم المتغير التابع التي لم يتم رصدها أو مساواتها بالصفر أو مثل هذا الحد .

في الممارسة ، قد تكون نماذج الانحدار المراقب أفضل من نماذج الانحدار المبتورة لأننا في السابق قمنا بإدراج كل المشاهدات في العينة ، بينما في الأخير قمنا بإدراج المشاهدات فقط في العينة المبتورة .

وأخيرا ، حقيقة أن لدينا برامج لتقدير نماذج الانحدار المراقب لا يعني أن نماذج من نوع Tobit مناسب في جميع الحالات . يتم مناقشة بعض الحالات التي لا يتم فيها تطبيق مثل هذه النماذج في المراجع المذكورة في هذا الفصل .

تطبيقات Exercise

11.1 ادخل متغير مربع Faminc في كل من نماذج الانحدار المراقبة والمبتورة التي تمت مناقشتها في الفصل وقارن النتائج وعلق عليها .

11.2 قم بتوسيع النماذج التي تمت مناقشتها في هذا الفصل من خلال النظر في تأثيرات التفاعل ، على سبيل المثال ، التعليم ودخل الأسرة .

11.3 تشمل البيانات الواردة في جدول[11.1] متغيرات أكثر من المستخدمة في المثال التوضيحي لهذا الفصل ادرس ما إذا كان إضافة متغير أو أكثر للنموذج في الجدولين [11.4] و [11.6] يغير جوهريًا النتائج الواردة في هذه الجداول .

الفصل الثاني عشر

12 نمذجة بيانات العد : نماذج انحدار بواسون وذو الحدين السالب

Modeling count data: the Poisson and negative binomial regression models

في كثير من الظواهر يكون المتغير التابع من نوع العد ، مثل عدد الزيارات إلى حديقة الحيوان في سنة معينة ، وعدد براءات الاختراع التي تتلقاها الشركة في السنة ، وعدد الزيارات إلى طبيب الأسنان في السنة ، وعدد مخالفات السرعة التي تم استلامها خلال عام ، وعدد السيارات التي تمر عبر كشك رسوم مرور في فترة ، مثلا ، 5 دقائق ، وما إلى ذلك . المتغير الأساسي في كل حالة هو متغير منفصل ، يأخذ فقط عدد محدد غير سالب من القيم .

في بعض الأحيان ، تتضمن البيانات أيضًا حالات نادرة أو قليلة الحدوث ، مثل التعرض لصاعقة من البرق خلال فترة زمنية أو أسبوع ، والفوز ببرنامج Mega Lotto في غضون أسبوعين متتاليين ، ووقوع واحد أو أكثر من حوادث المرور لشخص ما خلال يوم واحد ، وعدد التعيينات في المحكمة العليا التي قام بها رئيس في عام واحد . بالطبع ، يمكن ذكر العديد من الأمثلة .

تتمثل إحدى الميزات الفريدة لكل هذه الأمثلة في أنها تأخذ عددًا محدودًا من القيم الصحيحة أو العدد غير السالب . ليس ذلك فحسب ، ففي كثير من الحالات يكون العدد صفرًا للعديد من المشاهدات . لاحظ أيضًا أنه يتم قياس كل مثال عد على مدى فترة زمنية معينة محددة . لنمذجة مثل هذه الظواهر ، نحتاج إلى توزيع احتمالي يأخذ بعين الاعتبار الخصائص الفريدة لبيانات العد . أحد هذه التوزيعات الاحتمالية هو توزيع بواسون الاحتمالي . وتعرف نماذج الانحدار القائمة على هذا التوزيع الاحتمالي هذا باسم نماذج انحدار بواسون (PRM) . البديل لـ PRM هو نموذج انحدار ذو الحدين السالب (NBRM) ، والذي يستند إلى توزيع ذي الحدين السالب الاحتمالي ويستخدم لعلاج بعض أوجه القصور في PRM . في ما يلي نناقش أولا PRM ومن ثم نعرض NBRM .

12.1 مثال توضيحي

قبل أن نناقش آليات PRM ، نعرض مثالا واقعيا .

براءات الاختراع ونفقات البحث والتطوير

من الأمور ذات الأهمية الكبيرة لطلاب المنظمة الصناعية هي طبيعة العلاقة بين عدد براءات الاختراع المتلقاة والإنفاق على البحث والتطوير (R&D) من قبل شركات التصنيع . لاستكشاف هذه العلاقة ، يقدم جدول [12.1] (المتاح على الموقع الالكتروني المرفق) بيانات عن عدد براءات الاختراع التي تلقتها عينة من 181 شركة تصنيع دولية ومبلغ نفقات البحث والتطوير الخاصة بها لسنة 1990 .[1] كما يعرض الجدول متغيرات وهمية تمثل خمسة صناعات رئيسية – الفضاء الجوي والكيمياء والحواسيب والآلات والأدوات ، والسيارات ؛ والغذاء والوقود ، والمعادن وغيرها هي الفئة المرجعية . كما يرد في الجدول متغيران وهميان لدولتين كبيرتين ، اليابان والولايات المتحدة الأمريكية ، ومجموعة المقارنة هي الدول الأوروبية . يتم التعبير عن متغير R&D في شكل لوغاريتمي ، حيث إن الأرقام الخاصة بالصناعات الفردية تختلف بشكل كبير .

إذا فحصنا بيانات براءة الاختراع سنرى أنها تختلف بشكل كبير ، من مستوى منخفض 0 إلى أعلى 900 . ولكن معظمها في الطرف الأدنى .

هدفنا هو تحديد تأثير البحث والتطوير وفئة الصناعة والبلدين على وسط أو متوسط عدد براءات الاختراع التي تلقتها 181 شركة .[2] كنقطة انطلاق ، لأغراض المقارنة ، لنفترض أننا نوفق نموذج الانحدار الخطي (LRM) ، انحدار براءات الاختراع ، على لوغاريتم (LR90) R&D ، والمتغيرات الوهمية الخمسة للصناعة والمتغيرات الوهمية للدول . تعرض نتائج انحدار OLS في جدول [12.2] .

(1) يتم الحصول على هذه البيانات من موقع :
Marno erbeek,*AGuide to Modern Econometrics*, 3rd edn, Join Wiley &Sons, UK, 2008, but the original source is: M. Cincera, Patents, R&D, and technological spillovers at the firm level: some evidence from econometric count models for panel data. *Journal of AppliedEconometrics*, vol. 12, pp. 265–80, 1997.
يمكن تنزيل البيانات من محفوظات: *the Journal of Applied Econometrics*

(2) تذكر أننا في معظم تحليلات الانحدار نحاول شرح القيمة المتوسطة للمتغير التابع وعلاقته بالمتغيرات التفسيرية أو المتغيرات المستقلة .

جدول [12.2] تقديرات OLS لبيانات براءات الاختراعات

Dependent Variable: P90
Method: Least Squares
Sample: 1 181
Included observations: 181

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-250.8386	55.43486	-4.524925	0.0000
LR90	73.17202	7.970758	9.180058	0.0000
AEROSP	-44.16199	35.64544	-1.238924	0.2171
CHEMIST	47.08123	26.54182	1.773851	0.0779
COMPUTER	33.85645	27.76933	1.219203	0.2244
MACHINES	34.37942	27.81328	1.236079	0.2181
VEHICLES	-191.7903	36.70362	-5.225378	0.0000
JAPAN	26.23853	40.91987	0.641217	0.5222
US	-76.85387	28.64897	-2.682605	0.0080

R-squared	0.472911	Mean dependent var	79.74586
Adjusted R-squared	0.448396	S.D. dependent var	154.2011
S.E. of regression	114.5253	Akaike info criterion	12.36791
Sum squared resid	2255959.	Schwarz criterion	12.52695
Log likelihood	-1110.296	Durbin-Watson stat	1.946344
F-statistic	19.29011	Prob(F-statistic)	0.000000

ملاحظة : P(90) هو عدد براءات الاختراع التي تم استلامها في 1990 و LR (90) هي لوغاريتم نفقات R&D في 1990 . المتغيرات الأخرى تفسر نفسها .

كما هو متوقع ، هناك علاقة طردية بين عدد براءات الاختراع المستلمة ونفقات البحث والتطوير ، والتي تعتبر ذات معنوية إحصائية عالية . وبما أن متغير البحث والتطوير يكون في الشكل اللوغاريتمي ومتغير براءة الاختراع في الشكل الخطي ، فإن معامل البحث والتطوير 73.17 يدل على أنه إذا زاد الإنفاق على البحث والتطوير بنسبة 1% ، فإن متوسط عدد البراءات المستلمة سيزداد بنحو 0.73 ، مع افتراض ثبات باقي المتغيرات .[1]

(1) تذكر مناقشتنا حول النماذج شبه اللوغاريتمية في فصل 2 .

من المتغيرات الوهمية الصناعية ، فقط المتغيرات الوهمية الخاصة بصناعات الكيمياء والمركبات ذات معنوية إحصائية : بالمقارنة مع الفئة المرجعية ، فإن متوسط مستوى البراءات الممنوحة في صناعة الكيمياء أعلى بمقدار 47 براءة ومتوسط مستوى البراءات الممنوحة في صناعة السيارات أقل بمقدار 192 . من المتغيرات الوهمية للدول ، المتغير الوهمي لدولة أمريكيا ذو معنوية إحصائية ، ولكن قيمته حوالي ‎−77‎ تشير إلى أن الشركات الأمريكية في المتوسط تلقت براءات اختراع أقل من المجموعة الأساسية بمقدار 77 براءة .

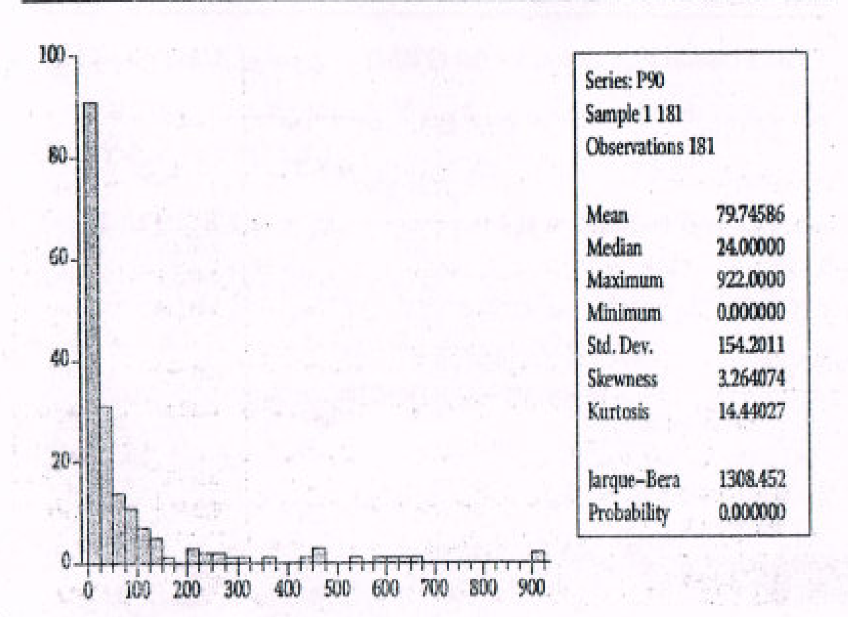
جدول [12.3] تبويب البيانات الخام لبراءات الاختراع

Tabulation of P90
Sample: 1 181
Included observations: 181
Number of categories: 5

# Patents	Count	Percent	Cumulative Count	Cumulative Percent
[0, 200)	160	88.40	160	88.40
[200, 400)	10	5.52	170	93.92
[400, 600)	6	3.31	176	97.24
[600, 800)	3	1.66	179	98.90
[800, 1000)	2	1.10	181	100.00
Total	181	100.00	181	100.00

ومع ذلك ، قد لا يكون انحدار OLS مناسبًا في هذه الحالة لأن عدد براءات الاختراع الممنوحة لكل شركة في السنة يكون عادة صغيرًا ، على الرغم من حصول بعض الشركات على عدد كبير من براءات الاختراع . ويمكن ملاحظة ذلك بوضوح أكبر إذا قمنا بتبويب البيانات الخام (جدول [12.3]) .

يتضح من هذا الجدول أن غالبية الشركات التي حصلت على أقل من 200 براءة ؛ في الواقع أقل بكثير من هذا الرقم . يمكن أيضًا رؤية هذا من الرسم البياني للمدرج التكراري للشكل 12.1 التالي .



شكل 12.1 المدرج التكراري للبيانات الخام

يُظهر هذا الرسم البياني التوزيع شديد الالتواء لبيانات البراءة ، والتي يمكن تأكيدها من خلال معامل الالتواء ، الذي يبلغ حوالي 3.3 ، ومعامل التفرطح هو حوالي 14 . تذكر أنه بالنسبة للمتغير الذي يتبع التوزيع الطبيعي ، فإن معامل الالتواء هو صفر والتفرطح هو 3 . إحصاءات Jarque – Bera (JB) ترفض بوضوح الفرض القائل بأن براءات الاختراع يتم توزيعها بشكل طبيعي . تذكر أنه في العينات الكبيرة يتبع احصاء JB توزيع مربع كاي مع 2 من درجات الحرية . في الحالة الحالية ، تكون القيمة المقدرة 1,308 كبيرة بحيث يكون احتمال الحصول على هذه القيمة أو أكبر يساوي الصفر عمليا .

ومن الواضح أنه لا يمكننا استخدام التوزيع الاحتمالي الطبيعي لنمذجة بيانات عد . غالباً ما يستخدم توزيع بواسون الاحتمالي(PPD) Poisson لعمل نموذج لبيانات العد ، خاصة لنمذجة بيانات العد النادرة أو قليلة الحدوث . كيفية عمل ذلك يتم شرحه أدناه .

12.2 نموذج انحدار بواسون The Poisson regression model (PRM)

إذا كان المتغير العشوائي المنفصل Y يتبع توزيع بواسون Poisson ، تكون دالة الكثافة الاحتمالية (PDF) كما يلي :

$$f(Y|y_i) = \Pr(Y = y_i) = \frac{e^{-\lambda_i}\lambda_i^{y_i}}{y_i!} \quad , y_i = 0,1,2 \ldots \quad (12.1)$$

حيث يشير $f(Y|y_i)$ إلى احتمال أن المتغير العشوائي المنفصل Y يأخذ قيمة عدد صحيح غير سالبة y_i ، وحيث $y_i!$ (تقرأ مضروب y_i) وتساوي :

$$y! = y\times(y-1)\times(y-2)\times\ldots\times 2\times1$$

مع : $0! = 1$

وحيث λ هي معلمة توزيع بواسون .

لاحظ أن توزيع بواسون له معلمة واحدة ، λ ، على عكس التوزيع الطبيعي الذي يحتوي على معلمتين ، متوسط وتباين .

ويمكن إثبات أن :

$$E(y_i) = \lambda_i \quad (12.2)$$

$$var(y_i) = \lambda_i \quad (12.3)$$

تتمثل إحدى الخصائص الفريدة لتوزيع Poisson في أن متوسط وتباين المتغير الذي يتبع توزيع بواسون هو نفسه . هذه الخاصية ، والمعروفة باسم (تساوي التشتت) equidispersion ، هي خاصية تقييدية لتوزيع بواسون ، لأن تباين متغيرات العد غالباً ما يكون أكبر من متوسطه . الخاصية الأخيرة تسمى (زيادة التشتت) overdispersion .

يمكن كتابة نموذج انحدار بواسون على النحو التالي :

$$y_i = E(y_i) + u_i = \lambda_i + u_i \quad (12.4)$$

حيث يتم توزيع ys بشكل مستقل كمتغيرات بواسون العشوائية مع متوسط λ_i لكل فرد ، ويعبر عنه على أنه :

$$\lambda_i = E(y_i|X_i) - \exp[B_1 + B_2X_{2i} + \cdots + B_kX_{ki}]$$
$$= \exp(BX) \quad (12.5)$$

حيث $\exp(BX)$ تعني e مرفوعة إلى قوة الصيغة BX ، الحد الأخير يكون الصيغة المختصرة للانحدار المتعدد الموضح في الأقواس .

المتغيرات X هي المتغيرات المستقلة التي قد تحدد القيمة المتوسطة للمتغير التابع . لذلك ، بحكم الواقع ، فإنها تحدد أيضًا قيمة التباين إذا كان نموذج بواسون مناسبًا . على سبيل المثال ، إذا كان متغير العدد الخاص بنا هو عدد الزيارات إلى حديقة حيوانات برونكس في نيويورك في سنة معينة ، فإن هذا الرقم سيعتمد على متغيرات مثل دخل الزائر ، وسعر الدخول ، والمسافة من المتحف ، ورسوم مواقف السيارات .

بأخذ القيمة الأسية لـ BX فإن ذلك يضمن أن القيمة المتوسطة لمتغير العد ، λ ، ستكون موجبة . لأغراض التقدير ، يمكن كتابة نموذجنا كما يلي :

$$\Pr([Y = y_i|X]) = \frac{e^{-\lambda}\lambda_i^{y_i}}{y_i!}$$
$$= \frac{e^{-BX}\lambda_i^{y_i}}{y_i!}, \quad y_i = 0,1,2 \ldots \quad (12.6)$$

هذا النموذج غير خطي في المعلمات ، مما يتطلب تقدير الانحدار غير الخطي . يمكن انجاز هذا من خلال طريقة الامكان الأعظم (ML) . لن نناقش تفاصيل تقدير (ML) في سياق نموذج انحدار بواسون ، لأن التفاصيل فنية إلى حد ما ويمكن العثور عليها في المراجع .[1] ومع ذلك ، يتم تقديم مناقشة إرشادية حول ML في الملحق الخاص بالفصل الأول .

سوف نقدم أولا تقديرات ML لبيانات براءات الاختراع ثم نناقش النتائج وبعض القيود على النموذج ؛ انظر جدول [12.4] .

وبالتالي ، فإن القيمة المتوسطة المقدرة للشركة ith تكون :

$$\hat{\lambda}_i = e^{\hat{B}X} = \exp[-0.74 + 0.86LR90_i - 0.79Aerospi + 0.77Chemist_i$$
$$+0.46\,Computer_i + 0.64\,Machines_i - 1.50Vehicles_i$$
$$- 0.0038Japan_i - 0.41US_i] \quad (12.7)$$

(1) المرجع يمكن الوصول إليه هو :
J. Scott Long, Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables, Sage Publications, Thousand Oaks, California, 1997.

التحويل اللوغاريتمي لمعادلة (12.7) يعطي : (12.8)

$$\ln \hat{\lambda}_t=\hat{B}X= -0.74+ 0.86LR90_i -0.79Aerospi + 0.77Chemist_i +0.46\ Computer_i +0.64\ Machines_i -1.50Vehicles_i - 0.0038Japan_i - 0.41US_i \quad (12.7)$$

تفسير النتائج

أولا ، لاحظ أنه في النماذج غير الخطية مثل PRM ، R^2 ليست ذات مغزى خاص . نسبة الامكان LR ، إحصاء مهمة . إن قيمتها في المثال الحالي هي 21,482 ، وهي معنوية للغاية لأن قيمة p الخاصة بها ، أو مستوى معنويتها الدقيق ، هو صفر عمليا . وهذا يشير إلى أن المتغيرات التفسيرية مهمة بشكل جماعي في تفسير المتوسط الشرطي للبراءات ، وهو λ_t .

طريقة أخرى لبيان هذا وهو مقارنة دالة لوغاريتم الامكان المقيدة مع دالة لوغاريتم الامكان غير المقيدة . تُقدّر القيمة الأولى تحت فرض أنه لا توجد متغيرات تفسيرية في النموذج باستثناء الحد الثابت ، في حين أن الأخير يشمل المتغيرات التفسيرية . بما أن LR المقيد هو 15,822− و LR غير المقيد هو 5,081− ، يكون العدد الأخير أكبر (أي أقل سالبية) من الأول .[1] بما أن الهدف من ML هو تعظيم دالة الامكان ، يجب أن نختار النموذج غير المقيد ، أي ، النموذج الذي يتضمن المتغيرات التفسيرية في الجدول أعلاه .

(1) كما هو مبين في ملحق فصل 1 ، يحسب إحصاء LR ك : 2(ULLF – RLLF) ، حيث ULLF و RLLF هي دوال لوغاريتم الامكان غير المقيدة والمقيدة . يتبع إحصاء LR توزيع مربع كاي مع df تساوي عدد القيود المفروضة من قبل فرض العدم : سبعة في المثال الحالي . بالنسبة لمثالنا ، $\lambda=2[-5081 - (-15,822)] = 21,482.10$ ، وهي القيمة في الجدول [12.4] .

جدول [12.4] نموذج بواسون لبيانات براءات الاختراعات (تقدير ML)

Dependent Variable: P90
Method: ML/QML – Poisson Count (Quadratic hill climbing)
Sample: 1 181
Included observations: 181
Convergence achieved after 6 iterations
Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	−0.745849	0.062138	−12.00319	0.0000
LR90	0.865149	0.008068	107.2322	0.0000
AEROSP	−0.796538	0.067954	−11.72164	0.0000
CHEMIST	0.774752	0.023126	33.50079	0.0000
COMPUTER	0.468894	0.023939	19.58696	0.0000
MACHINES	0.646383	0.038034	16.99479	0.0000
VEHICLES	−1.505641	0.039176	−38.43249	0.0000
JAPAN	−0.003893	0.026866	−0.144922	0.8848
US	−0.418938	0.023094	−18.14045	0.0000

R-squared	0.675516	Mean dependent var	79.74586
Adjusted R-squared	0.660424	S.D. dependent var	154.2011
S.E. of regression	89.85789	Akaike info criterion	56.24675
Sum squared resid	1388804	Schwarz criterion	56.40579
Log likelihood	−5081.331	LR statistic	21482.10
Restr. log likelihood	−15822.38	Prob(LR statistic)	0.000000
Avg. log likelihood	−28.07365		

ملاحظة : LR90 هو لوغاريتم نفقات D&R في 1990

لنفسر الآن المعاملات المقدرة في معادلة (12.8) . يشير المعامل LR90 البالغ 0.86 إلى أنه إذا زاد الإنفاق على البحث والتطوير بنسبة 1% ، فإن متوسط عدد البراءات الممنوحة للشركة سيزداد بنسبة 0.86% تقريبًا . (لاحظ أن الإنفاق على البحث والتطوير يتم التعبير عنه بشكل لوغاريتمي) . وبعبارة أخرى ، فإن مرونة البراءات الممنوحة فيما يتعلق بنفقات البحث والتطوير تبلغ حوالي 0.86% (انظر معادلة (12.8)) .

ما هو تفسير معامل الآلات الوهمي 0.6464 ؟ من الفصل الثاني ، نعرف كيفية

تفسير المعامل الوهمي في نموذج شبه لوغاريتمي . متوسط عدد براءات الاختراع في صناعة الآلات أعلى بمقدار :

$$100[e^{0.6464}-1]=100(1.9086-1)=90.86\%$$

مقارنة بفئة المقارنة . بطريقة مماثلة ، فإن المعامل الوهمي لدولة أمريكيا البالغ 0.4189– يعني أن متوسط عدد براءات الاختراع في الولايات المتحدة أقل بمقدار :

$$100[e^{-0.4189}-1]=100(0.6577-1)=-34.23\%\ .$$

مقارنةً بالمجموعة الأساسية .

إذا فحصنا النتائج الواردة في جدول [12.4] ، فسنرى أنه ، فيما عدا المتغير الوهمي لدولة اليابان ، تكون المتغيرات الأخرى ذات معنوية إحصائية عالية .

التأثير الحدي للمتغيرات المستقلة

الطريقة الأخرى لتفسير هذه النتائج هو العثور على التأثير الحدي للمتغير المستقل على متوسط قيمة متغير العد ، عدد براءات الاختراع في مثالنا .

ويمكن توضيح أن التأثير الحدي لمتغير مستقل مستمر ، مثلا X_k ، على هذه القيمة المتوسطة هو

$$\frac{\partial E(y_i|X_K)}{\partial X_K}=e^{BX}B_K=E(y_i|X_K)B_K \qquad (12.9)$$ [1]

كما توضح معادلة (12.9) لا يعتمد التأثير الحدي للمتغير المستقل X_K على معامل B_K فقط ولكن أيضًا على القيمة المتوقعة لـ Y (= P90) ، والتي تعتمد على قيم جميع المتغيرات المستقلة في النموذج . بما أن لدينا 181 مشاهدة ، سيكون علينا القيام بهذا الحساب لكل مشاهدة . من الواضح أن هذه مهمة شاقة . من الناحية العملية ، يتم حساب التأثير الحدي في القيم المتوسطة للمتغيرات المستقلة المختلفة . الحزم الإحصائية *Stata* والحزم الإحصائية الأخرى لها إجراءات روتينية لحساب التأثير الحدي للمتغيرات المستقلة المستمرة .

ماذا بخصوص حساب التأثير الحدي للمتغيرات المستقلة الوهمية؟

(1) باستخدام قاعدة السلسلة في التفاضل والتكامل، نحصل على:
$\partial E(Y|X)/\partial X_k=(\partial e^{XB}/\partial XB).(\partial XB/\partial X_k)=e^{XB}B_k$.
تذكر أن مشتقة الدالة الأسية هو الدالة الأسية نفسها.

بما أن المتغير الوهمي يأخذ قيمة 1 و صفر ، فإننا لا نستطيع أن نفاضل λ_i فيما يتعلق بالمتغير الوهمي . ومع ذلك ، يمكننا حساب النسبة المئوية للتغير في متوسطات البراءات التي تم الحصول عليها من خلال الأخذ في الاعتبار النموذج عندما يأخذ المتغير الوهمي القيمة 1 وعندما يأخذ قيمة 0 .[1]

حساب الاحتمالات المقدرة

كيف تحسب احتمال الحصول على m براءة اختراع ، مثلاً ، بمعلومية قيم المتغيرات المستقلة؟ يمكن الحصول على هذا الاحتمال من معادلة (12.6) كـ :

$$\Pr(Y_i=m|X)=\frac{\exp(-\hat{\lambda}_i)\hat{\lambda}_i^m}{m!},\quad m=0,1,,\ldots \quad (12.10)$$

حيث $\hat{\lambda}=\widehat{BX}$.

من حيث المبدأ ، يمكننا حساب هذه الاحتمالات لكل مشاهدة لكل قيمة m أو للقيم m التي نهتم بها . بالطبع ، هذه حسابات مملة . يمكن لبرامج مثل *Stata* أن يحسب هذه الاحتمالات بسهولة نسبية .

12.3 محددات نموذج انحدار بواسون

Limitation of the Poisson regression model

لا ينبغي قبول نتائج انحدار Poisson لبراءة الاختراع و R&D الواردة في جدول [12.4] بالقيم الظاهرية . الأخطاء المعيارية للمعاملات المقدرة الواردة في هذا الجدول لا تكون صالحة إلا إذا كان افتراض توزيع بواسون الذي يستند إليه النموذج المقدّر صحيحًا . بما أن PPD يفترض أن الوسط الشرطي والتباين الشرطي للتوزيع ، مع الأخذ في الاعتبار قيم المتغيرات المستقلة X ، هي نفسها ، فمن الأهمية بمكان أن نتحقق من هذا الافتراض : افتراض وجود تساوي للتشتت equidispersion .

إذا كان هناك زيادة في التشتت overdispersion ، فإن تقديرات PRM ، على الرغم من كونها متسقة تكون غير كفء مع أخطاء معيارية تكون متحيزة للأسفل . إذا كانت هذه هي الحالة ، يتم تضخيم قيم Z المقدرة ، وبالتالي المبالغة في تقدير المعنوية الإحصائية للمعاملات المقدرة .

(1) للحصول على التفاصيل، راجع: Long, *op cit*.

باستخدام الإجراء الذي اقترحه Cameron and Trivedi ، والمدمج في *Eviews* ، يمكن اختبار فرض تساوي التشتت على النحو التالي :

1 – تقدير نموذج انحدار بواسون ، كما هو مبين في جدول [12.4] ، والحصول على القيمة المتنبأ بها للمتغير التابع ، $\hat{P90}_i$.

2 – اطرح القيمة المتنبأ بها $\hat{P90}_i$ من القيمة الفعلية $P90_i$ ، للحصول على البواقي ، $e_i = P90_i - \hat{P90}_i$

3 – قم بتربيع البواقي ثم طرحها من $P90_i$ أي $e_i^2 - P90_i$.

4 – اجري انحدارا للنتيجة من الخطوة 3 على $\hat{P90}_i^2$.

5 – إذا كان معامل الانحدار في هذا الانحدار ذو معنوية إحصائية ، نرفض فرض equidispersion . في هذه الحالة ، رفض نموذج بواسون .

6 – إذا كان معامل الانحدار في الخطوة 5 موجبًا وذو دلالة إحصائية ، فهناك زيادة في التشتت overdispersion . وإذا كان سالبا ، فهناك نقص في التشتت . في أي حال ، رفض نموذج بواسون . غير أنه إذا كان هذا المعامل غير معنوي إحصائيا ، فلا نحتاج إلى رفض PRM .

باستخدام هذا الإجراء ، حصلنا على النتائج الواردة في جدول [12.5] . بما أن معامل الانحدار في هذا الانحدار موجب وذو معنوية إحصائية ، يمكننا أن نرفض افتراض بواسون لـ equidispersion . في الواقع ، تظهر النتائج الزيادة في التشتت .[1] لذلك فإن الأخطاء المعيارية المسجلة في جدول [12.4] غير موثوقة . في الواقع أنها تقلل من شأن الأخطاء المعيارية الحقيقية .

(1) هذا الاختبار صالح أيضًا لنقص التشتت underdispersion ، وفي هذه الحالة يكون معامل الانحدار سالبًا . أي أن التباين الشرطي يكون أقل من المتوسط الشرطي ، الذي ينتهك أيضا افتراض بواسون .

جدول [12.5] اختبار تساوي التشتت لنمزذج بواسون

Dependent Variable: (P90-P90F)^2-P90
Method: Least Squares
Sample: 1 181
Included observations: 181

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
P90F^2	0.185270	0.023545	7.868747	0.0000

R-squared	0.185812	Mean dependent var	7593.204
Adjusted R-squared	0.185812	S.D. dependent var	24801.26
S.E. of regression	22378.77	Akaike info criterion	22.87512
Sum squared resid	9.01E+10	Schwarz criterion	22.89279
Log likelihood	-2069.199	Durbin-Watson stat	1.865256

Note: P90F is the predicted value of P90 from Table 12.4 and P90F^2 = P90F squared.

هناك طريقتان لتصحيح الأخطاء المعيارية في جدول [12.4] : أحدهما باستخدام طريقة تقدير شبه الإمكان الأعظم **quasi-maximum likelihood estimation** **(QMLE)** والأخرى من خلال طريقة النموذج الخطي المعمم **generalized linear model (GLM)** . والرياضيات التي تكمن وراء هذه الأساليب معقدة ، ولذا فإننا لن نسعى وراءها . ولكننا سنسجل الأخطاء المعيارية المحسوبة بواسطة هاتين الطريقتين إلى جانب الأخطاء المعيارية الواردة في جدول [12.4] حتى يتمكن القارئ من رؤية الاختلافات في الأخطاء المعيارية المقدرة . في جميع الحالات تبقى تقديرات معاملات الانحدار كما هي في جدول [12.4] .

لكن قبل أن نفعل ذلك ، يمكن ملاحظة أنه على الرغم من أن QMLE يكون robust تجاه الخطأ في توصيف التوزيع الشرطي للمتغير التابع ، P90 في مثالنا إلا أنه لا يمتلك أي خصائص كفاءة ، في حين أن GLM تصحح مباشرة زيادة التشتت overdispersion ويمكن بالتالي أن تكون أكثر موثوقية .

كما يمكنك أن ترى من الجدول [12.6] ، الأخطاء المعيارية الموضحة في جدول [12.4] ، والتي يتم الحصول عليها من خلال طريقة الإمكان الأعظم ، تقلل من قيمة الأخطاء المعيارية بشكل كبير ، وبالتالي تضخيم قيم Z المقدرة بقدر كبير . وتبين الطريقتان الأخريان أنه في حالات عديدة ، تكون المتغيرات المستقلة غير معنوية إحصائيا ، مما يبين إلى أي مدى قلل تقدير MLE من الأخطاء المعيارية .

جدول [12.6]مقارنة بين الأخطاء المعيارية (SE) لـ MLE و QMLE و GLM لمثال براءات الاختراع

Variable	MLE SE (Table12.4)	QMLE SE	GLM SE
Constant	0.0621 (−12.0031)	0.6691 (−1.1145)	0.4890 (−1.5250)
LR90	0.0080 (107.2322)	0.0847 (10.2113)	0.0635 (13.6241)
ARROSP	0.0679 (−11.7210)	0.3286 (−2.42350)	0.5348 (−1.4892)
CHEMIST	0.0231 (33.5007)	0.2131 (3.6350)	0.1820 (4.2563)
COMPUTER	0.0239 (19.5869)	0.2635 (1.7791)	0.1884 (2.4885)
MACHINES	0.0380 (16.9947)	0.3910 (1.6568)	0.2993 (2.1592)
VEHICLES	0.0391 (−38.4324)	0.2952 (−5.0994)	0.3083 (−4.8829)
Japan	0.0268 (−0.1449)	0.3259 (−0.0119)	0.2114 (−0.0184)
US	0.0230 (−18.1405)	0.2418 (−1.7318)	0.1817 (−2.3047)

ملاحظة : الأرقام بين الأقواس هي قيم Z المقدرة

النقطة الرئيسية التي ينبغي ملاحظتها هي أنه إذا استخدم نموذج انحدار بواسون ، فيجب إخضاعه لاختبارات overdispersion ، كما في جدول [12.5] . إذا أظهر الاختبار زيادة التشتت ، فيجب تصحيح الأخطاء المعيارية على الأقل عن طريق QMLE و GLM .

إذا لم يكن من الممكن الحفاظ على افتراض equidispersion الكامن في PRM ، وحتى إذا صححنا الأخطاء المعيارية التي تم الحصول عليها بواسطة ML ، كما في جدول [12.6] ، قد يكون أفضل البحث عن بدائل PRM . أحد هذه البدائل هو

نموذج انحدار ذو الحدين السالب **Negative Binomial Regression Model (NBRM)** ، والذي يعتمد على التوزيع الاحتمالي ذو الحدين السالب (NBPD) .(1)

12.4 نموذج انحدار ذو الحدين السالب (NBRM)

The Negative Binomial Regression Model (NBRM)

تعتبر المساواة المفترضة بين متوسط وتباين المتغير العشوائي الذي يتبع توزيع Poisson أحد أوجه القصور الرئيسية في PRM . بالنسبة لـ NBPD ، يمكن توضيح أن :

$$\sigma^2 = \mu + \frac{\mu^2}{r}; \quad \mu > 0, r > 0 \qquad (12.11)$$

حيث σ^2 هو التباين ، μ هو المتوسط و r هي معلمة النموذج .(2)

توضح معادلة (12.11) أنه بالنسبة لـ NBPD يكون التباين دائمًا أكبر من المتوسط ، على النقيض من PDF لتوزيع Poisson والتي يتساوى فيها المتوسط والتباين . تجدر الإشارة إلى أن $r \rightarrow \infty$ و $p \rightarrow 1$ تقترب NBPD من صيغة PDF لتوزيع Poisson ، بافتراض أن μ يظل ثابتا . ملاحظة : p هو احتمال النجاح .

بسبب الخاصية (12.11) ، يكون NBPD أكثر ملاءمة لبيانات العد من PPD .

باستخدام *Eviews6* حصلنا على جدول [12.7] . إذا قارنا هذه النتائج الخاصة بانحدار ذو الحدين السالب الوارد في جدول [12.7] مع تلك الخاصة بانحدار بواسون في جدول [12.4] ، سنرى مرة أخرى الاختلافات في الأخطاء المعيارية المقدرة .

(1) ارجع لأي كتاب عن الاحتمالات لمعرفة المزيد عن التوزيع الاحتمالي ذي الحدين السالب . يكفي أن نقول هنا أنه في توزيع ذي الحدين الاحتمالي ، نبحث عن عدد مرات النجاح r ، في عدد تجارب n ، حيث احتمال النجاح هو p . في التوزيع الاحتمالي ذي الحدين السالب ، نبحث عن عدد حالات الفشل قبل تحقيق نجاح rth في n تجربة ، حيث يكون احتمال النجاح هو p .

(2) بالنسبة لـ NBPD تكون المعلمات p (احتمال النجاح) و r (عدد مرات النجاح) ، نفس المعايير التي استخدمها PDF لتوزيع ذو الحدين .

جدول [12.7] تقدير NBRM لبيانات براءات الاختراع

Dependent Variable: P90
Method: ML – Negative Binomial Count (Quadratic hill climbing)
Sample: 1 181
Included observations: 181
Convergence achieved after 6 iterations
Covariance matrix computed using second derivatives

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	−0.407242	0.502841	−0.809882	0.4180
LR90	0.867174	0.077165	11.23798	0.0000
AEROSP	−0.874436	0.364497	−2.399022	0.0164
CHEMIST	0.666191	0.256457	2.597676	0.0094
COMPUTER	−0.132057	0.288837	−0.457203	0.6475
MACHINES	0.008171	0.276199	0.029584	0.9764
VEHICLES	−1.515083	0.371695	−4.076142	0.0000
JAPAN	0.121004	0.414425	0.291981	0.7703
US	−0.691413	0.275377	−2.510791	0.0120

Mixture Parameter				
SHAPE:C(10)	0.251920	0.105485	2.388217	0.0169
R-squared	0.440411	Mean dependent var	79.74586	
Adjusted R-squared	0.410959	S.D. dependent var	154.2011	
S.E. of regression	118.3479	Akaike info criterion	9.341994	
Sum squared resid	2395063.	Schwarz criterion	9.518706	
Log likelihood	−835.4504	Hannan-Quinn criter.	9.413637	
Restr. log likelihood	−15822.38	LR statistic	29973.86	
Avg. log likelihood	−4.615748	Prob(LR statistic)	0.000000	

على ذكر ذلك، تعطي معلمة الشكل الواردة في الجدول تقديراً لمدى تجاوز التباين الشرطي للمتوسط الشرطي. معلمة الشكل تساوي اللوغاريتم الطبيعي للتباين، ($\ln \lambda_i$). من خلال أخذ اللوغاريتم العكسي من هذا، نحصل على 1.2864، مما يوحي بأن التباين (الشرطي) أكبر بحوالي 0.28 من المتوسط الشرطي.

12.5 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

ناقشنا في هذا الفصل نموذج انحدار بواسون والذي يستخدم في كثير من الأحيان لنمذجة بيانات العد. يستند PRM على توزيع بواسون الاحتمالي Poisson. ومن الخصائص الفريدة لـ PPD أن متوسط متغير بواسون هو نفس تباينه. وهذه أيضًا ميزة تقييدية لـPPD.

استخدمنا بيانات براءة الاختراع لـ 181 شركة تصنيع لعام 1990 عن عدد براءات الاختراع التي تلقتها كل شركة مع معلومات عن نفقات البحث والتطوير التي تتكبدها هذه الشركات، والصناعة التي تعمل فيها هذه الشركات (التي تمثلها المتغيرات الوهمية) ومتغيرين وهميين لدولتين كبيرتين، اليابان والولايات المتحدة الأمريكية.

ولأن PRM هو نموذج غير خطي، قمنا بتقديره بطريقة الإمكان الأعظم. كانت جميع المتغيرات ذات معنوية إحصائية باستثناء المتغير الوهمي اليابان.

ولكن قد لا تكون هذه النتائج موثوقة بسبب الافتراض التقييدي لـ PPD أن متوسطه وتباينه يكون واحدا. في معظم التطبيقات العملية لـPRM، يميل التباين إلى أن يكون أكبر من المتوسط. هذه هي حالة زيادة التشتت overdispersion.

استخدمنا اختبارًا اقترحه Cameron and Trivedi لاختبار overdispersion ووجدنا أن بياناتنا كانت بالفعل overdispersion.

لتصحيح overdispersion، استخدمنا طرق تقدير شبه الإمكان الأعظم (QMLE) والنموذج الخطي المعمم (GLM). كلا الطريقتين صححت الأخطاء المعيارية في PRM، والتي قدرت بواسطة طريقة الإمكان الأعظم (ML). نتيجة لهذه التصحيحات، فقد وجد أن العديد من الأخطاء المعيارية في PRM تم التقليل منها بشدة، مما أدى إلى تضخم المعنوية الإحصائية للمتغيرات المستقلة المختلفة. في بعض الحالات، وجد أن المتغيرات المستقلة غير معنوية إحصائيا، في تناقض قوي مع تقديرات PRM الأصلية.

لأن نتائجنا أظهرت زيادة التشتت، استخدمنا نموذج بديل، نموذج انحدار ذو الحدين السالب (NBRM). من مزايا نموذج NBRM أنه يسمح بزيادة التشتت ويوفر أيضًا تقديرًا مباشرًا لمدى الزيادة في تقدير التباين. أظهرت نتائج NBRM أيضًا أن أخطاء PRM المعيارية الأصلية تم التقليل من شأنها في العديد من الحالات.

تطبيقات Exercise

12.1 يعطي جدول [12.1] أيضًا بيانات عن براءات الاختراع والمتغيرات الأخرى لعام 1991 . كرر التحليل الذي تمت مناقشته في هذا الفصل باستخدام بيانات عام 1991 .

12.2 يقدم جدول [12.8] (انظر الموقع الإلكتروني المرفق) بيانات حول الشؤون خارج نطاق الزواج لـ 601 شخص ويتم الحصول عليها من موقع :

Professor Ray Fair's website:

http://fairmodel.econ.yale.edu/rayfair/pdf/1978ADAT.ZIP

تتكون البيانات من :

y = عدد الشؤون في السنة الماضية

z1 = الجنس

z2 = العمر

z3 = عدد سنوات الزواج

z4 = عدد الأطفال

z5 = الديانة

z6 = التعليم

z7 = المهنة

z8 = التقييم الذاتي للزواج .

ادرس إذا كان نموذج انحدار بواسون و/ أو نموذج انحدار ذو الحدين السالب يناسبان البيانات وعلق على النتائج الخاصة بك .

12.3 استخدام البيانات الواردة في جدول [12.1] . ما هو متوسط عدد براءات الاختراع التي تتلقاها شركة تعمل في صناعة الكمبيوتر في الولايات المتحدة الأمريكية مع قيمة LR تبلغ 4.21؟ (تلميح : استخدم البيانات في جدول[12.4]) . لمعلوماتك ، حازت الشركة التي تمتلك هذه الخصائص في عينتنا على 40 براءة اختراع في 1990.

الجزء الرابع

موضوعات في الاقتصاد القياسي للسلاسل الزمنية

Topics in time series econometrics

الفصل الثالث عشر

13 السلاسل الزمنية المستقرة وغير المستقرة
Stationary and nonstationary time series

في تحليل الانحدار الذي يتضمن بيانات السلاسل الزمنية ، هناك افتراض حاسم هو أن السلسلة الزمنية قيد الدراسة تكون مستقرة أو ساكنة . بشكل عام ، تكون السلسلة الزمنية مستقرة إذا كان متوسطها وتباينها ثابتًا مع مرور الوقت وتعتمد قيمة التغاير بين فترتين زمنيتين فقط على المسافة أو الفجوة بين الفترتين وليس الزمن الفعلي الذي يتم فيه حساب التغاير .[1]

السلسلة الزمنية هي مثال لما يسمى بالعملية العشوائية ، وهي سلسلة من المتغيرات العشوائية مرتبة في الزمن .[2]

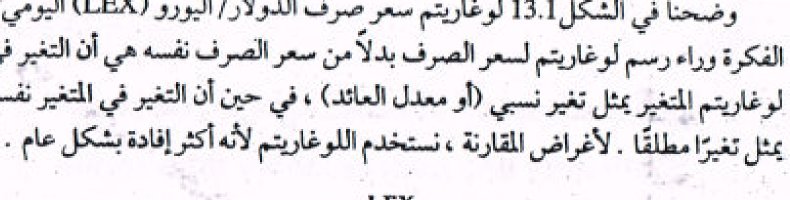
13.1 هل أسعار الصرف مستقرة؟
Are exchange rates stationary?

لشرح ماذا يعني كل هذا ، فإننا ندرس سلسلة زمنية اقتصادية واقعية ، وهي سعر الصرف بين الدولار الأمريكي واليورو (EX) ، والذي يعرف بالدولار لكل وحدة من اليورو . بيانات أسعار الصرف يوميا من 4 كانون الثاني/ يناير 2000 إلى 8 أيار/ مايو 2008 ، لإجمالي 2,355 مشاهدة . هذه البيانات ليست مستمرة ، لأن أسواق سعر الصرف ليست مفتوحة دائما كل يوم بسبب الإجازات . يتم عرض هذه البيانات في جدول **[13.1]** ، والتي يمكن العثور عليه على موقع الويب المرفق .

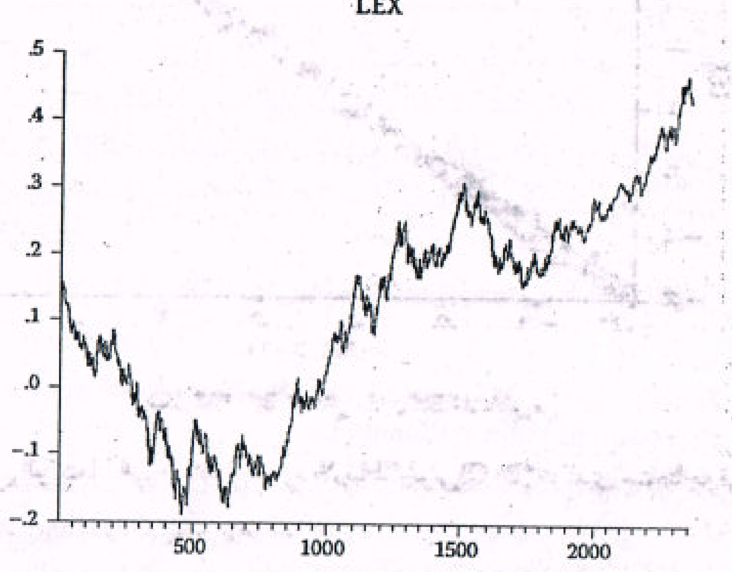
---

(1) تعرف السلسلة الزمنية التي لها هذه الخصائص بأنها ضعيفة أو مستقرة التغاير . تكون السلسلة الزمنية مستقرة بشكل صارم إذا كانت جميع عزوم التوزيع الاحتمالي لها وليس فقط أول اثنين من العزوم (أي المتوسط والتباين) ثابتة مع مرور الوقت . ومع ذلك ، إذا كانت العملية المستقرة طبيعية ، فإن عملية الاستقرار العشوائي الضعيفة تكون أيضا مستقرة بشكل صارم ، حيث يتم تحديد العملية الطبيعية بشكل كاملا عن طريق أول عزمين ، المتوسط والتباين .

(2) مصطلح «stochastic» يأتي من الكلمة اليونانية stokhos ، والتي تعني الهدف أو عين الثور . يعلم أي شخص يرمي لعبة السهام على لوحة السهام أن عملية ضرب نقطة الهدف هي عملية عشوائية ؛ من بين عدة سهام ، سيضرب عدد قليل منها نقطة الهدف ، ولكن سيتم نشر معظمها حولها بطريقة عشوائية .



وضحنا في الشكل 13.1 لوغاريتم سعر صرف الدولار/ اليورو (LEX) اليومي . الفكرة وراء رسم لوغاريتم لسعر الصرف بدلاً من سعر الصرف نفسه هي أن التغير في لوغاريتم المتغير يمثل تغير نسبي (أو معدل العائد) ، في حين أن التغير في المتغير نفسه يمثل تغيرًا مطلقًا . لأغراض المقارنة ، نستخدم اللوغاريتم لأنه أكثر إفادة بشكل عام .



شكل 13.1 : LEX لوغاريتم سعر الصرف اليومي للدولار / اليورو.

بالنظر على هذا الرسم فإنه يشير إلى أن سلسلة LEX ليست ساكنة أو مستقرة ، لأنها عادة ما تنجرف صعودا ، وإن كان ذلك مع قدر كبير من التباين . هذا من شأنه أن يوحي بأن متوسط وتباين هذه السلسلة الزمنية غير مستقرين . بشكل رسمي أكثر ، يقال أن السلسلة الزمنية تكون مستقرة إذا كان متوسطها وتباينها ثابتًا بمرور الوقت وقيمة التغاير بين فترتين زمنيتين تعتمد فقط على المسافة بين الفترتين الزمنيتين وليس الزمن الفعلي الذي يتم فيه حساب التغاير . وتعرف هذه السلسلة الزمنية بأنها ذات استقرار ضعيف أو استقرار التباين .[1]

(1) كما لوحظ سابقا ، يقال إنه مستقر بشكل صارم إذا كانت جميع عزوم التوزيع الاحتمالي له وليس فقط المتوسط والتباين لا تتغير عبر الزمن .

13.2 أهمية السلسلة الزمنية المستقرة

The importance of stationary time series

لماذا يجب علينا القلق بشأن ما إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة أم لا؟ هناك عدة أسباب لذلك . أولاً ، إذا كانت السلسلة الزمنية غير مستقرة ، فيمكننا دراسة سلوكها فقط خلال الفترة قيد النظر ، مثل تلك التي في سعر صرف الدولار/ اليورو . كل سلسلة زمنية ستكون حلقة معينة . ونتيجة لذلك ، لا يمكن تعميمها على فترات زمنية أخرى . ولأغراض التنبؤ ، فإن السلسلة الزمنية غير المستقرة ستكون ذات قيمة عملية قليلة .

ثانيًا ، إذا كان لدينا سلسلتان زمنيتان غير مستقرتان أو أكثر ، فإن تحليل الانحدار المتعلق بسلاسل زمنية كهذه قد يؤدي إلى ظاهرة انحدار زائف أو ليس له معنى . بمعنى أنه في حالة إجراء انحدارا لسلسلة زمنية غير مستقرة على واحدة أو أكثر من السلاسل الزمنية غير المستقرة ، فقد تحصل على قيمة R^2 عالية وقد تكون بعض أو جميع معاملات الانحدار ذات معنوية إحصائية على أساس اختبارات t و F المعتادة . ولسوء الحظ ، لا تكون هذه الاختبارات موثوق بها في حالات السلاسل الزمنية غير المستقرة ، لأن هذه الاختبارات تفترض أن السلسلة الزمنية الأساسية مستقرة . سنناقش موضوع الانحدار الزائف ببعض التفاصيل في الفصل التالي .

13.3 اختبارات الاستقرار Tests of stationarity

للأسباب التي ذكرت للتو ، من المهم معرفة ما إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة . توجد في الأساس ثلاث طرق لفحص استقرار سلسلة زمنية : (1) تحليل الرسم ، (2) شكل correlogram ، و (3) تحليل جذر الوحدة . نناقش أول اثنين في هذا القسم ونتناول الأخير في الجزء التالي .

التحليلات الرسومية Graphical analysis

الطريقة البسيطة لاختبار الاستقرار هي رسم السلسلة الزمنية ، كما فعلنا في شكل 13.1 . في كثير من الأحيان ، يعطي هذا التحليل غير المنهجي بعض الأفكار الأولية حول ما إذا كانت سلسلة زمنية معينة ساكنة أم لا . مثل هذا الإحساس البديهي هو نقطة البداية لمزيد من الاختبارات المنهجية للثبات .

وتجدر الإشارة إلى أن «أي شخص يحاول تحليل سلسلة زمنية دون أن يرسمها أولاً فإنه سوف يتعرض لمشاكل» .[1]

(1) Chris Chatfield, *The Analysis of Time Series: An Introduction*, 6th edn, Chapman & Hall/CRC Press, 2004, p. 6.

دالة الارتباط الذاتي (ACF) و correlogram
Autocorrelation function (ACF) and correlogram

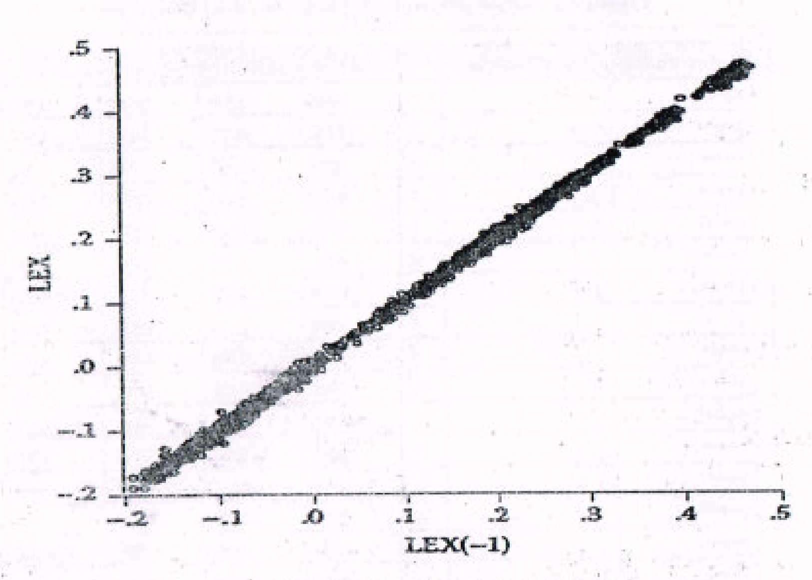
يعرض شكل 13.2 رسم LEX في الزمن t مقابل قيمته المتباطئة بفترة واحدة . هذا الرقم يدل على وجود علاقة ارتباط قوية جدا بين LEX الحالي و LEX المتباطئة يوم واحد . ولكن من الممكن أن يستمر الارتباط على مدى عدة أيام . أي قد يكون LEX الحالي مرتبطا مع LEX المتباطيء عدة أيام . لمعرفة مدى امتداد الارتباط ، يمكننا الحصول على ما يسمى دالة الارتباط الذاتي(ACF) . يتم تعريف ACF عند المتباطئة k على النحو التالي :

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\text{التغاير عند المتباطئة } k}{\text{التباين}} \qquad (13.1)$$

من الناحية العملية ، نحسب ACF من عينة معينة ، نرمز لها بـ $\hat{\rho}_k$ ، والتي تبنى على تغاير العينة عند فترة الإبطاء k وتباين العينة . لا تحتاج الصيغ الفعلية إلى عرقلتنا ، لأن حزم البرامج الحديثة تحسبها بشكل روتيني .

السؤال العملي الرئيسي يكون عن طول فترة الإبطاء k . يمكننا استخدام معيار المعلومات Akaike أو Schwarz لتحديد طول فترة الإبطاء.[1] ولكن كقاعدة عامة هو حساب ACF من ربع إلى ثلث طول السلسلة الزمنية . لدينا 2,355 مشاهدة . ربعها حوالي 589 متباطئة . لن نعرض ACF على المتباطئات هذه ، ولكن علينا أن ننظر فقط في أول 30 متباطئة لأخذ فكرة عن طبيعة ACF . رسم $\hat{\rho}_k$ مقابل k ، طول المتباطئة ، يسمى correlogram (للعينة) .

(1) لقد ناقشنا هذه المعايير في فصل 2 .



شكل 13.2 LEX الحالي مقابل LEX المتباطيء

في الوقت الحالي ، سنهمل عمود الارتباط الجزئي(PAC) ، الذي سنحتاجه في فصل16 عن التنبؤ بالسلسلة الزمنية .

بالنسبة إلى سعر صرف الدولار/ اليورو ، يظهر correlogram في جدول [13.2] .

قبل المضي قدما ، ينبغي أن نذكر نوع خاص من السلاسل الزمنية ، وهي عبارة عن سلسلة زمنية عشوائية بحتة **purely random** أو **white noise** . هذه السلسلة الزمنية لها متوسط ثابت وتباين ثابت (أي ثبات التباين) ، وغير مرتبطة بشكل تسلسلي ؛ ويفترض أن قيمة متوسطها هي صفر . تذكر أن حد الخطأ u_t الذي يدخل في نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي يفترض أنه عملية white noise (عشوائية) ، والتي نرمز لها بـ: $u_t \sim IID\,(0,\sigma^2)$ ، أي أن u_t يوزع بشكل مستقل ومتماثل بمتوسط صفر وتباين ثابت .

جدول [13.2] شكل correlogram لعينة سعر صرف الدولار/اليورو

<table>
<tr><th>Autocorrelation</th><th>Partial Correlation</th><th></th><th>ACF</th><th>PAC</th><th>Q-Stat</th><th>Prob</th></tr>
<tr><td>|*******</td><td>|*******</td><td>1</td><td>0.998</td><td>0.998</td><td>2350.9</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>2</td><td>0.997</td><td>0.004</td><td>4695.7</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>3</td><td>0.995</td><td>-0.017</td><td>7034.2</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>4</td><td>0.994</td><td>0.012</td><td>9366.6</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>5</td><td>0.992</td><td>-0.014</td><td>11693.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>6</td><td>0.991</td><td>0.012</td><td>14013.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>7</td><td>0.989</td><td>-0.020</td><td>16326.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>8</td><td>0.988</td><td>-0.018</td><td>18633.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>9</td><td>0.986</td><td>0.006</td><td>20934.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>10</td><td>0.984</td><td>0.001</td><td>23228.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>11</td><td>0.983</td><td>0.001</td><td>25516.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>12</td><td>0.981</td><td>-0.024</td><td>27796.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>13</td><td>0.979</td><td>-0.019</td><td>30070.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>14</td><td>0.978</td><td>-0.001</td><td>32337.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>15</td><td>0.976</td><td>0.016</td><td>34597.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>16</td><td>0.974</td><td>-0.007</td><td>36850.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>17</td><td>0.973</td><td>-0.010</td><td>39097.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>18</td><td>0.971</td><td>0.020</td><td>41336.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>19</td><td>0.969</td><td>-0.011</td><td>43569.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>20</td><td>0.968</td><td>-0.005</td><td>45795.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>21</td><td>0.966</td><td>-0.006</td><td>48014.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>22</td><td>0.964</td><td>0.006</td><td>50226.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>23</td><td>0.963</td><td>-0.005</td><td>52431.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>24</td><td>0.961</td><td>-0.016</td><td>54629.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>25</td><td>0.959</td><td>-0.020</td><td>56820.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>26</td><td>0.957</td><td>0.009</td><td>59003.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>27</td><td>0.955</td><td>0.001</td><td>61179.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>28</td><td>0.954</td><td>0.007</td><td>63349.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>29</td><td>0.952</td><td>-0.009</td><td>65511.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>|*******</td><td>| |</td><td>30</td><td>0.950</td><td>0.012</td><td>67666.</td><td>0.000</td></tr>
</table>

إذا كان بالإضافة إلى ذلك ، يتم توزيع u_t أيضاً وفقا للتوزيع الطبيعي ، يطلق عليه عملية **Gaussian white noise process** . بالنسبة لمثل هذه السلسلة الزمنية ، يدور ACF عند متباطئات مختلفة حول الصفر ولا يظهر correlogram أي نمط قابلا للتمييز .

بالعودة إلى مثالنا ، سنركز على عمودACF والتمثيل البياني (أي correlogram) الوارد في العمود الأول . كما ترون ، حتى فترة إبطاء 30 يومًا ، يكون معامل الارتباط قويًا جدًا ، حوالي 0.95 . ليس ذلك فحسب ، بل إن معاملات الارتباط الذاتي المقدرة ρ_k ، تنخفض ببطء شديد . هذا يكون على العكس تماما مع مخطط correlogram للسلسلة الزمنية العشوائية البحتة (انظر جدول [13.5]) .

يمكننا اختبار المعنوية الإحصائية لكل معامل ارتباط ذاتي عن طريق حساب الخطأ المعياري . وقد أظهر الإحصائي Bartlett أنه إذا كانت سلسلة زمنية عشوائية بحتة ، فإن نموذج الارتباط الذاتي $\hat{\rho}_k$ ، يكون تقريبًا (أي في عينات كبيرة) موزع كالتالي :

$$\hat{\rho} \sim N(0,1/n) \qquad (13.2)$$

أي أنه في العينات الكبيرة يكون $\hat{\rho}$ موزع بشكل طبيعي تقريباً بمتوسط صفر وتباين مساوي لواحد على حجم العينة . حجم العينة لدينا هو 2,355 . لذلك يكون التباين هو 1/2,355 أو حوالي 0.00042 ويكون الخطأ المعياري هو :

$$\sqrt{0.00042} = 0.0206 \; .$$

لذلك ، بناء على خصائص التوزيع الطبيعي ، تكون فترة الثقة 95% للمعامل ρ_k هي [$0 \pm 1.96\ (0.0206)$] أو (0.0404 - إلى 0.0404) .

لا يقع أي من الارتباطات المقدرة في هذه الفترة الزمنية . لذلك يمكننا أن نستنتج أن جميع معاملات الارتباط الذاتي الموضحة في الجدول معنوية إحصائيا . لا يتغير هذا الاستنتاج حتى إذا قمنا بحساب ACF حتى 150 فترة إبطاء ، وهذا مؤشر قوي جدًا على أن LEX غير مستقر .

بدلًا من تقييم المعنوية الإحصائية لمعامل الارتباط الذاتي الفردي ، يمكننا أيضًا معرفة ما إذا كان مجموع مربعات معاملات الارتباط الذاتي معنويا إحصائيا .

يمكن القيام بذلك بمساعدة إحصاء Q الذي تم تطويره بواسطة Box and Pierce ، والذي تم تعريفه كما يلي :

$$Q = n\sum_{k=1}^{m}\hat{\rho}_k^2 \qquad (13.3)$$

حيث n هو حجم العينة (2,355 في مثالنا) ، و m هو العدد الإجمالي للمتباطئات المستخدمة في حساب ACF ، 30 في المثال الحالي . غالبًا ما يتم استخدام إحصاء Q

لاختبار ما إذا كانت سلسلة زمنية عشوائية بحتة أو white noise .

في العينات الكبيرة ، يتم توزيع Q تقريبًا على أساس توزيع chi–square مع $df = m$. عند التطبيق إذا تجاوزت القيمة Q المحسوبة قيمة Q الحرجة من توزيع مربع كاي عند مستوى المعنوية المختار ، يمكننا رفض فرض العدم بأن جميع ρ_k الحقيقية تساوي صفر ؛ على الأقل ، يجب أن يكون البعض منها غير صفري .

ويعرض العمود الأخير من جدول [13.1] قيمة p (الاحتمال) لـ Q . كما يظهر الجدول ، تكون قيمة Q حتى 30 فترة إبطاء هي 67,666 ويكون احتمال الحصول على قيمة Q هذه عمليًا صفر . أي يكون لدينا سلسلة زمنية غير ساكنة . للتلخيص ، هناك أدلة قوية على أن السلسلة الزمنية الدولار/ اليورو غير ساكنة .

13.4 اختبار جذر الوحدة للاستقرار

The unit root test of stationarity

دون الدخول في الجوانب الفنية ، يمكننا التعبير عن اختبار جذر الوحدة لمثال سعر صرف الدولار/ اليورو على النحو التالي:[1]

$$\Delta LEX_t = B_1 + B_2 t + B_3 LEX_{t-1} + u_t \qquad (13.4)$$

حيث : $\Delta LEX_t = LEX_t - LEX_{t-1}$ ، أي ، الفرق الأول للوغاريتم سعر الصرف t هو متغير الزمن أو الاتجاه الذي يأخذ القيم 1 ، 2 ، حتى نهاية العينة ، و u_t حد الخطأ .

في كلمات ، نجري انحدارا للفرق الأول للوغاريتم سعر الصرف على متغير الاتجاه والقيمة المتباطئة لسعر الصرف لمدة واحدة .

الفرض العدمي هو أن B_3 ، معامل LEX_{t-1} يساوي صفر . وهذا ما يُطلق عليه

(1) للاطلاع على نقاش يمكن الوصول إليه انظر: Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapter 21

فرض جذر الوحدة .[1] الفرض البديل هو : $B_3 < 0$.[2] يشير قبول فرض العدم إلى أن السلسلة الزمنية قيد النظر غير مستقرة .

وسيبدو أننا نستطيع اختبار فرض العدم بأن $B_3 = 0$ بواسطة اختبار t المعتاد . لسوء الحظ ، لا يمكننا القيام بذلك لأن اختبار t يكون صحيحًا فقط إذا كانت السلسلة الزمنية الأساسية مستقرة . ومع ذلك ، يمكننا استخدام اختبار تم تطويره من قبل الإحصائيين ديكي وفولر Dickey و Fuller ، ويطلق عليه اختبار تاو τ (tau) الذي يتم حساب قيمته الحرجة من خلال عمليات المحاكاة وتنتجه الحزم الإحصائية الحديثة ، مثل *Eviews* و *Stata* ، بشكل روتيني . في الدراسات العلمية ، يُعرف اختبار tau بأنه اختبار ديكي وفولر Dickey–Fuller (DF) .

في الممارسة ، نقوم بتقدير المعادلة (13.4) عن طريق OLS ، انظر إلى قيمة t المحسوبة بشكل روتيني لمعامل LEX_{t-1} أي $(= B_3)$ ، ولكن نستخدم قيم DF الحرجة لمعرفة ما إذا كانت تتجاوز قيم DF الحرجة . في التطبيق إذا كانت القيمة t المحسوبة (= tau) للقيمة المقدرة B_3 أكبر (بالقيمة المطلقة) من قيمة DF الحرجة ، فإننا نرفض فرض جذر الوحدة – أي أننا نستنتج أن السلسلة الزمنية قيد الدراسة مستقرة . في هذه الحالة ، يكون اختبار t التقليدي صالحًا . من ناحية أخرى ، إذا لم تتجاوز قيمة تاو الحرجة ، فإننا نقبل فرض جذر الوحدة ونستنتج أن السلسلة الزمنية غير مستقرة . السبب في النظر إلى قيمة tau المطلقة هو أنه من المتوقع أن يكون معامل B_3 سالباً بشكل عام .[3]

(1) لمعرفة لماذا يستخدم مصطلح جذر الوحدة بديهيا ، يمكننا المضي قدما كما يلي : ضع :

$$LEX_t = B_1 + B_2 t + C\,LEX_{t-1} + u_t .$$

الآن اطرح : LEX_{t-1} من جانبي هذه المعادلة ، والتي تعطي :

$$(LEX_t - LEX_{t-1}) = B_1 + B_2 t + C\,LEX_{t-1} - LEX_{t-1} + u_t .$$

بتجميع الحدود ، نحصل على :

$$\Delta LEX_t = B_1 + B_2 t + B_3 LEX_{t-1} + u_t$$

حيث $B_3 = (C - 1)$. إذا كان $C = 1$ ، B_3 في الانحدار (13.4) ستكون صفرا . ومن هنا نشير إلى اسم جذر الوحدة .

(2) نستبعد احتمال أن $B_3 > 0$. في حالة $C > 1$. وفي هذه الحالة تكون السلسلة الزمنية الأساسية متفجرة .

(3) ملاحظة $B_3 = (C - 1)$. لذلك إذا كان $C < 1$. تكون $B_3 < 0$.

بالرجوع إلى مثالنا التوضيحي . ترد نتائج تقدير معادلة (13.4) في جدول [13.3] .

بالنظر في معامل LEX المتباطيء بفترة واحدة . قيمة t (= tau) هي 3.0265 – . إذا نظرنا إلى قيمة p أو الاحتمال المحسوب تقليديا لهذا المعامل ، فهو 0.0025 ، وهي قيمة منخفضة للغاية . ومن ثم ، قد نميل إلى الاستنتاج بأن المعامل المقدر بحوالي 0.004 – يختلف إحصائياً عن الصفر وبالتالي فإن السلسلة الزمنية US /EU مستقرة .[1]

ومع ذلك ، فإن القيم الحرجة لـ DF هي :3.9619– (مستوى 1%) ، و 3.4117– (مستوى 5%) و 3.1277– (مستوى 10%) القيمة t المحسوبة هي 3.0265– . من حيث القيمة المطلقة ، فإن 3.0265 أصغر من أي قيم t لقيم DF الحرجة بالقيمة المطلقة . ومن ثم ، نستنتج أن السلسلة الزمنية US /EU ليست مستقرة .

جدول [13.3] اختبار جذر الوحدة لسعر صرف الدولار/اليورو

Dependent Variable: Δ(LEX)
Method: Least Squares
Date: 11/24/08 Time: 17:00
Sample (adjusted): 2 2355
Included observations: 2354 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−0.000846	0.000292	−2.897773	0.0038
t	1.21E−06	3.22E−07	3.761595	0.0002
LEX(−1)	−0.004088	0.001351	−3.026489	0.0025

R-squared	0.005995	Mean dependent var	0.000113
Adjusted R-squared	0.005149	S.D. dependent var	0.005926
S.E. of regression	0.005911	Akaike info criterion	−7.422695
Sum squared resid	0.082147	Schwarz criterion	−7.415349
Log likelihood	8739.512	Durbin−Watson stat	1.999138
F-statistic	7.089626	Prob(F-statistic)	0.000852

لكي نعرضها بشكل مختلف ، لرفض فرض العدم لجذر الوحدة ، يجب أن تكون قيمة t المحسوبة لـ LEX_{t-1} أكثر سالبية من أي من قيم DF الحرجة . على أساس القيمة

(1) في هذه الحالة 0.004– = (C - 1) ، والتي تعطي C = 0.996 ، والتي لا تساوي 1 بالضبط . هذا من شأنه أن يوحي بأن سلسلة LEX مستقرة.

الحرجة لقيمة DF ، فإن احتمال الحصول على قيمة تاو (t =) تبلغ 3.0265– يكون حوالي 12% . كما يتبين من الجدول السابق ، تظهر إحصائية t التقليدية أن 3.0264– معنويا عند مستوى 0.0025 . من الواضح أن مستوى المعنوية المحسوب بشكل تقليدي لقيمة t المقدرة يمكن أن يكون مضللاً للغاية عندما يتم تطبيقه على سلسلة زمنية غير مستقرة .

بعض الجوانب العملية لاختبار DF

يمكن إجراء اختبار DF في ثلاثة أشكال مختلفة :

السير العشوائي : Random walk

$$\Delta LEX_t = B_3 LEX_{t-1} + u_t \qquad (13.5)$$

السير العشوائي مع الإزاحة : Random walk with drift

$$\Delta LEX_t = B_1 + B_3 LEX_{t-1} + u_t \qquad (13.6)$$

السير العشوائي مع الإزاحة حول اتجاه محدد : Random walk with drift around a deterministic trend

$$\Delta LEX_t = B_1 + B_2 t + B_3 LEX_{t-1} + u_t \qquad (13.7)$$

في كل حالة ، يكون فرض العدم هو أن $B_3 = 0$ (أي جذر الوحدة) والفرض البديل هو أن $B_3 < 0$ (أي لا يوجد جذر وحدة) . ومع ذلك ، تختلف قيم DF الحرجة لكل من هذه النماذج . أي من هذا النماذج يتم الأخذ به في التطبيق هو سؤال تجريبي . ولكن يجب الحذر من أخطاء توصيف النموذج . إذا كان النموذج (13.7) هو النموذج «الصحيح» ، فإن توفيق أي من النموذجين (13.5) أو (13.6) سيشكل خطأ في توصيف النموذج : هنا إغفال متغير (متغيرات) مهمة .

أي من المعادلات (13.5) و (13.6) و (13.7) يجب أن تستخدم في الممارسة؟ فيما يلي بعض الإرشادات :[1]

1 – استخدم المعادلة (13.5) إذا كانت السلسلة الزمنية تتقلب حول متوسط العينة الذي يساوي الصفر .

(1) أنظر :
R. Carter Hill, William E. Griffiths and Guay C. Lim, *Principles of Econometrics*, 3rd edn, John Wiley & Sons, New York, 2008, p. 336.

2 – استخدم المعادلة (13.6) إذا كانت السلسلة الزمنية تتقلب حول متوسط العينة الذي لا يساوي الصفر .

3 – استخدم المعادلة (13.7) إذا كانت السلسلة الزمنية تتقلب حول اتجاه خطي . في بعض الأحيان يمكن أن يكون الاتجاه تربيعيًا .

في الدراسات السابقة ، يُطلق على النموذج (13.5) نموذج السير العشوائي بدون إزاحة (أي بدون قاطع) ، ويسمى النموذج (13.6) بسير عشوائي مع الإزاحة (أي مع وجود قاطع) ، B_1 هي معلمة الإزاحة (أو الترحيل) ، ونموذج (13.7) هو نموذج السير العشوائي مع الإزاحة والاتجاه المحدد ، يسمى هكذا لأنه يتم إضافة قيمة الاتجاه المحدد B_2 لكل فترة زمنية . سيكون لدينا المزيد لنقوله عن الاتجاه المحدد قريبًا .

سوف نكتشف ما إذا كان الانحدار (13.7) يميز LEX . ترد النتائج في جدول [13.4] .

ينقسم ناتج *Eviews* الوارد في هذا الجدول إلى جزأين . الجزء السفلي يعطي ناتج OLS المعتادة من معادلة (13.7) ويوضح أن جميع المعاملات المقدرة تكون معنوية إحصائيا كل على حدة بشكل كبير على أساس اختبار t وأيضا قيمة F ذات معنوية «عالية» ، مما يشير إلى أن جميع المتغيرات المستقلة إجمالا محددات معنوية لـ LEX .[1]

للأغراض الحالية المعامل المهم يكون قيمة LEX المتباطئة . إن قيمة t لهذا المعامل معنوية عند مستوى 0.0025 ، في حين إذا نظرنا إلى قيمة تاو tau لهذا المعامل في النصف العلوي من الجدول أعلاه ، فإنها معنوية عند مستوى 0.125 تقريبًا . وهي أعلى بكثير من قيم تاو الحرجة 1% و 5% و 10% . وبعبارة أخرى ، على أساس اختبار tau ، لا يختلف معامل LEX المتباطيء عن الصفر ، مما يشير إلى أن السلسلة الزمنية LEX غير مستقرة . ويعزز هذا الاستنتاج بناءً على الصورة الرسومية البسيطة بالإضافة إلى correlogram .

(1) قدرنا أيضا النموذج مع كل من حدي الاتجاه الخطي والتربيعي ، ولكن حد الاتجاه التربيعي لم يكن معنويا إحصائيا ، قيمة الاحتمال p كانت 26% .

جدول [13.4] اختبار جذر الوحدة لسعر صرف الدولار/اليورو مع حدي القاطع والاتجاه

Null Hypothesis: LEX has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=0)

			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey–Fuller test statistic			–3.026489	0.1251
Test critical values:	1% level		–3.961944	
	5% level		–3.411717	
	10% level		–3.127739	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.
Augmented Dickey–Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LEX)
Method: Least Squares
Date: 01/26/10 Time: 12:04
Sample (adjusted): 2 2355
Included observations: 2354 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LEX(–1)	–0.004088	0.001351	–3.026489	0.0025
C	–0.000846	0.000292	–2.897773	0.0038
@TREND(1)	1.21E–06	3.22E–07	3.761595	0.0002

R-squared	0.005995	Mean dependent var	0.000113
Adjusted R-squared	0.005149	S.D. dependent var	0.005926
S.E. of regression	0.005911	Akaike info criterion	–7.422695
Sum squared resid	0.082147	Schwarz criterion	–7.415349
Log likelihood	8739.512	Durbin–Watson stat	1.999138
F-statistic	7.089626	Prob(F-statistic)	0.000852

Note: @Trend is *Eviews'* command to generate the trend variable. D is *Eviews'* symbol for taking first differences.

يبين التمرين مدى التضليل في اختبارات t و F التقليدية إذا كنا نتعامل مع سلسلة زمنية غير مستقرة .

اختبار Dickey-Fuller المعدل (ADF)

Augmented Dickey–Fuller (ADF) test

في النماذج (13.5) و (13.6) و (13.7) كان من المفترض أن حد الخطأ u_t لا يوجد به ارتباط . ولكن إذا كان يوجد ارتباط ، والذي من المحتمل أن يكون هو الحال مع النموذج (13.7) ، فقد طور ديكي وفولر اختبارًا آخر ، يدعى اختبار Dickey–Fuller المعدل .

اختبـــار (ADF)

يتم إجراء هذا الاختبار عن طريق "زيادة" المعادلات الثلاثة بإضافة القيم المتباطئة للمتغير التابع ΔLEX_t على النحو التالي :

$$\Delta LEX_t = B_1 + B_2 t + B_3 LEX_{t-1} + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \Delta LEX_{t-i} + \varepsilon_t \quad (13.8)$$

حيث ε_t هو حد خطأ white noise وحيث m هو الحد الأقصى لفترات إبطاء المتغير التابع ، والتي يتم تحديدها تجريبيا .[1] الهدف من هذا هو جعل المعادلة (13.7) عشوائية بحتة .

كما في اختبارDF ، فرض العدم هو أن B_3 في المعادلة (13.8) تساوي صفر .

في المثال التوضيحي استخدمنا $m = 26$. وحتى ذلك الحين ، فإن الاستنتاج بأن السلسلة الزمنية لسعر الصرف للدولار/ اليورو غير مستقرة لم يتغير .

وباختصار ، يبدو أن الدليل غالب على أن سعر صرف الدولار/ اليورو غير مستقر .

هل هناك طريقة يمكن أن تجعل سعر صرف الدولا/ اليورو مستقر ؟ الجواب فيما يلي :

(1) لكن لاحظ أنه إذا أدرجنا الكثير من المتباطئات ، فإنها سوف تستهلك الكثير من درجات الحرية ، والتي قد تكون مشكلة في العينات الصغيرة . بالنسبة للبيانات السنوية ، قد ندرج فترة تباطؤ واحدة أو فترتين ، بينما قد تشمل البيانات الشهرية 12 فترة تباطؤ . وبالطبع ، فإن الغرض من إدخال حدود ΔLEX المتباطئة هو جعل حد الخطأ الناتج خاليا من الارتباط التسلسلي .

13.5 الاتجاه المستقر مقابل الفروق المستقرة للسلسلة الزمنية

Trend stationary vs. difference stationary time series

كما يوضح شكل 13.1 ، فإن السلسلة الزمنية لسعر صرف الدولار/ اليورو لها اتجاه صعودي بشكل عام . الممارسة الشائعة لجعل مثل هذه السلسلة الزمنية ذات الاتجاه ساكنة هو إزالة الاتجاه منها . يمكن تحقيق ذلك من خلال تقدير الانحدار التالي :

$$LEX_t = A_1 + A_2 t + v_t \quad (13.9)$$

حيث t (time) هو متغير الاتجاه يأخذ القيم الزمنية المتتالية ، [1, 2, ..., 2,355] و v_t هو حد الخطأ مع الخصائص المعتادة .[1] بعد تشغيل هذا الانحدار ، نحصل على

$$\hat{v} = LEX_t - a_1 - a_2 t \quad (13.10)$$

حد الخطأ المقدر في معادلة(13.10) ، $\hat{v}_t$ ، يمثل الآن السلسلة الزمنية LEX بدون الاتجاه ، أي LEX مع إزالة الاتجاه .

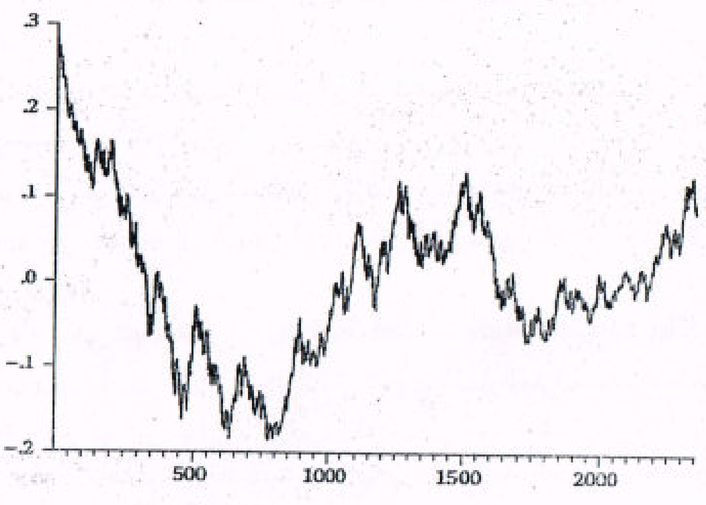
الإجراء الموصوف للتو صحيح إذا كانت سلسلة LEX الأصلية ذات اتجاه محدد . يتم إظهار البواقي التي تم الحصول عليها من الانحدار (13.10) في شكل 13.3 .

هذا الشكل يشبه إلى حد كبير الشكل 13.1 . إذا كنا نخضع السلسلة في شكل 13.3 لتحليل جذر الوحدة ، فسنجد أن سلسلة LEX التي تم إزالة الاتجاه منها لا تزال غير مستقرة .[2] لذلك ، لن يؤدي إجراء إلغاء الاتجاه المحدد للتو إلى جعل السلسة الزمنية غير المستقرة سلسلة مستقرة ، لأن مثل هذا الإجراء لا يكون ساريًا إلا إذا احتوت السلسلة على اتجاه محدد . ماذا بعد ذلك؟

إذا أصبحت السلسلة الزمنية مستقرة إذا قمنا بإزالة اتجاهها بالطريقة المقترحة ، فإنها تسمى عملية استقرار اتجاه (عشوائية) (TSP) يمكن الإشارة هنا إلى أن العملية ذات الاتجاه المحدد غير مستقرة ولكنها ليست عملية جذر الوحدة .

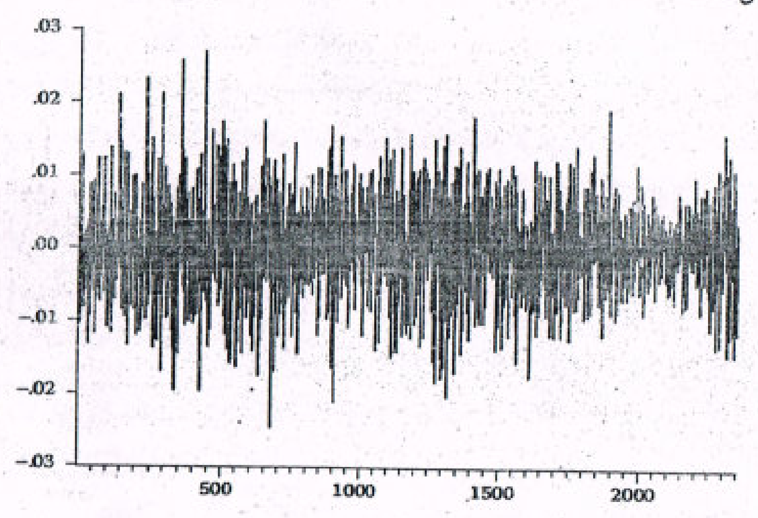
(1) يمكن أيضًا إضافة اتجاه تربيعي

(2) حتى إذا قمت بإضافة حد الاتجاه التربيعي t^2 . إلى معادلة (13.9). لاتزال بواقي هذا الانحدار تظهر أنها غير ثابتة .



شكل 13.3 البواقي من انحدار LEX على الزمن

بدلًا من إزالة الاتجاه من سلسلة زمنية بالطريقة المقترحة أعلاه ، لنفترض أننا نأخذ الفروق الأولى في LEX(بطرح القيمة السابقة لـ LEX من قيمته الحالية) . ينتج هذا شكل 13.4 .



شكل 13.4 الفروق الأولى في LEX

على عكس شكل 13.1 ، لا نرى اتجاها واضحا في الفرق الأول لـLEX . إذا حصلنا على correlogram للفرق الأول LEX ، نحصل على جدول [13.5] .

كما يمكننا أن نرى ، حتى 30 متباطئة ، ليس أي من معاملات الارتباط الذاتي معنوية إحصائيا عند مستوى 5% . ولا إحصاء Q .

كما أن تطبيق اختبارات جذر الوحدة أظهر أيضًا عدم وجود أي جذر وحدة في الفروق الأولى في LEX . أي ، الفرق الأول في سلسلة LEX هو الذي يكون ساكنا .

إذا أصبحت سلسلة زمنية مستقرة بعد أخذ الفرق الأول لها ، فإننا نطلق على مثل هذه السلسلة الزمنية عملية استقرار فروق (عشوائية)(DSP) .[1]

من المهم ملاحظة أنه إذا كانت سلسلة زمنية هي DSP لكننا نعتبرها TSP ، فإن هذا ما يسمى أخذ فروق غير كافية **under-differencing** . من ناحية أخرى ، إذا كانت السلسلة الزمنية هي TSP وتتعامل معها على أنها DSP ، فإن ذلك يسمى أخذ فروق أكثر من اللازم **over-differencing** . في شكل 13.3 ، اخذنا في الواقع فروقا غير كافية لسلسلة LEX .

الاستنتاج الرئيسي الذي وصلنا إليه هو أن السلسلة الزمنية LEX هي سلسلة فروق ساكنة .

جدول 13.5 Correlogram للفروق الأولى من LEX

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.002	0.002	0.0113	0.915
2	-0.001	-0.001	0.0125	0.994
3	-0.017	-0.017	0.6673	0.881
4	0.051	0.052	6.9213	0.140
5	-0.036	-0.037	10.017	0.075
6	0.016	0.016	10.643	0.100
7	0.020	0.022	11.582	0.115
8	-0.024	-0.028	12.970	0.113
9	0.003	0.008	12.997	0.163
10	-0.013	-0.015	13.379	0.203
11	-0.003	-0.004	13.396	0.268
12	0.012	0.016	13.735	0.318
13	0.034	0.030	16.482	0.224
14	-0.003	-0.001	16.501	0.284
15	-0.032	-0.031	18.857	0.220

(1) في بعض الأحيان قد نضطر إلىأخذ فروق لسلسلة زمنية أكثر من مرة لجعلها ساكنة.

تابع : جدول 13.5 Correlogram للفروق الأولى من LEX

	AC	PAC	Q-Stat	Prob
16	0.011	0.010	19.140	0.261
17	0.002	0.000	19.148	0.320
18	0.021	0.022	20.222	0.320
19	0.019	0.021	21.085	0.332
20	0.022	0.017	22.193	0.330
21	−0.035	−0.032	25.141	0.241
22	0.041	0.041	29.088	0.142
23	0.033	0.032	31.619	0.108
24	0.038	0.037	35.079	0.067
25	−0.007	−0.004	35.189	0.085
26	0.008	0.001	35.341	0.104
27	−0.015	−0.018	35.903	0.117
28	−0.028	−0.027	37.786	0.103
29	−0.014	−0.015	38.230	0.117
30	0.012	0.010	38.570	0.136

السلاسل الزمنية المتكاملة Integrated time series

في الدراسات المتعلقة بموضوع السلاسل الزمنية ، غالبًا ما نصادف عبارة **«سلسلة زمنية متكاملة»** . إذا أصبحت مثل هذه السلسلة الزمنية مستقرة بعد أخذ الفروق الأولى لها ، يقال إنها متكاملة أو من الدرجة الأولى ، يرمز لها بـ I(1) . إذا كان لابد من أخذ الفرق مرتين (أي أخذ فرق للفرق) لجعل السلسلة ساكنة ، يقال إنها متكاملة من الدرجة الثانية ، يرمز لها بالرمز I(2) . إذا كان لا بد من أخذ الفرق d مرة لجعلها ساكنة ، يقال إنها متكاملة من الدرجة d ، ويرمز لها بالرمز I(d) . **السلسلة الزمنية الثابتة هي $I(0)$** أي أنها متكاملة من الدرجة صفر . لذلك ، تعني المصطلحات «سلسلة زمنية ساكنة» و«سلسلة زمنية متكاملة من الدرجة صفر» نفس الشيء . على نفس المنوال ، إذا كانت السلسلة الزمنية متكاملة ، فإنها تكون غير ساكنة .

يمكن إضافة أن السلسلة I(0) تتقلب حول متوسطها مع تباين ثابت ، بينما I(1) سلسلة تتعرج بشدة . طريقة أخرى لتوضيح هذا هو أن السلسلة I(0) هي ارتدادات إلى المتوسط **mean reverting** ، في حين أن سلسلة I(1) لا تظهر مثل هذا الاتجاه . يمكن أن تنجرف بعيدا عن المتوسط بشكل دائم . **هذا هو السبب في أن سلسلة I(1) لها اتجاه عشوائي . ونتيجة لذلك ، ينخفض الارتباط الذاتي في correlogram لسلسلة I(0) إلى الصفر بسرعة كبيرة مع زيادة فترات التباطؤ ، في حين أنه بالنسبة إلى سلسلة I(1) فإنه ينخفض إلى الصفر ببطء شديد ، كما يوضح correlogram لسلسلة LEX في جدول [13.2] بوضوح .**

معظم السلاسل الزمنية الاقتصادية غير المستقرة لا تحتاج إلى أخذ فروق أكثر من مرة أو مرتين .

خلاصة القول ، تعرف السلسلة الزمنية غير المستقرة بشكل مختلف كسلسلة زمنية متكاملة أو سلسلة مع اتجاه عشوائي .

قبل أن ننتهي من هذا الفصل ، سنناقش باختصار نوعًا خاصًا من السلاسل الزمنية غير المستقرة التي تظهر بشكل بارز في الدراسات المالية ، وهي سلسلة زمنية للسير العشوائي .

13.6 نموذج السير العشوائي The random walk model (RWM)

كثيراً ما يقال إن أسعار الأصول ، مثل أسعار الأسهم وأسعار الصرف ، تتبع تحرك أو سير عشوائي ، أي أنها غير مستقرة .[1] ونميز بين نوعين من السير العشوائي : (1) السير العشوائي دون الإزاحة (أي لا يوجد ثابت أو قاطع) و (2) سير عشوائي مع الإزاحة (أي الثابت موجود) .

السير العشوائي بدون إزاحة Random walk without drift

انظر النموذج التالي :

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \qquad (13.11)$$

حيث Y_t هو ، مثلا ، سعر السهم اليوم و Y_{t-1} هو سعر الأمس ، و u_t عبارة عن حد خطأ العشوائية البحتة مع متوسط صفر وتباين σ^2 .

يمكننا التفكير في معادلة(13.11) على أنها انحدار Y في الزمن t على قيمها المتباطئة فترة واحدة . يؤكد المؤمنون بفرضية السوق الفعالة أن أسعار الأسهم عشوائية ، وبالتالي لا يوجد مجال للمضاربة في سوق الأسهم .[2]

عن طريق التعويض المتعاقب في معادلة(13.11) ، يمكن توضيح أن :

$$Y_1 = Y_0 + \Sigma u_t \qquad (13.12)$$

---

(1) عند مغادرة الحانة ، يتحرك السكير مسافة قصيرة عشوائية u_t في الزمن t ، ثم يستمر في السير إلى أجل غير مسمى ، وسيتوقف في نهاية الأمر أبعد وأبعد من الحانة . ويمكن قول الشيء نفسه عن أسعار الأسهم . سعر السهم اليوم يساوي سعر السهم يوم أمس بالإضافة إلى صدمة عشوائية .

(2) المحللين التقنيين ، أو المراقبين كما يسمون ، لا يؤمنون بمثل هذه الفرضية ويعتقدون أنه يمكنهم التنبؤ بأنماط أسعار الأسهم من أسعار الأسهم المرصودة تاريخياً .

حيث Y_0 هو سعر السهم الأولي . لذلك ،

$$E(Y_1) = E(Y_0) + E(\Sigma u_t) = Y_0 \qquad (13.13)$$

نظرًا لأن توقع كل u_t هو الصفر .

عن طريق التعويض المتعاقب ، يمكن أن نوضح أيضًا (راجع التمرين 13.1) :

$$var(Y_t) = t\,\sigma^2\sigma^2 \qquad (13.14)$$

من المناقشة السابقة ، نرى أن متوسط Y يساوي قيمته الأولية ، أو في البداية ، وهو ثابت ، ولكن مع زيادة t ، الأفق الزمني ، إلى ما لا نهاية ، يزيد تباين Y أيضًا إلى ما لا نهاية ، وبالتالي يخرق أحد شروط السكون وهو أن التباين ثابت محدود .

باختصار ، نموذج السير العشوائي بدون إزاحة هو حالة خاصة ، ومهمة ، لعملية عشوائية غير مستقرة . بشكل مباشر ، إذا كتبنا معادلة (13.11) بالصورة التالية :

$$Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t = u_t \qquad (13.15)$$

حيث Δ هي عامل الفرق الأول .

لذلك ، على الرغم من أن Y_t غير مستقرة ، إلا أن الفرق الأول لها يكون مستقرا . للتوضيح بشكل مختلف ، فإن RWM بدون إزاحة هي عملية فرق مستقرة .

السير العشوائي مع الإزاحة Random walk with drift

الآن نراجع معادلة(13.11) ونكتبها كما يلي :

$$Y_t = \delta + Y_{t-1} + u_t \qquad (13.16)$$

حيث تعرف δ (delta) بمعلمة الإزاحة ، وهي في الأساس قاطع في نموذج RWM .

بالنسبة إلى RWM مع الإزاحة ، يمكننا توضيح أن :

$$E(Y_t) = Y_0 + \delta t \qquad (13.17)$$

$$var(Y_t) = t\sigma^2 \qquad (13.18)$$

كما ترون ، بالنسبة لنموذج RWM مع الإزاحة يزيد كل من المتوسط و التباين مع مرور الوقت ، مرة أخرى تنتهك شرط السلسلة الزمنية الثابتة . سنعيد كتابة المعادلة (13.16) كما يلي :

$$Y_t - Y_{t-1} = \Delta Y_t = \delta + u_t \qquad (13.19)$$

وهو أول فرق من RWM مع الإزاحة . من السهل التحقق من

$$E(\Delta Y_t) = \delta \qquad (13.20)$$

$$var(\Delta Y_t) = \sigma^2 \qquad (13.21)$$

$$cov(\Delta Y_t, \Delta Y_{t-s}) = E(u_t, u_{t-s}) = 0 \qquad (13.22)$$

لأن u_t هو حد خطأ white noise .

ما يعنيه كل هذا أنه على الرغم من أن RWM مع الإزاحة هو سلسلة زمنية غير مستقرة ، فإن الفرق الأول هو عملية (عشوائية) مستقرة . نشرحها بشكل مختلف ، RWM مع الإزاحة هي عملية I(1) ، في حين أن الفرق الأول لها هو عملية I(0) . هنا يؤثر الثابت على النموذج مثل الاتجاه الخطي لأن في كل فترة يتغير مستوى Y_t ، في المتوسط ، بالمقدار δ .

مثال: أسعار الإغلاق اليومية لأسهم IBM، من 4 يناير 2000 إلى 20 أغسطس 2002

لرؤية ما إذا كانت أسعار IBM قد تبعت خلال فترة العينة سيرًا عشوائيًا ، فقد رسمنا أولاً لوغاريتم أسعار الإغلاق اليومي للسهم ، في شكل 13.5 (انظر جدول [13.6] على موقع الويب المرفق) .

بالنظر للرسم ، يبدو أن لوغاريتمات أسعار IBM غير مستقرة . هل يمكننا التحقق من هذا من الناحية الإحصائية؟ قد نميل إلى تشغيل الانحدار التالي (لنفترض أن Y تمثل لوغاريتم أسعار الإغلاق اليومي لشركة IBM)

$$Y_t = B_1 + B_2 Y_{t-1} + u_t \qquad (13.23)$$

واختبار الفرض القائل بأن $B_2 = 1$ مع اختبار t المعتاد . غير أنه في حالات السلسلة الزمنية غير المستقرة ، يكون اختبار t متحيزًا بشدة إلى الصفر . للتحايل على هذا ، فإننا نتعامل مع المعادلة(13.23) على النحو التالي : طرح Y_{t-1} من جانبي هذه المعادلة للحصول على :

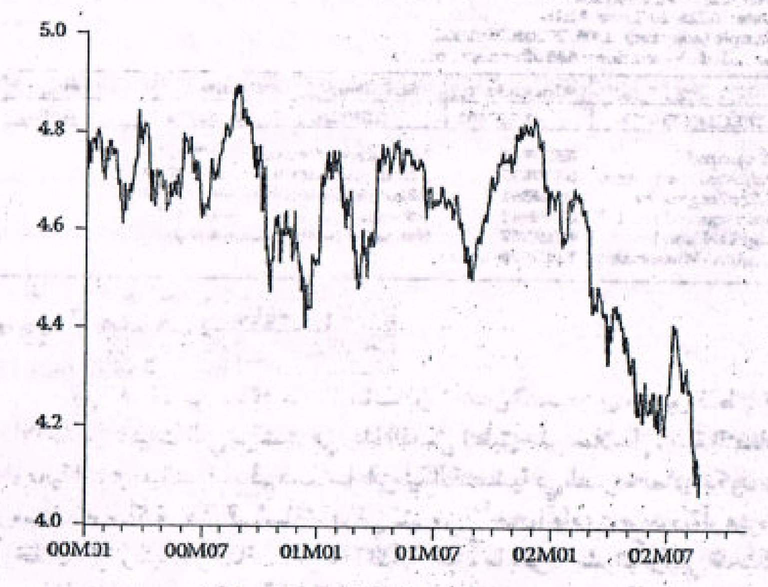
$$Y_t - Y_{t-1} = B_1 + B_2 Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t \qquad (13.24)$$

أي أن

$$\Delta Y_t = B_1 + \lambda Y_{t-1} + u_t$$

حيث : $\lambda = B_2 - 1$

لذلك بدلاً من تقدير معادلة(13.23) ، نقدر معادلة (13.24) ونختبر الفرض القائل بأن $\lambda = 0$ مقابل الفرض البديل بأن $\lambda < 0$.[1] إذا كانت $\lambda = 0$ ، فإن $B_2 = 1$ و Y تكون نموذج سير عشوائي (مع الإزاحة) ، أي أنها غير مستقرة . من الناحية الفنية ، تحتوي السلسلة الزمنية Y على جذر وحدة . من ناحية أخرى ، إذا كانت $\lambda < 0$ ، يمكننا أن نستنتج أن Y_t مستقرة .[2]



شكل 13.5 لوغاريتم الإغلاق اليومي لسهم IBM .

بعد تقدير الانحدار (13.24) ، لا يمكننا اختبار فرض العدم بأن $\lambda = 0$ مع اختبار t المعتاد لأن قيمة t للمعامل المقدر لـ Y_{t-1} لا يتبع توزيع t حتى في العينات الكبيرة .

كما ذكرنا سابقًا ، في حالات كهذه ، نستخدم إحصاء Dickey–Fuller tau التي

(1) نقوم أساسا بإجراء تحليل لجذر الوحدة .

(2) إذا كانت $\lambda = (B_2 - 1)$ بالنسبة إلى الاستقرار ، يجب أن يكون B_2 أقل من 1 . لكي يحدث ذلك ، يجب أن تكون λ سالبة .

قاما بصياغة قيمها الحرجة وتم توسيعها منذ ذلك الحين من قبل MacKinnon ، والتي تم الآن إدراجها في العديد من حزم الاقتصاد القياسي .

جدول [13.7] اختبار جذر الوحدة لأسعار إغلاق أسهم IBM اليومية

Null Hypothesis: LCLOSE has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic based on AIC, MAXLAG=0)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey–Fuller test statistic		−1.026066	0.7455
Test critical values:	1% level	−3.439654	
	5% level	−2.865536	
	10% level	−2.568955	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.
Augmented Dickey–Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LCLOSE)
Method: Least Squares
Date: 01/25/10 Time: 12:03
Sample (adjusted): 1/04/2000 8/20/2002
Included observations: 686 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LCLOSE(−1)	−0.006209	0.006051	−1.026066	0.3052
C	0.027766	0.027984	0.992236	0.3214

R-squared	0.001537	Mean dependent var	−0.000928
Adjusted R-squared	0.000077	S.D. dependent var	0.026385
S.E. of regression	0.026384	Akaike info criterion	−4.429201
Sum squared resid	0.476146	Schwarz criterion	−4.415991
Log likelihood	1521.216	Hannan–Quinn criter.	−4.424090
F-statistic	1.052811	Durbin–Watson stat	2.099601
Prob(F-statistic)	0.305223		

Note: In this table, *D* stands for first difference and Lclose is the log of daily IBM price at the close of the stock market in the USA.

ملاحظة : في هذا الجدول D، تعني الفرق الأول وLclose هو لوغاريتم سعر IBM اليومي عند إغلاق سوق الأوراق المالية في USA .

باستخدام *Eviews 6* حصلنا على النتائج الموضحة في جدول [13.7] . يعرض الجزء الثاني من هذا الجدول ناتج OLS المعتاد . القيمة t لسعر الإغلاق المتباطىء لمعامل IBM هي 1.0026- مع قيمة p تبلغ حوالي 0.30 ، مما يشير إلى أن هذا المعامل لا يختلف عن الصفر ، وبالتالي يدعم الفرض القائل بأن أسعار IBM لإغلاق الأسهم هي سير عشوائي أو أن سلسلة أسعار IBM غير مستقرة .

إذا نظرنا إلى الجزء الأول من هذا الناتج ، ستجد أن القيمة p لقيمة تاو لـ Dickey-Fuller لسعر الإغلاق المتباطيء لمعامل IBM تبلغ حوالي 0.75 ، مرة أخرى تدعم فرضية السير العشوائي . لكن لاحظ كيف أن مستوى المعنوية الإحصائية المعتادة t والإحصاء تاو يمكن أن تختلف اختلافاً جوهرياً .

هل الفروق الأولى في أسعار إغلاق IBM مستقرة؟

بما أننا نعلم أن الفروق الأولى في لوغاريتم أسعار أسهم IBM مستقرة لأن الفروق الأولى في نموذج RW مستقرة ، لن يفاجئنا أن نجد هذا هو الحال بالفعل . إذا قمنا بتقييم correlogram للفروق الأولى ، فسوف نجد أن الارتباطات تحوم حول الصفر ، والتي هي عادة حالة السلسلة الزمنية للعشوائية البحتة .

إذا قمنا بإجراء تحليل منهجي لجذر الوحدة ، نحصل على النتائج في جدول [13.8] . تشير هذه النتائج إلى أننا نستطيع رفض فرض جذر الوحدة للفروق الأولى في سلسلة لوغاريتمات أسعار أسهم IBM . إن تاو tau المقدّرة (t =) أكثر سالبية ومعنوية من قيمة تاو الحرجة عند 1% . في هذه الحالة ، تكون إحصاءات tau و t هي نفسها .

لاحظنا في وقت سابق أنه لا يمكننا استخدام سلسلة زمنية غير مستقرة لأغراض التنبؤ . هل يمكننا استخدام سلسلتي الفروق الأولى لأسعار الأسهم LEX أو IBM للتنبؤ؟ كيف نربط بعد ذلك سلسلة الفرق الأول للتنبؤ بالسلسلة الزمنية الأصلية (التي لم نأخذ فروقا لها)؟ سوف نتناول هذه المهمة في فصل لاحق (انظر فصل 16 حول نماذج ARIMA) .

جدول [13.8] اختبار جذر الوحدة للفروق الأولى لأسعار الإغلاق اليومية لشركة IBM.

Null Hypothesis: D(LCLOSE) has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=0)

			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-27.65371	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.568342	
	5% level		-1.941286	
	10% level		-1.616388	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.
Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LCLOSE,2)
Method: Least Squares
Date: 01/26/10 Time: 11:15
Sample (adjusted): 1/05/2000 8/20/2002
Included observations: 685 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LCLOSE(-1))	-1.057102	0.038226	-27.65371	0.0000

R-squared	0.527857	Mean dependent var	0.000116
Adjusted R-squared	0.527857	S.D. dependent var	0.038349
S.E. of regression	0.026351	Akaike info criterion	-4.433187
Sum squared resid	0.474941	Schwarz criterion	-4.426575
Log likelihood	1519.367	Hannan-Quinn criter.	-4.430629
Durbin-Watson stat	1.989376		

13.7 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

على الرغم من أننا قد درسنا سلسلتين زمنيتين اقتصاديتين ماليتين فقط ، فإن الأفكار والتقنيات التي نوقشت في هذا الفصل تنطبق على سلاسل زمنية اقتصادية ومالية أخرى ، بالنسبة لمعظم السلاسل الزمنية الاقتصادية في الصورة العادية تكون غير مستقرة او ساكنة . هذه السلسلة تظهر في كثير من الأحيان اتجاهات صعودية أو هبوطية خلال فترة زمنية متواصلة . لكن هذا الاتجاه غالباً ما يكون عشوائياً وليس محدداً . وهذا له تداعيات مهمة في تحليل الانحدار ، حيث إن إجراء انحدار لسلسلة زمنية غير مستقرة على سلسلة زمنية أو أكثر غير مستقرة قد تؤدي غالبًا إلى ظاهرة انحدار زائف أو بلا معنى . كما سنوضح في الفصل التالي ، فقط في حالة السلسلة الزمنية المتكاملة قد نتجنب الارتباط الزائف ، حتى لو كانت السلسلة الأساسية غير مستقرة .

استعرضنا ثلاثة أدوات تشخيصية لمعرفة ما إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة . أبسط هذه الأدوات هي رسم السلسلة الزمنية . هذا الرسم للسلسلة الزمنية هو أداة قيمة للغاية للحصول على "إحساس" حول طبيعة السلسلة الزمنية . بشكل منهجي أكثر ، يمكننا فحص مخطط الارتباط الزمني correlogram للسلسلة الزمنية على

مدى فترات تباطؤ متعددة . سيشير الرسم البياني إلى ما إذا كان الارتباط في السلسلة الزمنية على مدى عدة فترات تباطؤ يتحلل بسرعة أو ببطء . إذا كان يتحلل ببطء شديد ، فربما تكون السلسلة الزمنية غير مستقرة .

الاختبار الذي أصبح اختبارًا شائعًا هو اختبار جذر الوحدة . إذا وجدنا جذر وحدة واحد أو أكثر في سلسلة زمنية على أساس اختبار Dickey – Fuller أو اختبار Dickey–Fuller المطور ، قد يوفر المزيد من الأدلة على عدم السكون .

وحيث إن نموذج الانحدار التقليدي يستند على افتراض أن السلسلة الزمنية المستخدمة في التحليل مستقرة أوساكنة ، فمن الأهمية بمكان إخضاع السلسلة الزمنية لاختبارات السكون التي نوقشت أعلاه .

إذا كانت السلسلة الزمنية لها اتجاه محدد ، فيمكن جعلها ثابتة من خلال إجراء انحدار لها على الزمن أو متغير الاتجاه . ومن ثم ، فإن بواقي الانحدار سوف تمثل سلسلة زمنية خالية من الاتجاه .

ومع ذلك ، إذا كانت السلسلة الزمنية لها اتجاه عشوائي ، يمكن جعلها ساكنة من خلال أخذ الفروق لها مرة أو عدة مرات .

تطبيقات Exercise

13.1 برهن معادلة (13.13) و (13.14) .

13.2 برهن معادلة (13.17) و (13.18) .

13.3 بالنسبة لسلسلة أسعار شركة IBM قدر نموذج (13.7) وعلق على النتائج .

13.4 افترض في معادلة (13.7) أن $B_3 = 0$ ما هو تفسير النموذج الناتج ؟

13.5 هل تتوقع أن تكون سلسلة GDP الحقيقي ربع السنوية للولايات المتحدة مستقرة؟ لما و لما لا؟ احصل على بيانات عن GDP ربع السنوي للولايات المتحدة من الموقع الإلكتروني لمصرف الاحتياطي الفيدرالي في سانت لويس لتدعيم اجابتك .

13.6 كرر تمرين 13.5 لمؤشر أسعار المستهلك (CPI) للولايات المتحدة .

13.7 إذا كانت السلسلة الزمنية مستقرة ، فهل هذا يعني أنها هي سلسلة عشوائية بحتة white noise؟ في الفصل المتعلق بالارتباط الذاتي ، اعتبرنا نظام Markov للانحدار الذاتي من الدرجة الأولى ، مثل $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$

حيث u_t هو حد الخطأ في نموذج الانحدار و ρ هو معامل الارتباط الذاتي ، و ε_t هي سلسلة العشوائية البحتة . هل u_t هو سلسلة white noise؟ هل هي مستقرة ، إذا كان الأمر كذلك ، تحت أي شروط؟ فسر .

الفصل الرابع عشر

14 نماذج التكامل المشترك وتصحيح الأخطاء
Cointegration and error correction models

في الفصل السابق ، ذكرنا أنه في حالة انحدار سلسلة زمنية غير مستقرة على سلسلة واحدة أو أكثر من السلاسل غير المستقرة ، فقد نحصل على قيمة R^2 مرتفعة وواحد أو أكثر من معاملات الانحدار يكون معنويا إحصائيا على أساس الاختبارات المعتادة واختبارات t و F . ولكن من المرجح أن تكون هذه النتائج زائفة أو مضللة لأن إجراءات الانحدار الخطي القياسية تفترض أن السلسلة الزمنية المتضمنة في التحليل مستقرة بالمعنى المحدد في الفصل السابق . إذا لم تكن هذه هي الحالة ، فقد يكون الانحدار الناتج انحدارًا زائفًا **spurious regression** .

نوضح في هذا الفصل كيف يمكن أن ينشأ الانحدار الزائف وأسباب ذلك . نعرض أيضًا ما يمكن فعله إذا واجهنا انحدارًا زائفًا .

نوضح في هذا الفصل أيضًا ظاهرة التكامل المشترك ، وهي حالة قد لا يؤدي فيها انحدار سلسلة زمنية غير مستقرة على سلسلة واحدة أو أكثر من السلاسل غير المستقرة إلى انحدار زائف . إذا حدث هذا ، فنحن نقول إن السلاسل الزمنية قيد الدراسة لها تكامل مشترك ، أي أن هناك علاقة طويلة الأمد أو متوازنة بينهما . نعرض هذا مع أمثلة واقعية وشرح الظروف التي يمكن أن يحدث على أساسها التكامل المشترك .

14.1 ظاهرة الانحدار الزائف
The phenomenon of spurious regression

إذا تم إجراء انحدار لمتغير اتجاه على واحد أو أكثر من متغيرات الاتجاه ، فغالبًا ما نجد الإحصاءات t و F معنوية و R^2 مرتفعًا ، ولكن لا توجد علاقة حقيقية بينهما بالفعل لأن كل متغير ينمو بمرور الزمن . يُعرف هذا بمشكلة الانحدار الزائف أو غير الحقيقي .

في كثير من الأحيان يتم اكتشاف حقيقة أن العلاقة غير منطقية في إحصائيات Durbin-Watson *d* المنخفضة .

فيما يلي بعض الأمثلة على الانحدارات الزائفة :[1]

1 . معدل وفيات الرضع في مصر(Y) ، بيانات سنوية على إجمالي الدخل الكلي للمزارعين الأمريكيين (I) في الفترة 1971–1990 ، وإجمالي عرض النقود (M) في هندوراس .

$\hat{Y} = 179.9 - .2952\, I - .0439\, M$, $R^2 = .918$, $D/W = .4752$, $F = 95.17$

(16.63).(−2.32) (−4.26) Corr = .8858, −.9113, −.9445

2 . الرقم القياسي للتصدير الأمريكي(Y) ، 1960–1990 ، بيانات سنوية ، على العمر المتوقع للذكور الأستراليين (X) .

$\hat{Y} = -2943. + 45.7974\, X$, $R^2 = .916$, $D/W = .3599$, $F = 315.2$

(−16.70) (17.76) Corr = .9570

3 . نفقات الدفاع الأمريكية (Y) ، 1971–1990 ، بيانات سنوية ، على سكان جنوب إفريقيا (X) .

$\hat{Y} = -368.99 + .0179\, X$, $R^2 = .940$, $D/W = .4069$, $F = 280.69$

(−11.34) (16.75) Corr = .9694

4 . مجموع معدلات الجريمة في الولايات المتحدة (Y) ، 1971–1991 ، بيانات سنوية ، على متوسط العمر المتوقع في جنوب أفريقيا (X) .

$\hat{Y} = -24569 + 628.9\, X$, $R^2 = .811$, $D/W = .5061$, $F = 81.72$

(−6.03) (9.04) Corr = .9008

5 . السكان في جنوب أفريقيا(Y) ، 1971–1990 ، بيانات سنوية ، على إجمالي نفقات البحث والتطوير في الولايات المتحدة (X) .

$\hat{Y} = 21698.7 + 111.58\, X$, $R^2 = .974$, $D/W = .3037$, $F = 696.96$

(59.44) (26.40) Corr = .9873

(1) انظر:
http://www.eco.uc3m.es/jgonzalo/teaching/timeseriesMA/examplesspuriousregression.pdf

ملاحظة : Corr هو معامل الارتباط .

في كل من هذه الأمثلة ، لا يوجد سبب منطقي للعلاقة المشاهدة بين المتغيرات . يحدث ذلك لأن جميع المتغيرات في هذه الأمثلة تبدو أنها تأخذ اتجاها بمرور الزمن .

14.2 محاكاة الانحدار الزائف

خذ بعين الاعتبار سلسلتي السير العشوائي التاليتين بدون إزاحة :

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \qquad (14.1)$$

$$X_t = X_{t-1} + v_t \qquad (14.2)$$

حيث يكون كل من u_t و v_t ، NIID(0,1) ، أي ، كل حد خطأ يتم توزيعه توزيعا طبيعيا ومستقلا بمتوسط صفر وتباين واحد (أي التوزيع الطبيعي المعياري) . لقد حصلنا على 500 مشاهدة لكل سلسلة من التوزيع التوزيع الطبيعي المعياري .

نعرف من المناقشة في الفصل السابق أن كلا هاتين السلسلتين غير ساكنتين ، أي أنهما I(1) أو تعرضان اتجاهات عشوائية .

بما أن Y_t و X_t هما عمليتان I(1) غير مرتبطين ، يجب ألا يكون هناك أي علاقة بين المتغيرين . ولكن عندما أجرينا انحدارا Y_t على X_t ، حصلنا على النتائج التالية :

$$\hat{Y}_t = -13.2556 + 0.3376X_t \qquad (14.3)$$

$$t = (-21.3685)(7.6122) \mid R^2 = 0.1044 ; d = 0.0123$$

يوضح هذا الانحدار أن كلا من ثابتي الانحدار ومعاملي الميل لهما معنوية كبيرة ، لأن قيم t لهم مرتفعة للغاية . وهكذا يظهر هذا الانحدار علاقة معنوية بين المتغيرين ، على الرغم من أنه لا ينبغي أن يكون هناك أي علاقة بينهما . هذا باختصار هو ظاهرة الانحدار الزائف ، وأشير إليه لأول مرة من قبل الإحصائي Yule .[1]

(1) G. U. Yule, Why do we sometimes get nonsense correlation between time series? A study in sampling and the nature of series. *Journal of the Royal Statistical Society,* vol. 89, 1926, pp. 1–64.

هناك شيء «مشتبه فيه» حول النتائج الواردة من معادلة (14.3) يدل عليه إحصاء Durbin–Watson المنخفضة للغاية . وفقاً لـ Granger و Newbold ، فإن $R^2 > d$ هي قاعدة جيدة للإشتباه في أن الانحدار المقدر هو انحدارا زائفا .[1] جميع الأمثلة التي نوقشت أعلاه تبدو متفقة مع هذه القاعدة . لاحظ أن إحصاء Durbin–Watson غالباً ما يستخدم لقياس الارتباط التسلسلي من الدرجة الأولى في حد الخطأ ، ولكن يمكن استخدامه كمؤشر على أن السلسلة الزمنية غير مستقرة .

14.3 هل انحدار الانفاق الاستهلاكي على الدخل المتاح هو انحدارا زائفا؟

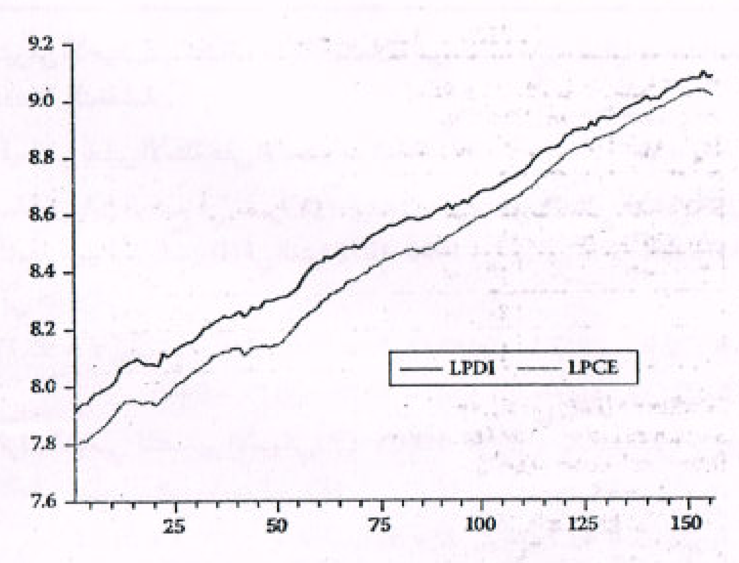
Is the regression of consumption expenditure on disposable income spurious?

يقدم جدول [14.1] (الذي يمكن العثور عليه على الموقع الالكتروني المرفق) بيانات ربع سنوية عن نفقات الاستهلاك الشخصي (PCE) والدخل الشخصي المتاح (أي بعد الضرائب) (PDI) للولايات المتحدة الأمريكية للفترة 1970–2008 ، لإجمالي 156 مشاهدة . جميع البيانات بالمليارات بقيمة الدولار في 2000 .

نرسم البيانات أولا ، كما هو مبين في شكل 14.1 . كما فعلنا بشكل متكرر ، قمنا برسم البيانات بمقياس لوغاريتمي بحيث تمثل التغيرات في المتغيرات تغيرات نسبية ، أو تغيرات بنسبة مئوية بعد الضرب في 100 .

ويبين هذا الشكل أن كل من *LPDI* و *LPCE* هما سلسلتان لهما اتجاه ، مما يدل على أن هاتين السلسلتين ليستا مستقرتين . يبدو أنهم I(1) ، أي ، لديهما اتجاهات عشوائية. يمكن تأكيد ذلك من خلال تحليل جذر الوحدة ، كما هو موضح في الجدولين [14.2] و [14.3]

(1) C. W. J. Granger and P. Newbold, Spurious regression in econometrics. *Journal of Econometrics*, vol. 2,1974, pp. 111–20.



شكل 14.1 لوغاريتمات PDI و PCE، USA 1970–2008

لقد استخدمنا اختبار Dickey–Fuller (ADF) المطور من خلال إدراج حدا متباطيء واحدًا للفرق الأول من LPD المتباطيء . المعامل الذي نهتم به في الأساس هو معامل LPD المتباطيء ، والذي يساوي ‎– 0.11133 ، والذي على أساس اختبار t المعتاد يكون معنويًا عند مستوى 0.006 ، ولكن على أساس إحصاء tau ، يكون معنويًا عند مستوى 0.20 ، مما يدل على أن السلسلة الزمنية LPD غير مستقرة .

وهنا سلسلة LPCE أيضًا غير مستقرة على أساس اختبار ADF ، على الرغم من أن اختبار t المعتاد يعلن خلاف ذلك . يبدو أن كل من *LPCE* و *LPDI* سلسلتان لهما جذر وحدة ، أو اتجاها عشوائيا . من ذلك ، إذا أجرينا انحدارا لـ *LPCE* على *LPDI* ، فقد نحصل على انحدار زائف . قبل أن ننظر في هذا الاحتمال ، دعونا نقدم نتائج هذا الانحدار (جدول [14.4]) .

قبل أن نفسر النتائج ، لاحظ أن $R^2 > d = 0.3672$. هذا يرفع من احتمال أن يكون هذا الانحدار زائفًا ، والذي قد يكون بسبب انحدار سلسلة اتجاه عشوائي على سلسلة اتجاه عشوائي أخرى .

جدول [14.2] تحليل جذر الوحدة لسلسلة LPDI

Null Hypothesis: LPDI has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 1 (Automatic based on AIC, MAXLAG=1)

			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey–Fuller test statistic			-2.774807	0.2089
Test critical values:	1% level		-4.018748	
	5% level		-3.439267	
	10% level		-3.143999	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.
Augmented Dickey–Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LPDI)
Method: Least Squares
Date: 01/27/10 Time: 09:14
Sample (adjusted): 1970Q3 2008Q4
Included observations: 154 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LPDI(-1)	-0.11133	0.040123	-2.774807	0.0062
D(LPDI(-1))	-0.12236	0.080488	-1.520277	0.1305
C	0.894817	0.318753	2.807246	0.0057
@TREND(1970Q1)	0.001	0.0003	2.703094	0.0077

R-squared	0.08339	Mean dependent var	0.0075
Adjusted R-squared	0.06506	S.D. dependent var	0.0098
S.E. of regression	0.0095	Akaike info criterion	-6.44516
Sum squared resid	0.0136	Schwarz criterion	-6.36628
Log likelihood	500.2774	Durbin–Watson stat	1.97578
F-statistic	4.548978	Prob(F-statistic)	0.0044

ملاحظة : D تعني الفرق الأول و @ trend هو متغير الاتجاه .

بالطبع ، إذا قمنا بتفسير Durbin–Watson بحد ذاتها ، فإنه يشير إلى أن حد الخطأ في هذا الانحدار يعاني من الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى .

تشير النتائج في قيمها الظاهرية إلى أن مرونة الانفاق الاستهلاكي الشخصي بالنسبة

لـ PDI وهي 1.08 أكبر من واحد – أي زيادة بنسبة واحد بالمائة في PDI يؤدي إلى زيادة في الإنفاق الاستهلاكي الشخصي بأكثر من واحد بالمائة . هذه المرونة تبدو عالية .

يجب أن نكون حذرين من هذه النتائج بسبب احتمال حدوث انحدار زائف .

جدول [14.3] تحليل جذر الوحدة لسلسلة LPCE

Null Hypothesis: LPCE has a unit root
Exogenous: Constant, Linear Trend
Lag Length: 1 (Automatic based on AIC, MAXLAG=1)

			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey–Fuller test statistic			-2.038416	0.5754
Test critical values:	1% level		-4.018748	
	5% level		-3.439267	
	10% level		-3.143999	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.
Augmented Dickey–Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LPCE)
Method: Least Squares
Date: 01/27/10 Time: 09:19
Sample (adjusted): 1970Q3 2008Q4
Included observations: 154 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LPCE(-1)	-0.0503	0.024686	-2.038416	0.0433
D(LPCE(-1))	0.313333	0.079964	3.9184	0
C	0.398477	0.192288	2.072292	0.0399
@TREND(1970Q1)	0	0.0002	1.975799	0.05

R-squared	0.111128	Mean dependent var	0.0078
Adjusted R-squared	0.09335	S.D. dependent var	0.0068
S.E. of regression	0.0065	Akaike info criterion	-7.22165
Sum squared resid	0.0063	Schwarz criterion	-7.14277
Log likelihood	560.0671	Durbin–Watson stat	2.104952
F-statistic	6.251045	Prob(F-statistic)	0.001

جدول [14.4] انحدار LPCE على LPDI

Dependent Variable: LPCE
Method: Least Squares
Sample: 1970Q1 2008Q4
Included observations: 156

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	1Prob.
C	−0.84251	0.033717	−24.98747	0
LPDI	1.086822	0.00395	275.2413	0

R-squared	0.997971	Mean dependent var	8.430699
Adjusted R-squared	0.997958	S.D. dependent var	0.366642
S.E. of regression	0.01657	Akaike info criterion	−5.35003
Sum squared resid	0.04227	Schwarz criterion	−5.31093
Log likelihood	419.3021	Durbin–Watson stat	0.367187
F-statistic	75757.76	Prob(F-statistic)	0

حيث إن كلتا السلسلتين الزمنيتين لهما اتجاه ، سنرى ما سيحدث إذا قمنا بإضافة متغير الاتجاه إلى النموذج . قبل القيام بذلك ، قد يكون من المفيد ملاحظة أن متغير الاتجاه هو عامل التقاط catch-all لجميع المتغيرات الأخرى التي قد تؤثر على كل من المتغير التابع والمتغير (المتغيرات) المستقل . أحد هذه المتغيرات هو التعداد السكاني ، لأنه مع زيادة عدد السكان ، يزداد أيضًا إجمالي الإنفاق الاستهلاكي والدخل الإجمالي المتاح . إذا كان لدينا بيانات ربع سنوية عن السكان ، كان بإمكاننا إضافة هذا المتغير كمتغير مستقل إضافي بدلاً من متغير الاتجاه . والأفضل من ذلك أنه كان بوسعنا أن نعبر عن الإنفاق الاستهلاكي والدخل الشخصي المتاح على أساس نصيب الفرد . لذا ضع في اعتبارك أن متغير الاتجاه قد يكون بديلاً للمتغيرات الأخرى . مع هذا التحذير ، دعونا نرى ما سيحدث إذا أضفنا متغير الاتجاه إلى نموذجنا .

بالمقارنة مع النتائج الواردة في جدول [14.4] ، هناك تغييرات . مرونة *LPCE* بالنسبة لـ *LPID* هي الآن أقل بكثير من الواحد ، على الرغم من أنها لا تزال ذات معنوية إحصائية على أساس اختبار t المعتاد ومتغير الاتجاه هو أيضا ذو معنوية إحصائية . لذلك ، مع السماح بالاتجاه الخطي ، العلاقة بين المتغيرين هي علاقة طردية قوية . لكن

لاحظ مرة أخرى قيمة Durbin–Watson المنخفضة ، التي تشير إلى أن النتائج تعاني من الارتباط الذاتي . أو ربما يكون هذا الانحدار أيضًا زائفًا .

14.4 متى قد لا يكون الانحراف الزائف زائفا

When a spurious regression may not be spurious

الانحدار الموضح في جدول [14.5] هو نموذج انحدار المجتمع :

$$lPCE_t = B_1 + B_2 lPDI_t + B_3 t + u_t \qquad (14.4)$$

حيث : t هو الزمن أو الاتجاه .

بإعادة كتابة هذا النموذج على أنه :

$$u_t = lPCE_t - B_1 - B_2 lPDI_t - B_3 t \qquad (14.5)$$

بعد تقدير (14.4) ، لنفترض أننا نخضع u_t المقدرة ($= e_t$) لتحليل جذر الوحدة ونكتشف أنه مستقر ، أي I(0) . هذه نقطة مثيرة للاهتمام ، على الرغم من أن لوغاريتم PCEولوغاريتم PDI بشكل فردي I(1) ، أي أن لديهما اتجاهات عشوائية ، إلا أن مزيجهما (الخطي) كما هو موضح في معادلة(14.5) هو I(0) . هذا المزيج الخطي ، إذا جاز التعبير ، يلغي الاتجاهات العشوائية في السلسلتين . في هذه الحالة انحدار *lPCE* على *LPDI* ليس انحدارا زائفا . إذا حدث هذا فإننا نقول أن المتغيرين *lPCE* و *LPDI* لهما تكامل مشترك . ويمكن ملاحظة ذلك بوضوح في شكل 14.1 ، على الرغم من أن السلسلتين لهما اتجاهات عشوائية ، إلا أنهما لا تنجرفا بعيدا عن بعضهما بشكل كبير . ويبدو الأمر كما لو أن اثنين من السكارى يتعرجان بلا هدف ، ولكنهما يواكبان بعضهما البعض .

من الناحية الاقتصادية ، سوف يكون لمتغيرين تكامل مشترك إذا كان بينهما علاقة طويلة الأجل أو علاقة توازن . في السياق الحالي ، تخبرنا النظرية الاقتصادية بوجود علاقة قوية بين الإنفاق الاستهلاكي والدخل الشخصي المتاح . تذكر أن PCE هي حوالي 70% من PDI .

جدول [14.5] انحدار LPCE على LPDI والاتجاه

Dependent Variable: LPCE
Method: Least Squares
Sample: 1970Q1 2008Q4
Included observations: 156

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.675338	0.487797	3.4345	0.001
LPDI	0.770241	0.061316	12.56176	0
@TREND	0.0024	0.0005	5.172271	0

R-squared	0.998273	Mean dependent var	8.430699
Adjusted R-squared	0.998251	S.D. dependent var	0.366642
S.E. of regression	0.01534	Akaike info criterion	-5.49835
Sum squared resid	0.03598	Schwarz criterion	-5.4397
Log likelihood	431.8712	Durbin-Watson stat	0.261692
F-statistic	44226.49	Prob(F-statistic)	0

الهدف من كل هذا النقاش هو أن ليس كل انحدارات السلاسل الزمنية هي انحدارات زائفة . بالطبع ، نحن بحاجة لاختبار هذا منهجيا . وكما يلاحظ Granger ، «اختبار التكامل المشترك يمكن اعتباره اختبارًا أوليًا لتجنب حالات الانحدار الزائف» [1].

وفي لغة نظرية التكامل المشترك ، يُعرف الانحدار مثل (14.4) بانحدار متكامل وتعرف معلمات الميل B_2 و B_3 بمعلمات متكاملة .

14.5 اختبارات التكامل المشترك Tests of cointegration

على الرغم من وجود العديد من اختبارات التكامل المشترك ، فإننا ندرس هنا الاختبار الذي ناقشناه في الفصل السابق ، اختبارات جذر الوحدة لـ DF و ADF على البواقي المقدرة من الانحدار المتكامل ، كما تم تعديله من قبل Engle - Granger (EG) ، واختبار Engle - Granger (AEG) المطور [2].

(1) C. W. Granger, Developments in the study of co-integrated economic variables, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 48, 1986, p. 226.

(2) الاختبار الذي له خصائص إحصائية أفضل هو اختبار Johansen للتكامل المشترك . لكن هذا الاختبار معقد رياضيا إلى حد ما . يمكن للقارئ المهتم أن يرجع لبعض الكتب المذكورة في هذا الفصل .

اختبارات EG و AEG

لاستخدام اختبار DF أو ADF ، فإننا نقدر انحدارًا مثل (14.4) ، والحصول على البواقي من هذا الانحدار ، واستخدام هذه الاختبارات. ومع ذلك ، نظرًا لأننا نلاحظ فقط e_t وليس u_t ، يجب تعديل قيم DF و ADF المعنوية الحرجة ، كما اقترح Engle و Granger [1]. في سياق اختبار التكامل المشترك ، تكون اختبارات DF و ADF معروفة بـ Engle - Granger (EG) واختبارات augmented Engle - Granger (AEG) التي تم دمجها الآن في العديد من حزم البرامج .

سنطبق هذه الاختبارات على انحدار PCE-PDI (14.4) . تظهر نتائج هذا الانحدار بالفعل في جدول [14.5] . نجري أولا اختبار EG بدون أي قاطع ولا حد اتجاه ، والذي يعطي نتائج جدول [14.6] .

يظهر هذا الناتج بوضوح أن بواقي الانحدار (14.4) مستقرة ، بالنسبة لقيمة تاو tau المحسوبة لحد البواقي المتباطيء فإنها تتعدي بكثير أي من القيم الحرجة في الجدول . لم تتغير النتائج جوهريًا إذا أضفنا العديد من حدود $D(S_3)$ المتباطأة . لاحظ أيضًا كيف تغيرت قيمة Durbin-Watson .

اختبارات جذر الوحدة واختبارات التكامل المشترك

Unit root tests and cointegration tests

لاحظ الفرق بين اختبارات جذر الوحدة والتكامل المشترك . يتم إجراء اختبارات لجذور الوحدة في سلسلة زمنية مفردة ، في حين يتعامل التكامل المشترك مع العلاقة بين مجموعة من المتغيرات ، لكل منها جذر وحدة . في الممارسة العملية ، من الأفضل اختبار كل سلسلة لجذور الوحدة ، لأنه من المحتمل جدًا أن يكون لبعض السلاسل في المجموعة أكثر من جذر وحدة واحد ، وفي هذه الحالة يجب أن يتم أخذ الفروق أكثر من مرة لجعلها ساكنة .

إذا كانت السلسلتان الزمنيتان Y و X متكاملتين برتب مختلفة ، فإن حد الخطأ في الانحدار Y و X لن يكون ساكنًا ، ويقال إن معادلة الانحدار هذه غير متوازنة . من ناحية أخرى ، إذا تم تكامل المتغيرين بنفس الرتب ، فإنه يقال أن معادلة الانحدار متوازنة .

(1) R. F. Engle and C. W. Granger, Co-integration and error correction : representation, estimation, and testing, Econometrica, vol. 55, 1987, pp. 251–76.

جدول [14.6] اختبار جذر الوحدة على البواقي من الانحدار (14.4)

Null Hypothesis: S3 has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=0)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.392603	0.001
Test critical values:	1% level	-2.579967	
	5% level	-1.942896	
	10% level	-1.615342	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.
Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(S3)
Method: Least Squares
Date: 01/29/10 Time: 10:44
Sample (adjusted): 1970Q2 2008Q4
Included observations: 155 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
S3(-1)	-0.13599	0.040085	-3.392603	0.001

R-squared	0.06781	Mean dependent var	0
Adjusted R-squared	0.06781	S.D. dependent var	0.0078
S.E. of regression	0.0075	Akaike info criterion	-6.93014
Sum squared resid	0.0088	Schwarz criterion	-6.91051
Log likelihood	538.0859	Durbin-Watson stat	2.388956

ملاحظة : S_3 تمثل حد البواقي من الانحدار (14.4) . لاحظ أيضا في هذا الانحدار أنه لا يوجد قاطع لأن القيمة المتوسطة للبواقي في انحدار OLS هي صفر .

14.6 التكامل المشترك وآلية تصحيح الأخطاء (ECM)

Cointegration and error correction mechanism (ECM)

بعد إتاحة الاتجاه المحدد ، أظهرنا أن سلسلتي لوغاريتم PCE ولوغاريتم PDI لهما تكامل مشترك ، أي أن لهما علاقة طويلة المدى أو متوازنة . ولكن كيف يتحقق هذا التوازن ، لأنه في المدى القصير قد يكون هناك عدم توازن؟

يمكننا معالجة حد الخطأ في معادلة (14.5) كحد «موازنة» الخطأ الذي يصحح

انحرافات LPCE عن قيمة توازنه المعطاة من خلال التكامل المشترك (14.4) . سمى Dennis Sargan هذا بآلية تصحيح الأخطاء(ECM) ، وهو المصطلح الذي شاع في وقت لاحق من قبل Engle وGranger .[1] في نظرية هامة ، تُعرف باسم نظرية تمثيل جرانجر **Granger Representation Theorem** ، تنص على أنه إذا تم عمل تكامل مشترك لمتغيرين Y و X ، فإن العلاقة بين الاثنين يمكن التعبير عنها باعتبارها ECM . لمعرفة أهمية هذا ، نستمر مع مثال PCE–PDI الآن ضع في اعتبارك النموذج التالي :

$$\Delta lPCE_t = A_1 + A_2\,\Delta lPDI_t + A_3 u_{t-1} + v_t \qquad (14.6)$$

حيث Δ ، كالعادة ، هي عامل الفرق الأول ، u_{t-1} هو القيمة المتباطئة لحد تصحيح الخطأ من معادلة(14.5) ، وv_t عبارة عن حد الخطأ العشوائي البحت .

نعلم أن معادلة(14.4) تعطي العلاقة طويلة الأجل بين $lPCE$ و $lPDI$ من ناحية أخرى ، تعطي معادلة(14.6) علاقة قصيرة الأجل بين الاثنين . تماما مثل B_2 في معادلة (14.4) تعطي التأثير طويل المدى لـ $lPDI$ على $lPCE$ ، و A_2 في معادلة(14.6) تعطي التأثير الفوري أو قصير المدى لـ $\Delta LPDI$ على $\Delta LPCE$.

يسمى النموذج (14.6) نموذج تصحيح الأخطاء (ECM) ، يفترض أن التغييرات في LPCE تعتمد على التغيرات في $lPDI$ وحد الخطأ المتباطيء المتوازن ، u_{t-1} .[2] إذا كان حد الخطأ هذا صفراً ، فلن يكون هناك أي عدم توزان بين المتغيرين ، وفي هذه الحالة ، سوف تعطى العلاقة طويلة المدى بالعلاقة التكاملية (14.4) (لا يوجد حد خطأ هنا) . ولكن إذا كان حد خطأ التوازن غير صفري ، فستكون العلاقة بين LPCE و LPDI خارج التوازن .

لرؤية هذا ، بوضع $\Delta lPDI = 0$ (لا تغيير في $lPDI$) وافترض أن u_{t-1} موجب . هذا يعني أن $LPCE_{t-1}$ مرتفع جدًا ليكون في حالة توازن – أي أن $LPCE_{t-1}$ أعلى من قيمة توازنه $(B_1 + B_2\,LPDI_{t-1})$. وحيث إن A_3 في معادلة (14.6) من المتوقع أن

(1) راجع :
J. D. Sargan, Wages and prices in the United Kingdom: a study in econometric methodology, in K. F. Wallis and D. F. Hendry (eds.), Quantitative Economics and Economic Analysis, Basil Blackwell, Oxford, UK, 1984.

(2) نستخدم حد الخطأ المتباطيء لأن الخطأ الذي حدث في الفترة السابقة هو الذي سيستخدم لتصحيح عدم التوازن في الفترة الزمنية الحالية .

يكون سالبًا ، فإن الحد A_3u_{t-1} يكون سالبا ، وبالتالي سيكون $\Delta IPCE_t$ سالبًا لاستعادة التوازن . أي أن ، إذا كان $LPCE_t$ أعلى من قيمة توازنه ، فسوف يبدأ في الانخفاض في الفترة التالية لتصحيح خطأ التوازن ؛ ومن هنا ، الاسم ECM .

بنفس الكلام ، إذا كان $IPCE_t$ أقل من قيمة توازنه (أي إذا كان u_{t-1} سالبا) ، فإن A_3u_{t-1} سيكون موجبا ، بما سيؤدي إلى أن يكون $\Delta LPCE_t$ موجبًا ، مما يؤدي إلى ارتفاع $IPCE$ في الفترة t .

وبالتالي فإن القيمة المطلقة لـ A_3 ستحدد مدى سرعة الوصول إلى التوازن .

لاحظ أنه من الناحية العملية نقوم بتقدير u_{t-1} من خلال نظيره من العينة e_{t-1} .

من المثير للاهتمام أن نلاحظ أن معادلة(14.6) تتضمن كلا من ديناميكيات المدى القصير والطويل . لاحظ أيضا أنه في معادلة(14.6) جميع المتغيرات هي I(0) ، أو مستقرة . لذلك يمكن تقدير معادلة (14.6) عن طريق OLS .

لرؤية كل هذه النظرية في الممارسة ، نعود إلى مثالنا التوضيحي . النظير التجريبي لمعادلة (14.6) مبين في جدول [14.7] .

جدول [14.7] نموذج تصحيح الخطأ لـ IPCE و IPDI

Dependent Variable: D(LPCE)
Method: Least Squares
Date: 01/28/10 Time: 20:51
Sample (adjusted): 1970Q2 2008Q4
Included observations: 155 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.0055	0.0006	8.646287	0
D(LPDI)	0.313476	0.052866	5.929625	0
S1(-1)	-0.0583	0.031487	-1.850423	0.0662

R-squared	0.187863	Mean dependent var	0.0078
Adjusted R-squared	0.177177	S.D. dependent var	0.0068
S.E. of regression	0.0061	Akaike info criterion	-7.33019
Sum squared resid	0.0057	Schwarz criterion	-7.27128
Log likelihood	571.0895	Durbin-Watson stat	1.716035
F-statistic	17.58023	Prob(F-statistic)	0

ملاحظة : S1 (-1) هو الخطأ u_{t-1} في معادلة(14.5) . و D يشير إلى الفرق الأول .

تفسير النتائج

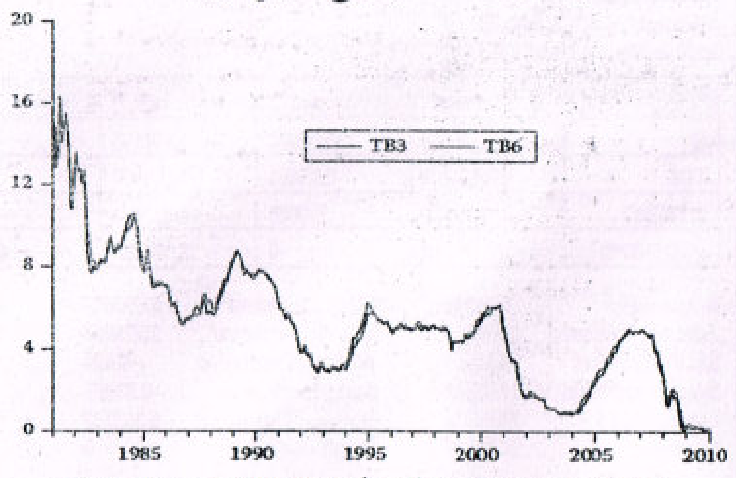
لاحظ أن جميع المعاملات في هذا الجدول تكون معنوية كل على حدة عند مستوى 6% أو أقل . يوضح المعامل الذي تبلغ قيمته حوالي 0.31 أن زيادة 1% في $\ln(LPDI_t/LPDI_{t-1})$ ستؤدي في المتوسط إلى زيادة 0.31% في $\ln(LPCE_t/LPCE_{t-1})$. هذه هي مرونة الاستهلاك – الدخل على المدى القصير . يتم الحصول على قيمة المدى الطويل من خلال الانحدار المتكامل معادلة(14.5) ، وهو ما يقارب 0.77 .

يشير معامل تصحيح الخطأ الذي يبلغ حوالي 0.06 – إلى أن حوالي 6% فقط من التناقض بين PCE طويل الأجل وقصير الأجل يتم تصحيحه خلال الربع ، مما يشير إلى معدل تعديل التوازن بطيء . أحد الأسباب التي تجعل معدل التعديل منخفضًا هو أن نموذجنا بسيط إلى حد ما . إذا كانت لدينا البيانات اللازمة بخصوص سعر الفائدة ، وثروة المستهلك ، وما إلى ذلك ، فربما رأينا نتيجة مختلفة .

ولتعريف القارئ أكثر بمفهوم التكامل المشترك وECM ، فإننا نستعرض مثالاً آخر .

14.7 هل معدلات أذون الخزانة -3 أشهر و-6 أشهر لها تكامل مشترك
Are 3-month and 6-month Treasury Bill rates cointegrated?

يوضح شكل 14.2 معدلات أذون الخزانة (T-bill) الأمريكية ذات الاستحقاق الثابت لمدة ثلاثة أشهر و ستة أشهر من يناير 1981 إلى يناير 2010 ، ليصبح المجموع 349 مشاهدة . انظر جدول [14.8] على الموقع الشبكي المرفق .



شكل 14.2 المعدلات الشهرية لأذون الخزانة ذات الثلاثة شهور والستة شهور

بما أن نوعي أذون الخزانة يبدو وكأنهما متقاربان إلى حد كبير ، فإننا نتوقع أن يكون المعدلان لهما تكامل مشترك ، أي أن هناك علاقة توازن مستقرة بين الاثنين ، على الرغم من أن كلاهما يظهران اتجاهات . هذا ما نتوقعه من نظرية الاقتصاد المالي ، أما إذا لم يكن المعدلين لهما تكامل مشترك ، فإن المراجحين سوف يستغلون أي تباين بين المعدلات قصيرة وطويلة الأجل .

ولكن لنرى ما إذا كانت هذه هي الحالة . نختبر أولا كل سلسلة من حيث الاستقرار . بإدراج القاطع والاتجاه وخمسة حدود متباطئة ، وجد أن سلسلة TB3 كانت مستقرة عند مستوى 5% تقريبًا . تحت نفس الهيكل ، تم إيجاد ان سلسلة TB6 أيضا مستقرة عند مستوى5% تقريبا . ولذلك يبدو أن كلتا السلسلتين الزمنيتين مستقرتين ,

لنكتشف الآن ما إذا كانت كلتا السلسلتين لهما تكامل مشترك . بعد التجربة ، تم إيجاد أن السلسلتين كانتا مرتبطتين كما هو موضح في جدول [14.9] .

عند تطبيق اختبار جذر الوحدة على بواقي هذا الانحدار ، وجدنا أنها كانت مستقرة ، مما يشير إلى أن TB6 و TB3 لهما تكامل مشترك ، وإن كانت حول الاتجاه التربيعي . ولذلك حصلنا على نموذج ECM في جدول [14.10] .

جدول [14.9] العلاقة بين TB3 و TB6

Dependent Variable: TB6
Method: Least Squares
Date: 02/03/10 Time: 12:06
Sample: 1981M01 2010M01
Included observations: 349

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.606465	0.07682	7.894596	0
TB3	0.958401	0.00631	151.9409	0
@TREND	-0.003	0.0005	-4.893455	0
@TREND^2	0	0	3.533231	0.001

R-squared	0.99595	Mean dependent var	5.352693
Adjusted R-squared	0.995915	S.D. dependent var	3.075953
S.E. of regression	0.19659	Akaike info criterion	-0.404
Sum squared resid	13.33346	Schwarz criterion	-0.35981
Log likelihood	74.49716	Durbin-Watson stat	0.363237
F-statistic	28283.37	Prob(F-statistic)	0

جدول [14.10] نموذج تصحيح الخطأ لـ TB3 و TB6

Dependent Variable: D(TB6)
Method: Least Squares
Date: 02/03/10 Time: 12:26
Sample (adjusted): 1981M02 2010M01
Included observations: 348 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.002	0.00573	-0.384308	0.701
D(TB3)	0.877882	0.014735	59.57784	0
S1(-1)	-0.19968	0.029234	-6.830361	0

R-squared	0.911494	Mean dependent var	-0.04
Adjusted R-squared	0.910981	S.D. dependent var	0.35623
S.E. of regression	0.106285	Akaike info criterion	-1.6368
Sum squared resid	3.897314	Schwarz criterion	-1.60359
Log likelihood	287.8026	Durbin-Watson stat	1.663899
F-statistic	1776.513	Prob(F-statistic)	0

في هذا الانحدار S1(−1) هو حد (تصحيح) الخطأ المتباطيء من الانحدار في جدول [14.9] . بما أن معدلات TB في شكل نسبة مئوية ، فإن النتائج هنا تشير إلى أنه إذا كان معدل TB لمدة 6- شهور اكبر من معدل TB لمدة 3- شهور أكثر مما كان متوقعاً في في الشهر الماضي ، سيتم تخفيضه هذا الشهر بحوالي 0.20 نقطة مئوية لاستعادة علاقة التوازن بين المعدلين .[1]

من الانحدار المتكامل المعطى في جدول [14.9] ، نرى أنه بعد السماح باتجاهات محددة ، إذا ارتفع معدل TB لمدة 3- شهور بمقدار نقطة مئوية واحدة ، فإن معدل TB لمدة 6- شهور يرتفع بنسبة حوالي 0.95 نقطة مئوية – علاقة وثيقة جدا بين الاثنين . نلاحظ من جدول [14.10] أنه في المدى القصير ، يؤدي التغيير بمعدل نقطة مئوية واحدة في معدل TB لمدة 3- شهور إلى متوسط تغير بمقدار 0.88 نقطة مئوية في معدل TB لمدة 6- شهور ، مما يدل على سرعة تحرك المعدلين معًا .

السؤال : لماذا لا نجري انحدارا لـمعدل TBلمدة 3- شهور على معدل TB لمدة 6-

(1) راجع أي كتاب دراسي عن النقود والبنوك واقرأ عن الهيكل المؤقت لمعدلات الفائدة

شهور؟ في حالة التكامل المشترك للسلسلتين ، وإذا كان حجم العينة كبيرًا ، فلا يهم كثيرًا من هو المتغير التابع . حاول إجراء انحدار لمعدل TB لمدة 3- شهور ومعدل TB لمدة 6- شهور ومعرفة ما يحدث . تختلف الأمور إذا كنا ندرس أكثر من سلسلتين زمنيتين .

بعض التحذيرات حول أسلوب Engle – Granger

من المهم الإشارة إلى بعض عيوب أسلوب EG . أولاً ، إذا كان لدينا أكثر من ثلاثة متغيرات ، فقد يكون هناك أكثر من علاقة تكامل واحدة . لا يسمح إجراء EG المكون من خطوتين بتقييم أكثر من انحدار متكامل واحد . تجدر الإشارة هنا إلى أنه إذا كنا نتعامل مع n من المتغيرات ، يمكن أن يكون هناك على الأكثر $(n-1)$ علاقات تكامل . لاكتشاف ذلك ، سيكون علينا استخدام الاختبارات التي طورها Johansen . لكننا لن نناقش منهجية Johansen لأنها خارج نطاق هذا الكتاب .[1]

المشكلة الأخرى مع اختبار EG هي الترتيب الذي تدخل فيه المتغيرات في الانحدار المتكامل . عندما يكون لدينا أكثر من متغيرين ، كيف نقرر ما هو المتغير التابع وما هي المتغيرات المستقلة؟ على سبيل المثال ، إذا كان لدينا ثلاثة متغيرات Y و X و Z ونفترض أننا نجري انحدارا لـ Y على X و Z ونجد تكاملا مشتركا .

لا يوجد ضمان بأننا إذا أجرينا انحدارا لـ X على Y و Z ، فإننا سنجد بالضرورة تكامل مشترك .

هناك مشكلة أخرى مع منهجية EG في التعامل مع العديد من السلاسل الزمنية وهي أنه ليس علينا فقط التفكير في إيجاد أكثر من علاقة تكامل واحدة ، ولكن بعد ذلك سيتعين علينا أيضا التعامل مع حد تصحيح الخطأ لكل علاقة تكامل . ونتيجة لذلك ، لن يعمل نموذج تصحيح الخطأ البسيط أو ثنائي المتغيرات . يجب أن نفكر فيما يعرف باسم نموذج تصحيح خطأ المتجه **vector error correction model (VECM)** ، والذي تمت مناقشته باختصار في فصل 16 .

ويمكن معالجة كل هذه المشاكل إذا استخدمنا منهجية Johansen . لكن المناقشة الأكثر شمولية لهذه المنهجية هي خارج نطاق هذا الكتاب .

(1) يمكن العثور على التفاصيل في :
S. Johansen, Statistical analysis of cointegrating vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 12, 1988, pp. 231–54.
هذا مرجع متقدم .

14.8 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

في هذا الفصل قمنا أولا بفحص ظاهرة الانحدار الزائف الذي ينشأ إذا أجرينا انحدارا لسلسلة زمنية غير مستقرة على سلسلة زمنية غير مستقرة أخرى .

بعد ذكر عدة أمثلة من الانحدار الزائف ، أجرينا دراسة محاكاة مونت كارلو عن طريق إنشاء سلسلتين اصطناعيتين للسير العشوائي ، هما $I(1)$ ، أو غير مستقرة ، بطبيعتها . عندما أجرينا انحدارا لواحدة من هذه السلاسل على الأخرى ، حصلنا على علاقة "ذات مغزى" بين الاثنين ، ولكننا نعرف مسبقا أنه لا ينبغي أن تكون هناك أي علاقة بين السلسلتين للبدء بها .

هناك حالة فريدة من نوعها حيث يكون انحدار سلسلة غير مستقرة على سلسلة غير مستقرة أخرى لا ينتج عنه انحدارا زائفا . هذا هو وضع التكامل المشترك . إذا كانت هناك سلسلتان زمنيتان تحتويان على اتجاهات عشوائية (أي أنهما غير مستقرتين) ، فإن انحدار أحدهما على الأخرى قد يلغي الاتجاهات العشوائية ، التي قد تشير إلى وجود علاقة طويلة الأجل ، أو علاقة توازن بينهما ، حتى على الرغم من أن السلسلتين ليستا مستقرتين كل على حدة .

ناقشنا اختبارات التكامل المشترك ، والتي تعتبر تعديلات من اختبارات Dickey–Fuller (DF) واختبارات Dickey–Fuller (ADF) المطورة والمعروفة باسم Engle – Granger (EG) واختبارات Engle – Granger (AEG) المطورة .

لقد أوضحنا التكامل المشترك من خلال الأخذ في الاعتبار مثالين . في البداية ، درسنا العلاقة بين نفقات الاستهلاك الشخصي (PCE) والدخل الشخصي القابل للتصرف (PDI) ، وكلاهما معبّر عنه بالقيمة الحقيقية . لقد أظهرنا أن السلسلتين الزمنيتين الاقتصاديتين مستقرتين بشكل منفرد حول اتجاهات محددة . لقد أظهرنا أيضًا أن السلسلتين لهما تكامل مشترك .

ضع في اعتبارك أن وحدة الجذر وعدم الاستقرار ليسو مترادفين . إن العملية العشوائية ذات الاتجاه المحدد هي عملية غير مستقرة ولكن ليس لها جذر وحدة .

ويتعلق المثال الثاني الذي ناقشناه في هذا الفصل بالعلاقة بين سندات الخزانة الأمريكية لمدة 3 أشهر و6 أشهر . باستخدام البيانات الشهرية من يناير 1981 إلى يناير 2010 ، بينا أن السلسلتين مستقرتين حول اتجاه تربيعي . لقد بينا أيضًا أن السلسلتين لهما تكامل مشترك ، أي أن هناك علاقة مستقرة بين الاثنين .

ناقشنا أيضًا في هذا الفصل بعض أوجه القصور في أسلوب EG ، ولاحظنا أنه بمجرد أن نتعامل مع أكثر من سلسلتين زمنيتين ، سيتعين علينا استخدام منهجية Johansen لاختبار علاقات التكامل المشترك بين المتغيرات المتعددة .

تطبيقات Exercise

14.1 ارجع إلى العلاقة بين PCE و PDI التي تمت مناقشتها في النص .

(أ) إجري انحدارا لـ PCE على القاطع والاتجاه واحصل على البواقي من هذا الانحدار ، ارمز له بالرمز S_1 .

(ب) إجري انحدارا لـ PDI على القاطع والاتجاه واحصل على البواقي من هذا الانحدار ، ارمز له بالرمز S_2 .

(ج) الآن إجري انحدارا لـ S_1 على S_2 ماذا يعني هذا الانحدار؟

(د) احصل على البواقي من الانحدار في (ج) واختبر ما إذا كانت البواقي مستقرة . وإذا كانت كذلك ، فماذا تقول عن العلاقة طويلة الأمد بين PCE و PDI؟

(هـ) كيف تختلف هذه العملية عن تلك التي ناقشناها في هذا الفصل؟

14.2 كرر الخطوات في التمرين 14.1 لتحليل معدلات أذون الخزانة ، ولكن تأكد من استخدام نموذج الاتجاه التربيعي . قارن نتائجك مع تلك التي نوقشت في الفصل .

14.3 افترض أن لديك بيانات عن GDP الحقيقي للمكسيك والولايات المتحدة الأمريكية . في البداية ، هل تتوقع أن يكون للسلسلتين الزمنيتين تكامل مشترك؟ لماذا؟ ماذا تقول نظرية التجارة عن العلاقة بين الاثنين؟ احصل على بيانات ربع سنوية عن السلسلتين الزمنيتين وحللها من منظور التكامل المشترك .[1]

(1) يمكن الحصول على البيانات من مؤشرات التنمية العالمية ، التي نشرها البنك الدولي . يتم تنقيح البيانات بشكل متكرر . انظر ؛ http://www.worldbank.org/data/.

الفصل الخامس عشر

15 تقلبات أسعار الأصول: نماذج ARCH و GARCH
Asset price volatility: the ARCH and GARCH models

غالباً ما تظهر السلسلة الزمنية المالية ، مثل أسعار الأسهم ومعدلات الفائدة وأسعار صرف العملات الأجنبية ومعدلات التضخم ، ظاهرة تجمعات التقلب **volatility clustering** . أي فترات الاضطراب turbulence التي تظهر فيها أسعارها تقلبات واسعة وفترات طمأنينة tranquility يسودها هدوء نسبي . كما يلاحظ Philip Franses :

> بما أن هذه السلسلة الزمنية المالية تعكس نتيجة التداول بين المشترين والبائعين في أسواق الأسهم – مثلا – فإن العديد من مصادر الأخبار والأحداث الاقتصادية الخارجية الأخرى قد يكون لها تأثير على نمط السلاسل الزمنية لأسعار الأصول . بمعلومية أن الأخبار يمكن أن تؤدي إلى تفسيرات مختلفة ، وأيضاً بمعلومية أن بعض الأحداث الاقتصادية المحددة مثل أزمة النفط قد تستمر لبعض الوقت ، فإننا نشاهد في كثير من الأحيان مشاهدات موجبة كبيرة ومشاهدات سالبة كبيرة في سلسلة زمنية مالية تظهر في تجمعات .[1]

يجب ان ننظر فقط في سلوك أسواق الأسهم الأمريكية في أعقاب تصاعد أسعار النفط في النصف الأول من عام 2008 ؛ في غضون فترة من عام واحد ارتفعت أسعار النفط بأكثر من 100% . في 6 يونيو 2008 انخفض مؤشر داو جونز بما يقارب 400 نقطة في أعقاب زيادة عشرة دولارات في سعر برميل النفط في ذلك اليوم . تقفز السعر إلى 139$ للبرميل ، بعدما انخفض قبل يومين إلى 122$ للبرميل . قرب نهاية أكتوبر 2008 ، انخفض سعر النفط إلى حوالي 67$ للبرميل . أدت مثل هذه التقلبات في أسعار النفط إلى تقلبات واسعة في أسعار الأسهم .

(1) Philip Hanes Franses, *Time Series Models for Business and Economic Forecasting*, Cambridge University Press, New York, 1998, p. 155.

في 29 سبتمبر 2008 ، انخفض مؤشر داو جونز بنحو 777.7 نقطة («السبع المحظوظة») في أعقاب أزمة قروض الرهن العقاري الثانوي sub-prime التي أدت إلى الإفلاس للعديد من المؤسسات المالية . على الرغم من إعلان الحكومة الأمريكية عن خطة إنقاذ بقيمة 700 مليار دولار في 3 أكتوبر 2008 ، في 6 أكتوبر ، هبطت سوق الأوراق المالية بمقدار 800 نقطة تقريبًا قبل التعافي والإغلاق بنحو 369 نقطة . هذه المرة كان الجاني أزمة في أسواق الائتمان . في أكتوبر 2008 ، كان هناك عدة أيام عندما ارتفع أو انخفض مؤشر داو جونز بأكثر من 300 نقطة ، مما يشير إلى أن سوق الأسهم أصبحت أكثر تقلبًا . يبدو أن هذا النمط استمر خلال عامي 2009 و 2010 بدرجات متفاوتة . على سبيل المثال ، انخفض مؤشر داو جونز بمقدار 261 نقطة في 16 يوليو 2010 بعد ارتفاعه لمدة ستة أيام تداول متتالية .

هذه التذبذبات في أسعار النفط وأزمات الائتمان لها آثار خطيرة على كل من الاقتصاد الحقيقي والأسواق المالية . المستثمر العادي لا يهتم فقط بمعدل العائد على استثماراته ، ولكن أيضا بمخاطر الاستثمار وكذلك التغير ، أو التقلب ، في المخاطر . لذلك ، من المهم قياس تقلب أسعار الأصول وعوائد الأصول .[1]

هناك مقياس بسيط لتقلب عوائد الأصول هو تباينها بمرور الوقت . إذا كان لدينا بيانات لعوائد الأسهم ، لفترة من 1,000 يوم ، مثلا ، يمكننا حساب تباين عوائد الأسهم اليومية عن طريق طرح القيمة المتوسطة لعوائد الأسهم من قيمها الفردية ، نربع الفرق ونقسمه على عدد المشاهدات . التباين في حد ذاته لا يلتقط تجمعات التقلب لأنه مقياس لما يسمى التباين غير المشروط ، وهو رقم واحد لعينة معينة . لا يأخذ في الاعتبار التاريخ الماضي للعوائد . أي أنه لا يأخذ في الاعتبار التقلبات المتغيرة بمرور الوقت في عوائد الأصول . يُعرف المقياس الذي يأخذ بعين الاعتبار التاريخ الماضي بالانحدار الذاتي الشرطي لعدم ثبات تباين الخطأ ، أو ARCH للاختصار .

15.1 نموذج ARCH

عادةً ما نواجه عدم ثبات التباين ، أو التباين غير المتساوي ، في البيانات المقطعية بسبب عدم ثبات التباين بين وحدات المقطع العرضي الفردية التي تشتمل على مشاهدات مقطعية ، مثل العائلات ، والشركات ، والمناطق ، والبلدان.

(1) تجدر الإشارة إلى أن أسعار الأصول غير مستقرة ، ولكن عوائد الأصول مستقرة . لكن هذا لا يحول دون أن تكون عوائد الأصول متقلبة . ناقشنا في فصل 13 طبيعة السلسلة الزمنية المستقرة وغير المستقرة .

نلاحظ أيضًا عادة الارتباط الذاتي في بيانات السلاسل الزمنية . ولكن في بيانات السلاسل الزمنية التي تتضمن عوائد الأصول ، مثل العوائد على الأسهم أو أسعار صرف العملات الأجنبية ، فإننا نلاحظ وجود تباين غير ثابت ذو ارتباط ذاتي . أي أن عدم ثبات التباين المشاهد على مدى فترات مختلفة يكون مرتبطا ذاتيا . تسمى هذه الظاهرة في الدراسات الاقتصادية بعدم ثبات التباين الشرطي ذو الانحدار الذاتي **autoregressive conditional heteroscedasticity (ARCH)** . فيما يلي نستكشف طبيعة ARCH ، مع توضيح ذلك بمثال . وننظر أيضًا في العديد من ملحقات نموذج ARCH .

لتحديد المرحلة الحالية ، ضع في اعتبارك سلوك سعر صرف الدولار/ اليورو اليومي من 1 يناير 2004 إلى 8 مايو 2008 ، الذي تمت مناقشته أولاً في فصل 13 . هذه المعدلات ليست مستمرة بسبب الأجازات وإغلاق السوق ، وما إلى ذلك .

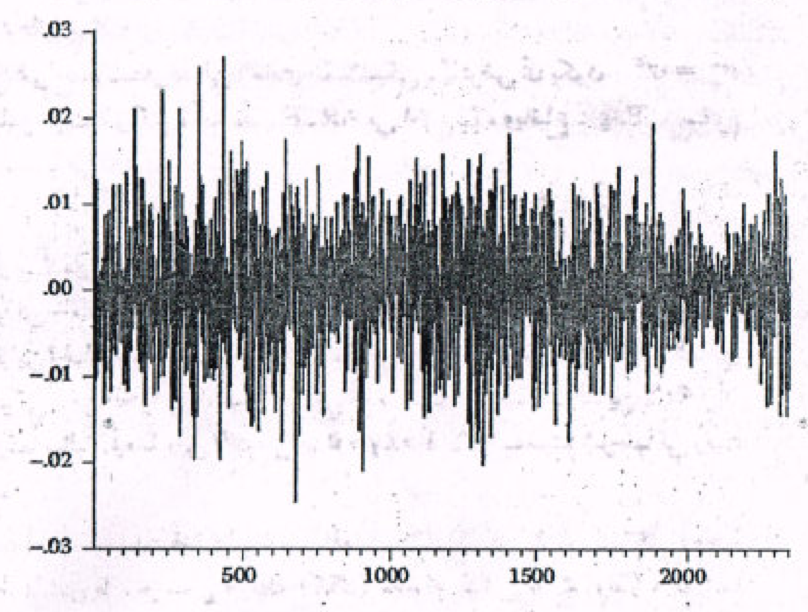
لعرض لمحة عن سعر الصرف اليومي للدولار/ اليورو (EX) ، يوضح شكل 15.1 لوغاريتم EX أي (LEX) لفترة العينة . من الممارسات الشائعة في الاقتصاد القياسي المالي رسم لوغاريتم سعر الصرف بدلا من سعر الصرف نفسه ، لأن التغييرات في اللوغاريتمات تمثل تغيرات نسبية أو تغيرات في النسبة المئوية إذا تم ضرب التغييرات النسبية في 100 .



شكل 15.1 لوغاريتم سعر صرف الدولار/اليورو

كما نرى ، في البداية كان EU ينخفض مقابل الدولار ، ولكن في وقت لاحق أظهر صعودا مقابل الدولار.[1] لكن النظرة الفاحصة على هذا الرقم تشير إلى أن انخفاض القيمة المبدئي ثم ارتفاع قيمة EU لم يكن ممهدا ، وهو ما يتضح من طبيعة الرسم البياني المتعرج . هذا من شأنه أن يوحي بأن هناك تقلبات كبيرة في سعر صرف الدولار/ اليورو .

ويمكن ملاحظة ذلك بوضوح أكبر إذا قمنا برسم التغييرات في LEX (شكل 15.2) ؛ كما هو موضح ، فإن التغييرات في قيم اللوغاريتم تمثل تغيرات نسبية ، أو تغيرات في النسبة المئوية إذا ضربت في 100 . لغرض المناقشة ، سوف نشير إلى التغييرات اللوغاريتمية في أسعار الأصول كعوائد على الأصول ، في الحالة الحالية العوائد اليومية على سعر صرف الدولار/ اليورو ، حيث أن بياناتنا يومية (في الشكل التالي D (LEX) يدل على تغيير في لوغاريتم سعر صرف الدولار/ اليورو) .



شكل 15.2 التغيرات في لوغاريتم أسعار الصرف اليومية للدولار/اليورو

(1) في عام 2010 ، بدأ EU مرة أخرى في الانخفاض مقابل الدولار ، مما يعكس الضعف في اقتصادات الاتحاد الأوروبي بالنسبة للاقتصاد الأمريكي .

إذا قمنا برسم خط أفقي يمر بنقطة الأصل 0.00 ، سنرى بوضوح تقلبات التذبذبات في لوغاريتم سعر الصرف : يتغير اتساع التذبذبات بشكل كبير من وقت إلى آخر . ليس هذا فقط ، يبدو أن هناك استمرارية في التذبذبات التي تستمر لبعض الوقت . أي أن هذه التذبذبات تبدو وكأنها مرتبطة ذاتيا . هذه هي الفكرة الاساسية وراء ARCH .

إن تباين متغير عشوائي هو قياس التقلب في قيم المتغير العشوائي . بالنسبة لبياناتنا ، يبلغ متوسط عائد سعر الصرف اليومي حوالي 0.000113 أو حوالي 0.0113% وتباينه حوالي 0.0000351 . لكن هذا التباين لا يعكس تقلب عائد سعر الصرف اليومي كما هو موضح في شكل 15.2 . ويرجع ذلك إلى أن التباين يقاس كمجموع مربّع انحراف العوائد الفردية عن قيمة متوسطها مقسومًا على عدد المشاهدات.[1]

وعلى هذا النحو ، لا يأخذ التقلب في الاعتبار اتساع الذبذبة الملاحظة في الشكل 15.2 .

الطريقة البسيطة لقياس التقلب هو تشغيل الانحدار التالي :

$$RET_t = c + u_t \qquad (15.1)$$

حيث RET هو عائد يومي وحيث c هو ثابت و u_t يمثل حد الخطأ.[2] نقيس هنا العائد كتغيرات في لوغاريتم سعر الصرف على مدى أيام متتالية .

يقيس الثابت c في هذه الحالة ببساطة القيمة المتوسطة لعوائد سعر الصرف اليومية . لاحظ أننا لم نقدم أي متغيرات تفسيرية في المعادلة(15.1) ، لأن عوائد الأصول لا يمكن التنبؤ بها بشكل أساسي .

نتائج الانحدار هي كما يلي :

$$\widehat{RET}_t = 0.000113$$
$$se = (0.000122) \qquad (15.2)$$

(1) بدقة أكبر ، يجب أن يقسم على درجات الحرية (n − 1) ، ولكن في العينات الكبيرة ، لا يحدث فرق كبير إذا قسمناه على n .

(2) توجد طريقتين لقياس العوائد

(1) $[(EX_t - Ex_{t-1}) / EX_{t-1}] \times 100$

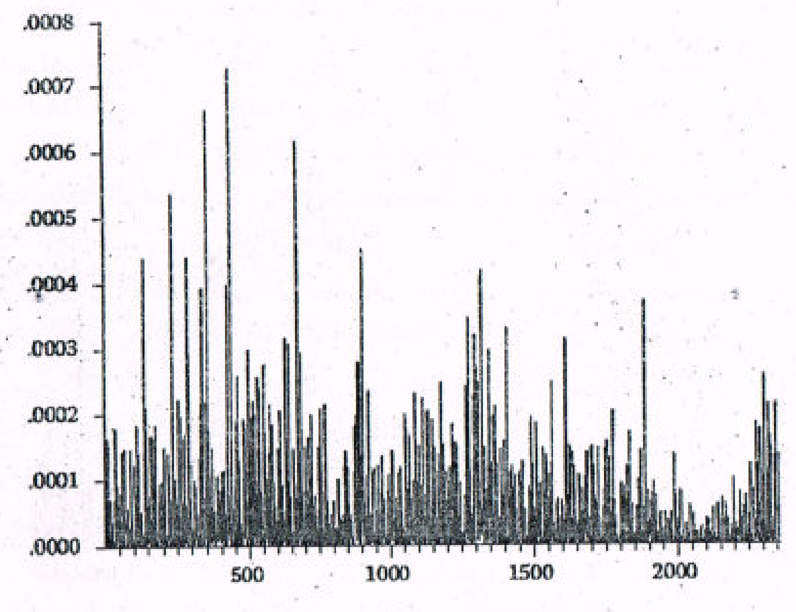
(2) $(\ln EX_t - \ln EX_{t-1}) \times 100$

حيث إن EX هو سعر الصرف و t الزمن . بما أن بياناتنا يومية على مدى عدد كبير من الأيام ، فلن يكون هناك فرق كبير بين معدلي العائد .

كما ترى ، 0.000113 ، هو متوسط العائد اليومي ، كما لوحظ من قبل . لغرضنا ، هذا الانحدار ليس مهمّا . ولكن إذا حصلنا على البواقي من هذا الانحدار (e_t) (التي هي ببساطة انحرافات العوائد اليومية عن القيمة المتوسطة) وقمنا بتربيعها ، فستحصل على الرسم في شكل 15.3 .

هذا يظهر تذبذبات واسعة في مربع البواقي ، والتي يمكن أخذها كمؤشر على التقلب الأساسي في عوائد سعر الصرف . لاحظ أن هناك تجمعات عنقودية من الفترات التي تكون فيها التقلبات عالية وتجمعات عنقودية من الفترات التي يكون فيها التقلبات منخفضة ، ولكن هذه التجمعات تبدو «أن لها ارتباطا ذاتيا». أي عندما يكون معدل التقلب مرتفعًا ، فإنه يستمر في الارتفاع لبعض الوقت ، وعندما يكون معدل التقلب منخفضًا ، فإنه يستمر في الانخفاض لفترة .

كيف نقيس هذا التقلب؟ يحاول نموذج ARCH وتوسعاته اللاحقة الإجابة على هذا السؤال .



شكل 15.3 مربع بواقي الانحدار (15.2)

انظر في نموذج الانحدار الخطي البسيط التالي :

$$Y_t \mid I_{t-1} = \alpha + \beta X_t + u_t \qquad (15.3)$$

يوضح هذا أنه بشرط المعلومات المتوفرة حتى الزمن $(t - 1)$ ، تكون قيمة المتغير العشوائي Y_t (عائد سعر الصرف هنا) هو دالة في المتغير X_t (أو متجه المتغيرات إذا كان هناك متغيرات X_t أكثر) و u_t .

نفترض في معادلة (15.3) أن :

$$u_t \mid I_{t-1} \sim iid\, N(0, \sigma_t^2) \qquad (15.4)$$

أي ، بالنظر إلى المعلومات المتوفرة حتى الزمن $(t - 1)$ ، يكون حد الخطأ موزعًا بشكل مستقل ومتماثل وفقا للتوزيع الطبيعي مع قيمة متوسطة تساوي الصفر وتباين σ_t^2 .

في نموذج الانحدار الخطي العادي الكلاسيكي ، يُفترض أن يكون $\sigma_t^2 = \sigma^2$ أي ، تباين ثابت . ولكن لأخذ تأثير ARCH في الحسبان ، وباتباع Engle ، سنقوم بوضع :

$$\sigma_t^2 = \lambda_0 + \lambda_1 u_{t-1}^2 \qquad (15.5)$$

أي أننا نفترض أن تباين الخطأ في الزمن t يساوي ثابت ما بالإضافة إلى ثابت مضروبا في حد الخطأ المربّع في الفترة الزمنية السابقة .[1] بالطبع ، إذا كانت λ_1 صفر ، يكون تباين الخطأ ثابتا ، وفي هذه الحالة نعمل في إطار نموذج الانحدار الخطي العادي الكلاسيكي . من المفترض أن المعاملات في هذه المعادلة موجبة لأن التباين لا يمكن أن يكون رقماً سالباً . أيضا ، من المفترض أن $0 < \lambda_1 < 1$ لأسباب سيتم شرحها في وقت قريب .

بعد أخذ القيمة المتوقعة على جانبي المعادلة (15.3) فإن $(\alpha + \beta X_t)$ هي معادلة المتوسط المشروط . وتسمى معادلة (15.5) معادلة التباين (المشروط) ، كلاهما

(1) R. F. Engel, Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica*, vol. 50, pp. 987–1007, 1982.

كان Engle أول من قام بتطوير نموذج ARCH . ومن بين الكتابات الأخرى ، حصل على جائزة نوبل في الاقتصاد لهذه المساهمة .

مشروطان على مجموعة المعلومات I_{t-1} . تُعرف المعادلة (15.5) باسم نموذج ARCH (1) لأنها تتضمن قيمة متباطئة مربعة واحدة فقط لمربع الخطأ . لكن هذا النموذج يمكن أن يمتد بسهولة إلى نموذج ARCH (p) ، حيث يكون لدينا p من حدود الخطأ المربعة المتباطئة ، كما يلي :

$$\sigma_t^2 = \lambda_0 + \lambda_1 u_{t-1}^2 + \lambda_2 u_{t-2}^2 + \cdots + \lambda_p u_{t-p}^2 \quad (15.6)$$

إذا كان هناك تأثير ARCH ، فيمكن اختباره من خلال المعنوية الإحصائية للمعاملات λ المقدرة . إذا كنا نفكر في نموذج ARCH (1) ، كما في (15.5)، فيمكننا استخدام اختبار t لاختبار المعنوية الإحصائية للمعاملات λ المقدرة . إذا اختلفت بشكل كبير عن الصفر ، يمكننا أن نستنتج أن هناك تأثير ARCH .

لاختبار تأثير ARCH في (15.6) ، يمكننا استخدام اختبار F لاختبار الفرض القائل بأن :

فرض العدم H0 :

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_p = 0 \quad (15.7)$$

الفرض البديل :H1 واحد على الأقل من معاملات λ يختلف اختلافا معنويا عن الصفر .

بدلا من ذلك ، لاختبار معادلة (15.7) ، يمكننا استخدام اختبار chi-square كما يلي :

$$(n-r)\, R^2 \sim \chi_p^2 \quad (15.8)$$

حيث= r عدد المعاملات المقدرة . بمعنى أن R^2 المقدر مضروبا في درجات الحرية $(n-r)$ يتبع توزيع chi-square مع p من درجات الحرية .[1] إذا كانت قيمة chi-square المقدرة ذات معنوية إحصائية عند مستوى المعنوية المختار ، يمكننا أن نستنتج أن هناك تأثير معنويا لـ ARCH . أو بدلاً من ذلك ، إذا كانت القيمة p (مستوى المعنوية الدقيق) منخفضة بشكل كافٍ ، فيمكننا رفض فرض العدم .

لاحظ أنه بما أن التباين لا يمكن أن يكون سالبًا ، في معادلة(15.6) نتوقع أن تكون معاملات λ موجبة .

---

(1) إذا كانت n كبيرة جدًا بالنسبة إلى r ، فإن الجانب الأيسر من معادلة (15.8) يمكن كتابته على النحو التالي : nR^2 .

وحيث إن us لا يمكن ملاحظتها مباشرة ، فإننا نقدر معادلة(15.3) أولا ونقدر u على أنها :

$$\hat{u}_t = Y_t - \hat{\alpha}_t - \beta \hat{X}_t \quad (15.9)$$

ومن ثم تقدير النموذج التالي

$$\hat{u}_t^2 = \lambda_0 + \lambda_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \lambda_2 \hat{u}_{t-2}^2 + \cdots + \lambda_p \hat{u}_{t-p}^2 + \varepsilon_t \quad (15.10)$$

أي أننا نجري انحدارا لمربع البواقي في الزمن t على قيمها المتباطئة حتى نصل إلى p فترة سابقة ، يتم تحديد قيمة p تجريبيا . لاحظ أنه في الواقع نستبدل σ_t^2 بـ u_t^2 والذي يتم استبداله بتقديره $\hat{u}_t^2$.

كما نرى ، الجزء AR لنموذج ARCH يسمى هكذا لأننا في معادلة(15.10) نجري انحدارا للبواقي المربعة على قيمها المتباطأة التي ترجع للخلف بعدد فترات p . الجزء CH من ARCH هو بسبب أن التباين في معادلة (15.10) يكون مشروطا بالمعلومات المتاحة حتى الزمن $(t-1)$.

تقدير نموذج ARCH : طريقة المربعات الصغرى

عندما نحصل على حد الخطأ المربّع من النموذج المختار ، يمكننا بسهولة تقدير معادلة (15.10) بطريقة المربعات الصغرى المعتادة . بالطبع ، يجب أن نقرر عدد الحدود المتباطئة في معادلة (15.10) . يمكن القيام بذلك على أساس بعض المعايير ، مثل معيار المعلومات Akaike أو Schwarz ، والذي يتم إدراجه في حزم إحصائية مثل *Eviews* و *Stata* . نختار نموذج يعطي أقل قيمة على أساس هذه المعايير . وهذا يكون نظير أعلى R^2 في نموذج الانحدار الخطي . في بعض الأحيان يكون هناك تعارض في معياري المعلومات ، ولكن في معظم الأحيان يعطون استنتاجات متشابهة نوعيا .

لتوضيح ذلك ، باستخدام بيانات سعر صرف الدولار/ اليورو قمنا بتقدير نموذج ARCH (8) ، الذي أعطى النتائج في جدول [15.1] .

لقد اخترنا نموذج ARCH (8) لأغراض توضيحية . من الناحية العملية ، نادراً ما نستخدم نماذج ARCH ذات الرتب الأعلى لأنها تستهلك درجات كثيرة جداً من الحرية (بمعنى أن العديد من المعلمات تحتاج إلى تقدير) . إلى جانب ذلك ، يمكن تقدير نماذج اقتصادية أكثر ، مثل GARCH ، بسهولة . سوف نناقش موضوع نماذج GARCH قريباً .

إن العائق في نهج المربعات الصغرى لتقدير نموذج ARCH هو أنه لا يوجد أي ضمان بأن جميع معاملات ARCH المقدرة ستكون موجبة ، والذي يتضح من نتائج جدول [15.1] . تذكر أن التباين (المشروط) يجب أن يكون موجبًا .

جدول [15.1] تقديرات OLS لنموذج (8) ARCH لعوائد سعر صرف الدولار/اليورو

Dependent Variable: Return
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 10 2355
Included observations: 2346 after adjustments
Convergence achieved after 3 iterations

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000118	0.000124	0.949619	0.3424
AR(1)	0.005585	0.020678	0.270107	0.7871
AR(2)	−0.001528	0.020671	−0.073936	0.9411
AR(3)	−0.018031	0.020670	−0.872340	0.3831
AR(4)	0.053298	0.020660	2.579725	0.0099
AR(5)	−0.035622	0.020648	−1.725156	0.0846
AR(6)	0.016990	0.020662	0.822254	0.4110
AR(7)	0.021674	0.020653	1.049456	0.2941
AR(8)	−0.028401	0.020656	−1.374958	0.1693

R-squared	0.005679	Mean dependent var	0.000118
Adjusted R-squared	0.002275	S.D. dependent var	0.005921
S.E. of regression	0.005915	Akaike info criterion	−7.418928
Sum squared resid	0.081756	Schwarz criterion	−7.396830
Log likelihood	8711.403	Durbin–Watson stat	1.998549
F-statistic	1.668334	Prob(F-statistic)	0.101121

ملاحظة : يتم الحصول على العائد كفروق في LEX (راجع الحاشية السفلية 403) .

السبب الآخر في أن أسلوب المربعات الصغرى غير مناسب لتقدير نموذج ARCH هو أننا نحتاج إلى تقدير كل من دالة المتوسط ودالة التباين في وقت واحد . ويمكن القيام بذلك مع طريقة الإمكان الأعظم .

تقدير نموذج ARCH : طريقة الإمكان الأعظم

كما تم ملاحظته من قبل ، أحد مزايا طريقة ML هو أنه يمكننا تقدير دوال الوسط والتباين في وقت واحد ، بدلاً من فصلهما بناء على طريقة OLS . إن التفاصيل الرياضية لأسلوب ML معقدة إلى حد ما ، ولكن الحزم الإحصائية ، مثل *Stata* و *Eviews* ، لديها إجراءات مدمجة لتقدير نماذج ARCH .

بالرجوع إلى مثالنا ، يتم عرض تقديرات ML لنموذج (8) ARCH في جدول [15.2] .

جدول 15.2 تقدير نموذج (8) ARCH باستخدام ML

Dependent Variable: Return
Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution
Sample (adjusted): 2 2355
Included observations: 2354 after adjustments
Convergence achieved after 6 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)GARCH = C(2) + C(3)*RESID(−1)^2 + C(4)*RESID(−2)^2 + C(5)*RESID(−3)^2 + C(6)*RESID(−4)^2 + C(7)*RESID(−5)^2 + C(8)*RESID(−6)^2 +C(9)*RESID(−7)^2 + C(10)*RESID(−8)^2

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000168	0.000116	1.455799	0.1454
	Variance Equation			
C	2.16E−05	1.57E−06	13.76329	0.0000
RESID(−1)^2	0.003934	0.014396	0.273266	0.7846
RESID(−2)^2	0.016995	0.020147	0.843548	0.3989
RESID(−3)^2	0.030077	0.016471	1.826061	0.0678
RESID(−4)^2	0.058961	0.022441	2.627397	0.0086
RESID(−5)^2	0.061412	0.025193	2.437648	0.0148
RESID(−6)^2	0.088779	0.023935	3.709209	0.0002
RESID(−7)^2	0.058567	0.020293	2.886032	0.0039
RESID(−8)^2	0.076195	0.023278	3.273296	0.0011

R-squared*	−0.000088	Mean dependent var	0.000113
Adjusted R-squared	−0.003928	S.D. dependent var	0.005926
S.E. of regression	0.005938	Akaike info criterion	−7.435345
Sum squared resid	0.082649	Schwarz criterion	−7.410860
Log likelihood	8761.401	Hannan–Quinn criter.	−7.426428
Durbin–Watson stat	1.995120		

* لا يعتبر R^2 السالب مهمًا في الوضع الحالي ، حيث لا تحتوي معادلة المتوسط على متغيرات تفسيرية .

يعطي الجزء الأول من الجدول تقدير معادلة المتوسط ويعطي النصف الثاني تقديرات معاملات معادلة التباين . كما ترون ، كل معاملات التباين المتباطئة موجبة ، كما هو متوقع ؛ المعاملات الثلاثة الأولى ليست معنوية إحصائيا كل على حدة ، ولكن الخمسة الأخيرة معنوية . يبدو أن هناك تأثير ARCH في عائد سعر صرف الدولار/اليورو . بمعنى ، تباينات الخطأ مرتبطة ذاتيا . كما نوضح أدناه ، يمكن استخدام هذه المعلومات لغرض التنبؤ بالتقلبات .

15.2 نمـــوذج GARCH

إن بعض عيوب نموذج ARCH (p) هي كما يلي : اولاً ، يتطلب النموذج تقدير معاملات حدود الانحدار الذاتي التي عددها p حدا ، والتي يمكن أن تستهلك عدة درجات من الحرية . ثانيًا ، غالبًا ما يكون من الصعب تفسير كل المعاملات ، خاصة إذا كان بعضها سالبًا . وثالثاً ، لا يفضي إجراء تقدير OLS إلى تقدير دوال المتوسط والتباين في آن واحد . لذلك ، تشير الدراسات إلى أن نموذج ARCH أعلى من ARCH (3) يتم تقديره بشكل أفضل من خلال نموذج GARCH (الانحدار الذاتي الشرطي المعمم لتباين غير ثابت **Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity**)، [(1)] الذي اقترحه في الأصل Tim Bollerslev .

في أبسط أشكاله ، في نموذج GARCH نحافظ على معادلة المتوسط (15.3) نفسها ، ولكن نعدل معادلة التباين كما يلي :

$$\sigma_t^2 = \lambda_0 + \lambda_1 u_{t-1}^2 + \lambda_2 \sigma_{t-1}^2 \qquad (15.11)$$

لاحظ أن التباين الشرطي في الزمن t يعتمد هنا ليس على مربع حد الخطأ المتباطيء فقط في الزمن ($t-1$) ولكن أيضا على حد التباين المتباطيء في الزمن ($t-1$) . هذا هو المعروف باسم نموذج GARCH (1,1) . على الرغم من أننا لن نثبت ذلك ، إلا أنه يمكن إثبات أن نموذج ARCH (p) يعادل GARCH (1,1) كلما زادت p . لاحظ أنه في ARCH (p) الوارد في معادلة(15.6) يجب أن نقدر (p+1) من المعاملات ، بينما في نموذج GARCH (1,1) المعطى في معادلة (15.11) علينا تقدير ثلاثة معاملات فقط .

يمكن تعميم نموذج GARCH (1,1) على نموذج GARCH (p,q) مع p من

(1) Tim Bollerslev, Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, vol. 31, 1986, pp. 307–27.

حدود الخطأ المربعة المتباطئة و q حدود التباين المشروط المتباطئة ، ولكن من الناحية العملية GARCH (1,1) أثبت فائدته في نمذجة العوائد على الأصول المالية .

بالعودة إلى مثال سعر الصرف لدينا ، ترد نتائج نموذج GARCH (1,1) في جدول [15.3] .

جدول [15.3] نموذج GRCH (1,1) لسعر صرف الدولار/اليورو

Dependent Variable: Z
Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution
Sample (adjusted): 2 2355
Included observations: 2354 after adjustments
Convergence achieved after 9 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)GARCH = C(2) + C(3)*RESID(−1)^2 + C(4)*GARCH(−1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000198	0.000110	1.797740	0.0722
		Variance Equation		
C	7.72E−08	5.02E−08	1.538337	0.1240
RESID(−1)^2	0.022788	0.004063	5.609174	0.0000
GARCH(−1)	0.975307	0.004377	222.8494	0.0000

R-squared	−0.000205	Mean dependent var	0.000113
Adjusted R-squared	−0.001482	S.D. dependent var	0.005926
S.E. of regression	0.005931	Akaike info criterion	−7.472999
Sum squared resid	0.082659	Schwarz criterion	−7.463205
Log likelihood	8799.720	Hannan–Quinn criter.	−7.469433
Durbin–Watson stat	1.994884		

ملاحظة : Z = d (lex) تساوي الفرق الأول في لوغاريتم LEX .

بمقارنة ARCH (8) مع GARCH (1,1) ، نرى كيف يجمع GARCH (1,1) في الواقع حدود الخطأ المربعة الثمانية في جدول [15.2] . هذا ليس من المستغرب ، لأننا سبق أن ذكرنا أن GARCH (1,1) هو طريقة مختصرة لنمذجة عملية ARCH اللانهائية .

كما ترون ، في معادلة التباين ، يكون كل من حد الخطأ المربّع المتباطيء وحد التباين المشروط المتباطيء معنويًا كل على حدة . وبما أن التباين المشروط المتباطيء يؤثر

على التباين المشروط الحالي ، فهناك دليل واضح على وجود تأثير واضح لـ ARCH .

خلاصة القول ، هناك دليل واضح على أن عوائد سعر صرف الدولار/ اليورو تظهر تقلبات كبيرة متغيرة حسب الزمن ومرتبطة بالزمن ، سواء كنا نستخدام نموذج ARCH أو نموذج GARCH .

15.3 توسعات أخرى لنموذج ARCH

Further extensions of the ARCH model

تم تمديد ARCH (p) الأصلي . في عدة اتجاهات . ندرس عددًا قليلاً من هذه التغيرات ، باستخدام مثالنا .

نموذج M-GARCH

كما أشير إليه سابقًا ، لا يهتم المستثمر العادي فقط بزيادة عائد استثماره ، ولكن أيضًا في تقليل المخاطر المرتبطة بهذا الاستثمار . يمكن تعديل معادلة المتوسط الواردة في (15.3) عن طريق إدخال عامل المخاطر بشكل واضح ، ألا وهو التباين المشروط ، لمراعاة المخاطر . أي أننا نعتبر الآن دالة المتوسط التالية :

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma\sigma_t^2 + u_t \qquad (15.12)$$

حيث σ_t^2 هو التباين المشروط ، كما هو محدد في معادلة(15.11) .

يسمى هذا النموذج(GARCH–M (1,1 . انظر كيف أن عامل المخاطر ، كما تم قياسه من خلال التباين المشروط ، يدخل دالة المتوسط المشروط .

باستخدام*Eviews* ، حصلنا على النتائج الواردة في جدول[15.4] . تتضمن معادلة المتوسط في هذا الجدول الآن عامل الخطر ، التباين المشروط . وعامل الخطر هذا ذو معنوية إحصائية ، مما يشير إلى أنه ليس هناك فقط تأثير ARCH ، ولكن أيضا يتأثر متوسط العائد مباشرة بعامل الخطر .

جدول [15.4] نموذج GARCH-M (1,1) لعائد سعر صرف الدولار/ اليورو.

Dependent Variable: RET
Method: ML – ARCH (Marquardt) – Normal distribution
Date: 10/18/08 Time: 15:50
Sample (adjusted): 2 2355
Included observations: 2354 after adjustments
Convergence achieved after 14 iterations
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)GARCH = C(3) + C(4)*RESID(–1)^2 + C(5)*GARCH(–1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
GARCH	–0.188763	0.095900	–1.968318	0.0490
C	0.078320	0.031583	2.479842	0.0131
	Variance Equation			
C	0.000803	0.000495	1.621984	0.1048
RESID(–1)^2	0.022472	0.003982	5.642678	0.0000
GARCH(–1)	0.975473	0.004327	225.4335	0.0000

R-squared	0.001512	Mean dependent var	0.013049
Adjusted R-squared	–0.000189	S.D. dependent var	0.592711
S.E. of regression	0.592767	Akaike info criterion	1.736635
Sum squared resid	825.3740	Schwarz criterion	1.748878
Log likelihood	–2039.020	Hannan–Quinn criter.	1.741094
F-statistic	0.889015	Durbin–Watson stat	1.998503
Prob(F-statistic)	0.469582		

الرسم البياني للتباين المشروط لنموذج ARCH (8) و GARCH (1,1)

لأن المستثمرين يكرهون عموما عدم التأكد ، سيكون من المفيد التنبؤ بالتقلبات (المشروطة) . لمعرفة كيف يتم ذلك ، نعود إلى معادلة (15.11) ونفترض أننا نرغب في تقدير التقلب للفترة التالية – أي ،

$$\sigma_{t+1}^2 = \lambda_0 + \lambda_1 u_t^2 + \lambda_2\sigma_t^2 \qquad (15.13)$$

يتم عرض تقديرات المعاملات λ في جدول [15.3] . باستخدام هذه التقديرات ، يمكننا التنبؤ بالتباين المشروط للفترة التالية وللفترات اللاحقة .

يمكن بسهولة تعميم (15.13) لتعطي تقلبات التوقعات لخطوة j أو فترات j في المستقبل كما يلي :

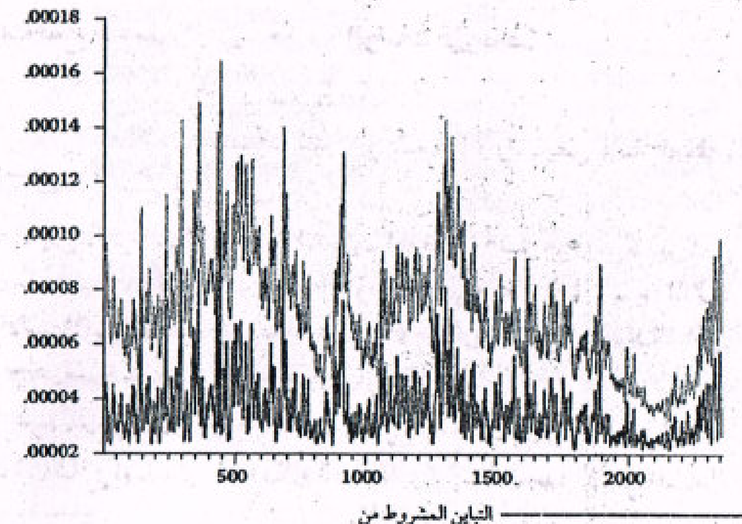
$$\sigma_{t+j}^2 = \lambda_0 + (\lambda_1 + \lambda_2)\,\sigma_{t+j-1}^2 \qquad (15.14)$$

في المدى الطويل ، يمكن الحصول على تباين حالة الاستقرار من خلال مساواة جميع حدود التباين للحصول على :

$$\sigma^2 = \frac{\lambda_0}{(1-\lambda_1-\lambda_2)} \qquad (15.15)$$

إذا كانت $(\lambda_1 + \lambda_2) < 1$ ، تعطي معادلة (15.15) مستوى التقلب طويل المدى لنموذج GARCH (1، 1) . من جدول [15.4] ، نرى ذلك في مثالنا أن $(\lambda_1 + \lambda_2) = 0.998$ المقدر ، وهو أقل من 1 ، ولكن ليس بكثير .

يوضح شكل 15.4 بعض الأفكار حول التباينات المشروطة المقدرة من نماذج ARCH (8) و GARCH (1,1) : سلسلتي التباين المشروط هاتين تتشابهان تماما في المظهر ، وهذا ليس مفاجئًا لأن نموذج GARCH يجمع حدود ARCH ذات الرتبة الأعلى ، ليس فقط في ARCH (8) ولكن بعد ذلك .



شكل 15.4 مقارنة بين نماذج ARCH (8) وGARCH (1,1)

لأن هذه الرسوم البيانية متشابهة ، وبما أن نموذج GARCH (1,1) أكثر اقتصاديًا ، من الناحية العملية يكون التركيز على نموذج GARCH . ما يجب ملاحظته هو أن التنبؤ بالتقلبات المشروطة يمكن أن يساعد المستثمر في اتخاذ قراراته الاستثمارية .

التوسعات الأخرى لنماذج ARCH و GARCH

في الصفحات السابقة ، لم نتطرق إلا إلى أشكال قليلة من نماذج ARCH و GARCH . ولكن هناك أكثر من ذلك ، مع اختصارات مثل AARCH وSAARCH و TARCH و NARCH و NARCHK و EARCH . يعتبر خارج نطاق هذا الكتاب التعمق في كل هذه النماذج ، ليس فقط لأنهم سيأخذوننا إلى مناطق بعيدة ولكن أيضاً لأن بعض الرياضيات متعمقة تماماً . يمكن للقراء المهتمين متابعة الأدبيات لمزيد من المراجع .[1]

15.4 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

تتميز الخاصية المميزة للسلسلة الزمنية المالية مثل أسعار الأسهم ومعدلات التضخم وأسعار الصرف بأنها غالباً ما تظهر تجمعات عنقودية للتقلبات – أي الفترات التي تظهر فيها أسعارها أو العائد منها تقلبات واسعة لفترات زمنية ممتدة وفترات يكون هناك هدوء نسبي فيها . وهذا يؤدي إلى ارتباط في تباين الخطأ مع مرور الوقت . لمراعاة علاقة الارتباط هذه ، طور علماء الاقتصاد المالي عدة نماذج ، بدءاً بـ ARCH (عدم ثبات التباين المشروط ذاتي الانحدار) . مع البيانات اليومية عن سعر صرف الدولار/ اليورو خلال فترة زمنية طويلة ، أظهرنا كيف أن نموذج ARCH يأخذ في الحسبان التقلبات في أسعار الأصول وعائدات الأصول .

تتضمن التوسعات اللاحقة في نماذج ARCH نماذج GARCH-M ، GARCH (GARCH في المتوسط) و TGARCH (GARCH البدائي) ، وEGARCH (GARCH الأسي) ، يقدم كل نموذج منها مزيد من التنوع (والتعقيد) في تقدير التقلب . لحسن الحظ ، توجد حزم برمجية يمكنها تقدير هذه النماذج بسهولة نسبية .

(1) انظر على سبيل المثال :

Walter Enders, Applied Econometric Time Series, 2nd edn, Wiley, 2004; Chris Brooks, Introductory Econometrics of Finance, Cambridge University Press, 2002; and I. Gusti Ngurah Agung, Time Series Data Analysis Using Eviews, John Wiley & Sons (Asia), 2009.

وبغض النظر عن الجانب التقني للتقلب ، فإن الموضوع له أهمية عملية للمستثمرين على جميع المستويات ، لأن المستثمر لا يهتم فقط بالحصول على معدل عائد أعلى ، ولكن أيضا معدل عائد مستقر (أي أقل تقلبا) .

تطبيقات Exercise

15.1 جمع البيانات على مؤشر أسهم من اختيارك على مدى فترة من الزمن واكتشف طبيعة التقلبات في المؤشر . يجوز لك استخدام ARCH أو GARCH أو أي عضو آخر في عائلة ARCH لتحليل التقلب .

مواقع ويب مفيدة

توفر المواقع التالية العديد من مجموعات البيانات المثيرة للاهتمام والمراجع إلى مواقع الويب الأخرى التي توفر جميع أنواع بيانات الاقتصاد الكلي والجزئي :

WebEc : المكتبة الأكثر شمولا للحقائق والأرقام الاقتصادية :

http://www.helsinki.fi/WebEc

//www.helsinki.fi/WebEcBureau

مكتب التحليل الاقتصادي (BEA) : مصدر ممتاز للبيانات عن جميع أنواع الأنشطة الاقتصادية :

http://www.bea.gov/Business Cycle

المؤشرات دورة الأعمال : بيانات على 256 سلسلة زمنية اقتصادية :

http: //www.globalexposure.com/bci.html

قاعدة بيانات FRED : بنك الاحتياطي الفيدرالي في سانت لويس ، البيانات الاقتصادية والاجتماعية التاريخية ، والتي تشمل معدلات الفائدة ، ومؤشرات دورة النقد والأعمال ، وأسعار الصرف ، وما إلى ذلك .

http: //www.stls.frb.org.fed/

بيانات البنك الدولي وإحصائياته : http://www.worldbank.org/data

مجموعات البيانات الاقتصادية المختلفة : http://economy.com/freelunch

بيانات السلسلة الزمنية الاقتصادية : /http: //economagic.com

المؤشرات الاقتصادية العالمية : http: //devdata.worldba

الفصل السادس عشر

16 التنبؤ الاقتصادي
Economic forecasting

هناك العديد من المجالات التي تم اثبات فائدة التنبؤات الاقتصادية فيها :(1)

1 - تخطيط العمليات ومراقبتها (مثل إدارة المخزون ، تخطيط الإنتاج ، إدارة قوى المبيعات وما شابه)

2 - التسويق (على سبيل المثال ، استجابة المبيعات لخطط التسويق المختلفة)

3 - الاقتصاد (متغيرات اقتصادية رئيسية ، مثل الناتج المحلي الإجمالي ، والبطالة ، والاستهلاك ، والاستثمار ، ومعدلات الفائدة)

4 - إدارة الأصول المالية (مثل عوائد الأصول وأسعار الصرف وأسعار السلع)

5 - إدارة المخاطر المالية (على سبيل المثال ، تقلب عائد الأصول)

6 - ميزانية قطاع الأعمال والميزانية الحكومية (توقعات الإيرادات)

7 - الديموغرافيا (معدلات الخصوبة والوفيات)

8 - إدارة الأزمات (احتمالات التخلف عن السداد ، وتخفيض قيمة العملة ، والانقلابات العسكرية ، وما إلى ذلك)

استنادًا إلى المعلومات السابقة والحالية ، فإن الهدف من التنبؤ هو توفير تقدير كمي لاحتمال ما ستسير عليه الأمور مستقبلا بخصوص موضوع معين (على سبيل المثال ، الإنفاق الاستهلاكي الشخصي) . لهذا الغرض نقوم بتطوير نماذج الاقتصاد القياسي واستخدام طريقة واحدة أو أكثر للتنبؤ بمسارها في المستقبل .

على الرغم من وجود عدة طرق للتنبؤ ، سندرس ثلاثة أساليب بارزة للتنبؤ في هذا الفصل : (1) نماذج الانحدار ، (2) نماذج المتوسط المتحرك والانحدار الذاتي المتكاملة

(1) انظر :
Francis X. Diebold, *Elements of Forecasting*, Thompson-South-Western Publishers, 4th edn, 2007, Chapter 1.

(ARIMA) ، التي نشرها الإحصائيان Box and Jenkins والمعروفة باسم منهجية (BJ Box – Jenkins)[1]، و (3) نماذج الانحدار الذاتي للمتجه (VAR) ، التي ابتكرها Christopher Sims[2].

16.1 التنبؤ باستخدام نماذج الانحدار

Forecasting with regression models

لقد خصصنا قدرا كبيرا من المساحة في هذا الكتاب لمختلف جوانب تحليل الانحدار ، لكننا تحدثنا حتى الآن قليلا عن استخدام نماذج الانحدار لأغراض التنبؤ . بالنسبة للعديد من مستخدمي تحليل الانحدار في قطاع الأعمال والحكومة ، وبما يكون التنبؤ هو الهدف الأكثر أهمية لتقدير نماذج الانحدار . إن موضوع الأعمال والتنبؤات الاقتصادية واسع ، وكثير من الكتب المتخصصة مكتوبة حول هذا الموضوع .[3] سنناقش فقط الجوانب البارزة للتنبؤ باستخدام نماذج الانحدار . للحفاظ على بساطة العرض ، ولاستخدام الرسوم البيانية ، سننظر أولاً في الانحدار ذو المتغيرين التالي :

$$PCE_t = B_1 + B_2 PDI_t + u_t \qquad (16.1)$$

حيث PCE = نصيب الفرد من الإنفاق الاستهلاكي الشخصي و PDI = دخل الفرد القابل للتصرف (أي بعد الضريبة) بالدولارات المقيدة عام 2005 ، و u هو حد الخطأ . سوف نسمي هذا الانحدار دالة الاستهلاك *consumption function* . يمثل

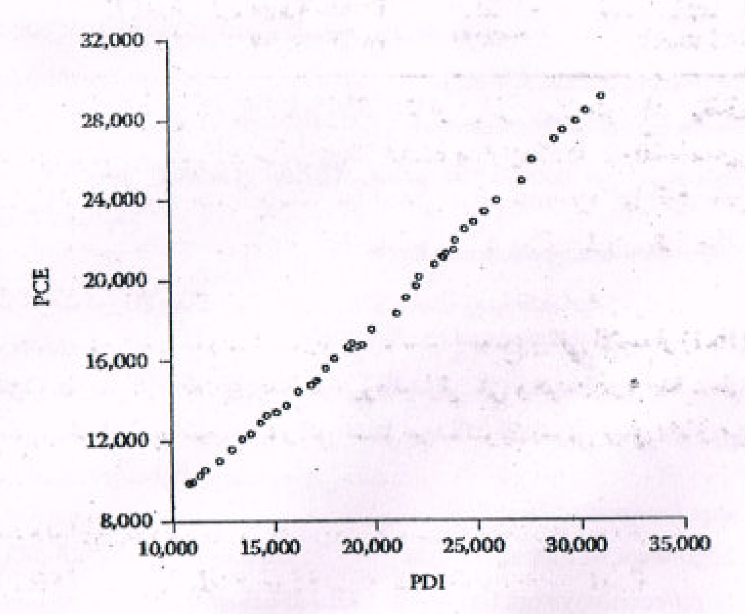
(1) G. P. Box and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, revised edn, Holden Day, San Francisco, 1976.

(2) توجد طريقة أخرى للتنبؤ كانت شائعة في السبعينيات والثمانينيات هي طريقة نماذج المعادلات الآنية . لكن هذه الطريقة لم تعد ضمن الطرق المفضلة في التنبؤ بسبب ضعف أدائها التنبؤي منذ الحظر المفروض على نفط أوبك في السبعينيات ، على الرغم من أنها لا تزال تستخدم من قبل الوكالات الحكومية ومجلس الاحتياطي الفيدرالي . للاطلاع على مناقشة حول هذه الطريقة ، انظر :
Gujarati /Porter, *op cit.*, Chapters 18–20.

(3) انظر ، على سبيل المثال :
Diebold, *op cit.*, Michael K. Evans, *Practical Business Forecasting*, Blackwell Publishing, Oxford, UK., 2003, and Paul Newbold and Theodore Bos, *Introductory Business and Economic Forecasting*, 2nd edn, South-Western Publishing Company, Cincinnati, Ohio, 1994.

معامل الميل في هذا الانحدار الميل الحدي للاستهلاك **marginal propensity to consume (MPC)** – أي مقدار الزيادة في الإنفاق الاستهلاكي عندما يزيد الدخل بمقدار دولار إضافي . لتقدير هذا الانحدار ، حصلنا على بيانات مجمعة عن هذه المتغيرات للولايات المتحدة في الفترة 1960–2008 . انظر جدول **[16.1]** على موقع الويب المرفق .

لتقدير دالة الاستهلاك ، نستخدم في البداية المشاهدات في الفترة من 1960–2004 وحفظ المشاهدات الأربعة الأخيرة ، تسمى عينة محتفظ بها *holdover sample* ، لتقييم أداء النموذج المقدر . نرسم البيانات أولا للحصول على فكرة عن طبيعة العلاقة بين المتغيرين (شكل 16.1) . يبين هذا الشكل أن هناك علاقة خطية تقريبًا بين PCE و PDI . عند توفيق نموذج انحدار خطي على البيانات ، حصلنا على النتائج في جدول [16.2].



شكل 16.1: PCE و PDI لكل فرد، USA 1960–2004

جدول [16.2] تقديرات دالة الاستهلاك، 1960–2004

Dependent Variable: PCE
Method: Least Squares
Date: 07/20/10 Time: 16:45
Sample: 1960 2004
Included observations: 45

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1083.978	193.9579	-5.588729	0.0000
PDI	0.953768	0.009233	103.2981	0.0000

R-squared	0.995986	Mean dependent var	18197.91
Adjusted R-squared	0.995893	S.D. dependent var	5515.914
S.E. of regression	353.4907	Akaike info criterion	14.61702
Sum squared resid	5373095.	Schwarz criterion	14.69731
Log likelihood	-326.8829	Durbin-Watson stat	0.299775
F-statistic	10670.51	Prob(F-statistic)	0.000000

توضح هذه النتائج أنه إذا ارتفع PDI بمقدار دولار، فإن متوسط الإنفاق الاستهلاكي يرتفع بحوالي 95 سنتًا، أي أن MPC يساوي 0.95 . وفقًا للمعايير الإحصائية المعيارية، يبدو النموذج المقدر جيدًا، على الرغم من وجود دليل قوي على الارتباط التسلسلي الطردي في حد الخطأ لأن قيمة Durbin–Watson منخفضة جدًا. سنعود إلى هذه النقطة لاحقا .

للتصدي لاحتمال حدوث انحدار زائف، قمنا بإخضاع بواقي الانحدار (16.1) إلى اختبارات جذر الوحدة، ووجدنا أنه لا يوجد دليل على وجود جذر وحدة، على الرغم من أن السلسلة الزمنية PCE و DPI كانتا غير مستقرتين بشكل فردي (تحقق من ذلك) .

من هذا الجدول، سنرى أن دالة متوسط الإنفاق الاستهلاكي المقدرة هي :

$$\hat{PCE}_t = -1083.978 + 0.9537\, PDI_t \qquad (16.1)$$

ماذا نفعل بهذا الانحدار «التاريخي» ؟ يمكننا استخدامه للتنبؤ بقيمة (قيم) الإنفاق الاستهلاكي الشخصي المستقبلي. لنفترض أننا نريد معرفة $E(PCE2005|PDI2005)$، وهي القيمة للمجتمع أو متوسط الإنفاق الاستهلاكي الشخصي الحقيقي في عام 2005 ،

بمعلومية قيمة إجمالي الإنفاق الأسري (X) لعام 2005، وهو $31,318 (لاحظ أن انحدار العينة مبني على الفترة ما بين 1960–2004) . قبل أن نقوم بهذه المهمة، نحتاج إلى تعلم بعض المصطلحات الخاصة المستخدمة في التنبؤ مثل : (1) التنبؤ بنقطة والتنبؤ بفترة، (2) التنبؤات اللاحقة (بعد الحقيقية) والتنبؤات المسبقة (المشاهدة في توقعات مسبقة أو متوقعة)، و (3) التنبؤات المشروطة وغير المشروطة . نناقش هذه المصطلحات بإيجاز .

1 - التنبؤات بنقطة والتنبؤات بفترة **Point forecasts and interval forecasts** : في

في التنبؤات بنقطة نقدم قيمة واحدة لكل فترة تنبؤ، بينما في التنبؤات بفترة نحصل على نطاق، أو فترة، تشمل القيمة المحققة مع بعض الاحتمالات . وبعبارة أخرى، يوفر التنبؤ بفترة هامشًا من عدم التأكد بشأن التنبؤ بنقطة .

Estimation period — *Ex-post* forecast period — *Ex-ante* forecast period

1960–2004 — 2005–2008 — 2009 forward

شكل 16.2 أنواع التنبؤ

2 - تنبؤات لاحقة وتنبؤات مسبقة ***Ex post* and *ex ante* forecasts** : لفهم الفرق، انظر شكل 16.2.[1]

في فترة التقدير لدينا بيانات عن جميع المتغيرات في النموذج، في فترة التنبؤات اللاحقة، نعلم أيضًا قيم المتغير التابع والمتغيرات المستقلة (هذه هي فترة الاحتفاظ holdover) . يمكننا استخدام هذه القيم للحصول على فكرة عن أداء النموذج الموفق .

في التنبؤ المسبق، نقوم بتقدير قيم المتغير التابع إلى ما بعد فترة التقدير، لكننا قد لا نعرف قيم المتغيرات المستقلة بشكل مؤكد، وفي هذه الحالة قد نضطر إلى تقدير هذه القيم قبل أن نتمكن من التنبؤ .

3 - التنبؤات المشروطة وغير المشروطة **Conditional and unconditional forecasts** : في التنبؤات المشروطة، نتنبأ بالمتغير الذي نهتم به تنبؤًا مشروطا

(1) المناقشة التالية مبنية على:
Robert S. Pindyck and Daniel L. Rubinfeld, *Econometric Models and Economic Forecasts*, 3rd edn, McGraw-Hill, New York, 1991, Chapter 8.

بالقيم المفترضة للمتغيرات المستقلة . تذكر أنه طالما كنا نجري تحليل الانحدار ، فإنه كان مشروطا بالقيم المحددة للمتغيرات المستقلة . هذا النوع من التنبؤ المشروط يُعرف أيضًا باسم تحليل السيناريو أو تحليل الأحداث المشروطة .

في التنبؤات غير المشروطة ، نعرف قيم المتغيرات المستقلة بشكل مؤكد بدلاً من اختيار بعض القيم التحكمية لها ، كما هو الحال في التنبؤ المشروط . بالطبع ، هذا أمر نادر . إنها في الواقع تنطوي على ما سماه Diebold مشكلة التنبؤ بالمتغيرات في الجانب الأيمن (أي المتغيرات المستقلة) .[1] بالنسبة للأغراض الحالية ، سوف نعمل مع التنبؤات المشروطة .

مع هذه التصفيات ، نقدر التنبؤ بنقطة للنفقات الاستهلاكية لعام 2005 ، بمعلومية أن قيمة نصيب الفرد من PDI لعام 2005 هو $31,318 مليار دولار .

الآن يمكن توضيح أن أفضل متوسط توقع لـ Y_{2005} بمعلومية قيمة X هو :

$$
\begin{aligned}
P\hat{C}E_{2005} &= b_1 + b_2 PDI_{2005} \\
&= -1083.978 + 0.9537\ (31318) \qquad (16.3) \\
&= 28783.998 \\
&\approx 28784
\end{aligned}
$$

أي أن أفضل قيمة متوسط متوقع للإنفاق الاستهلاكي الشخصي في عام 2005 تبلغ 28,784 مليار دولار ، بمعلومية قيمة PDI التي تساوي 31,378 مليار دولار . من جدول [16.1] ، نرى أن القيمة الفعلية لـ PCE لعام 2005 بلغت 29,771 مليار دولار . لذلك كانت القيمة الفعلية أكبر من القيمة المقدرة بمبلغ 987 مليار دولار . يمكننا أن نسمي هذا خطأ التنبؤ . وبطبيعة الحال ، لا نتوقع أن يتنبأ خط الانحدار المقدر بالقيم الفعلية للمتغير التابع دون بعض الأخطاء .

وحيث إن رقم PCE المعطى في معادلة (16.3) هو تقدير ، فهو عرضة للخطأ كما لاحظنا للتو . إذاً ما نحتاج إليه هو تقدير لخطأ التنبؤ الذي من المرجح أن يجعل استخدام الرقم في معادلة (16.3) هو القيمة المتوسطة الحقيقية لنفقات الاستهلاك لعام 2005 .

(1) للحصول على حلول لهذه المشكلة، انظر: Diebold, *op cit.*, p. 223.

ويمكن الآن إثبات أنه إذا كان حد الخطأ في معادلة (16.1) يتبع التوزيع الطبيعي ، من ثم نضع $Y = PCE$ و $X = PDI$ ، يمكن إثبات أن $\hat{Y}_{2005}$ تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي ($B_1 + B_2 X_{2005}$) و

$$var(\hat{Y}_{2005}) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(X_{2005} - \bar{X})^2}{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}\right] \qquad (16.4)$$

حيث $\bar{X}$ هي متوسط عينة من قيم X في فترة العينة لدينا من 1960–2004 ، σ^2 هو تباين حد الخطأ u ، و n هو حجم العينة .

وبسبب أننا لا نلاحظ التباين الحقيقي لـ u فإننا نقدر ذلك من العينة على أنه : $\sigma^2 = \Sigma e_t^2/(n-2)$ ، باتباع مناقشتنا في فصل 1 .

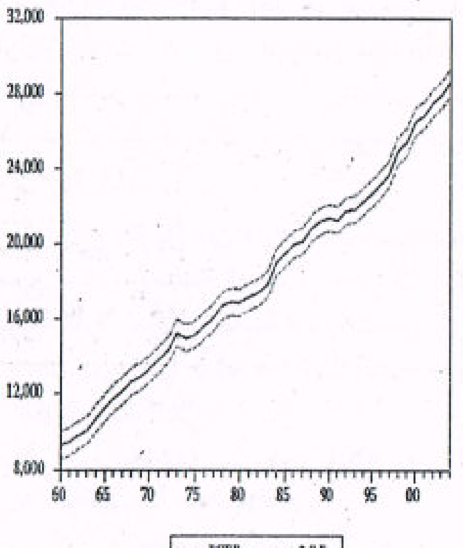
باستخدام هذه المعلومات ، وبالنظر إلى القيمة X لعام 2005 ، يمكننا إنشاء ، فترة ثقة 95% مثلا لقيمة $E(Y2005)$ كما يلي :

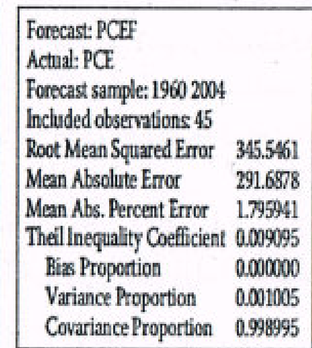
$$\Pr[\hat{Y}_{2005} - t_{\alpha/2} se(\hat{Y}_{2005}) \leq E(Y_{2005}) \leq \hat{Y}_{2005} + t_{\alpha/2}\ se(\hat{Y}_{2005})] = 95\% \qquad (16.5)$$

حيث $se(\hat{Y}_{2005})$ هو الخطأ المعياري الذي تم الحصول عليه من معادلة (16.4) ، وحيث $\alpha = 5\%$. يلاحظ أنه عند إنشاء فترة الثقة هذه أننا نستخدم التوزيع t أكثر من التوزيع الطبيعي لأننا نقوم بتقدير تباين الخطأ الحقيقي . هذا كله يتبع من نظرية الانحدار الخطي التي تمت مناقشتها في فصل 1 .

باستخدام المعادلة (16.4) ، نحصل على $se(\hat{Y}_{2005})$ (تحقق من هذا) . لذلك ، فإن فترة الثقة 95% لـ E (Y_{2005}) هي (28,552 مليار دولار ، 29,019 مليار دولار) ، على الرغم من أن أفضل تقدير مفرد هو 28,784 مليار دولار . (ملحوظة : $t_{\alpha/2} \approx 2.02$ ، عند df =43) .

يتعين علينا حساب فترة الثقة هذه لكل *E(Y|X)* في العينة . إذا قدرنا فترات الثقة هذه ، نحصل على ما يعرف باسم نطاق الثقة **confidence band** . يمكن تجنب هذه الحسابات الشاقة إذا استخدمنا حزمة برامج مثل *Stata* أو *Eviews* . باستخدام *Eviews* ، نحصل على نطاق الثقة لمثالنا (شكل 16.3) .





Forecast: PCEF
Actual: PCE
Forecast sample: 1960 2004
Included observations: 45

Root Mean Squared Error	345.5461
Mean Absolute Error	291.6878
Mean Abs. Percent Error	1.795941
Theil Inequality Coefficient	0.009095
Bias Proportion	0.000000
Variance Proportion	0.001005
Covariance Proportion	0.998995

شكل 16.3 التنبؤ بنطاق الثقة لمتوسط PCE

الخط السميك في هذا الشكل هو خط (منحنى) الانحدار المقدر ويظهر الخطان المتقطعان نطاق الثقة 95% له . إذا نظرنا إلى صيغة التباين لقيم المتوسط المقدرة ، فسترى أن هذا التباين يزداد كلما تحركت القيمة X التي يتم إجراء التنبؤ لها بعيداً عن القيمة المتوسطة . وبعبارة أخرى ، سيزيد الخطأ المتوقع عندما نتحرك بعيدًا عن القيمة المتوسطة للمتغير المستقل . هذا من شأنه أن يوحي بأن التنبؤ بـ $E(Y|X)$ للقيم X التي تفوق بكثير القيمة المتوسطة لـ X سيؤدي إلى أخطاء توقع كبيرة .

يعطي الجدول المصاحب للرسم البياني بعض المقاييس لجودة التوقع ، أي الجذر التربيعي للمتوسط ، المتوسط المطلق للخطأ ، النسبة المئوية للمتوسط المطلق للخطأ ومعامل متباينة Theil ، الذي تكمن قيمته بين 0 و 1 ، كلما اقترب من الصفر ، كلما كان النموذج أفضل . وتناقش هذه المقاييس باختصار في ملحق هذا الفصل . تعتبر مقاييس أداء التنبؤ هذه مفيدة إذا قمنا بمقارنة طريقتين أو أكثر للتنبؤ ، حيث سنناقشها في وقت قريب .

يمكننا توسيع هذا التحليل إلى انحدارات متعددة أيضًا ، ولكن في هذه الحالة ، نحتاج إلى استخدام جبر المصفوفات للتعبير عن التباينات المتوقعة . سنترك هذا الموضوع للمراجع .

في نتائج الانحدار الواردة في جدول [16.2] وجدنا أن إحصاء دربن- واتسون كانت معنوية ، مما يشير إلى أن حد الخطأ يعاني من الارتباط التسلسلي الطردي من الدرجة الأولى . يمكن توضيح أنه إذا كان بإمكاننا أخذ الارتباط التسلسلي في حد الخطأ في الاعتبار ، فيمكن جعل خطأ التنبؤ أصغر ، لكننا لن نتعرض لرياضيات ذلك .[1]
ومع ذلك ، يمكن أن يقدر *Eviews* نموذج (16.1) عن طريق السماح للارتباط الذاتي في حد الخطأ . على سبيل المثال ، إذا افترضنا أن حد الخطأ يتبع نظام الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى [AR(1)] الذي تمت مناقشته في فصل 6 ، أي $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$ و $-1 \le \rho \le 1$. حيث ρ معامل الارتباط الذاتي (من الرتبة الأولى) و ε حد خطأ white noise ، نحصل على النتائج في جدول [16.3] .

مقارنة بالنموذج الوارد في الجدول [16.2] ، نرى أن الميل الحدي للاستهلاك تغير قليلا ، ولكن الخطأ المعياري هو أعلى من ذلك بكثير . من هذا الجدول ، نرى أيضًا أن معامل الارتباط الذاتي من الدرجة الأولى يكون حوالي (0.81) .[2]

جدول [16.3] دالة الاستهلاك مع AR(1)

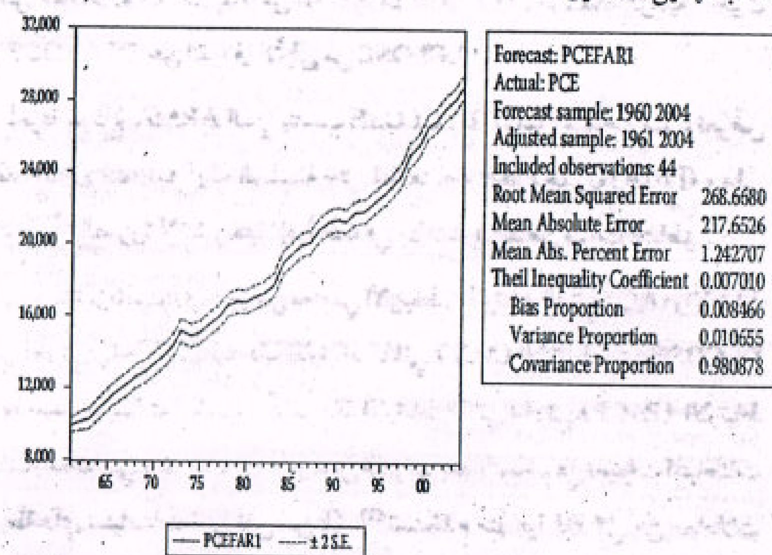
Dependent Variable: PCE
Method: Least Squares
Date: 07/20/10 Time: 20:34
Sample (adjusted): 1961 2004
Included observations: 44 after adjustments
Convergence achieved after 8 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1592.481	611.4801	-2.604305	0.0128
PDI	0.975013	0.025965	37.55095	0.0000
AR(1)	0.812635	0.079793	10.18430	0.0000

R-squared	0.998872	Mean dependent var	18387.16
Adjusted R-squared	0.998817	S.D. dependent var	5429.892
S.E. of regression	186.7336	Akaike info criterion	13.36299
Sum squared resid	1429647.	Schwarz criterion	13.48464
Log likelihood	-290.9858	Durbin-Watson stat	2.433309
F-statistic	18158.75	Prob(F-statistic)	0.000000

(1) انظر: Robert S. Pindyck and Daniel L. Rubinfeld, *op cit.*, pp. 190-2.
(2) يتم تشجيع القراء على تجربة أنظمة AR ذات الرتبة الأعلى ، مثل AR (2) ، AR (3) ، لمعرفة ما إذا كانت النتائج الواردة في جدول 16.3 تتغير .

باستخدام النتائج الواردة في جدول [16.3] ، نحصل على نطاق ثقة 95% لخط الانحدار المقدر – انظر شكل 16.4 . إذا قارنا هذا الشكل بالشكل 16.3 ، سنرى أن النموذج في جدول [16.3] أفضل قليلاً من النموذج في جدول [16.1] لأنه يأخذ في الاعتبار الارتباط التسلسلي الصريح من الدرجة الأولى ، مع دعم البيان الذي تم تقديمه في وقت سابق أنه إذا أخذنا في الاعتبار الارتباط التسلسلي ، سيكون فترة التنبؤ (النطاق) أضيق من دونه . ويمكن ملاحظة ذلك من خلال مقارنة إحصاءات الأداء المصاحبة لهذين الشكلين .



شكل 16.4 نطاق ثقة 95% لـ PCE مع AR(1)

16.2 منهجية بوكس-جنكنز: نمذجة أريما

The Box–Jenkins methodology: ARIMA modeling

تتمثل الفكرة الأساسية التي تستند إليها منهجية BJ للتنبؤ في تحليل الخصائص الاحتمالية أو العشوائية للسلسلة الزمنية الاقتصادية بنفسها تحت فلسفة «دع البيانات تتحدث عن نفسها» . وبخلاف نماذج الانحدار التقليدية ، التي يفسر فيها المتغير التابع Y_t عن طريق k من المتغيرات التفسيرية $(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_k)$ ، تسمح نماذج السلاسل الزمنية BJ أن يتم تفسير Y_t عن طريق القيم الماضية أو المتباطئة (المتأخرة) لـ Y_t نفسها ،

والقيم الحالية والمتباطئة لـ u_t ، والتي هي عبارة عن حد خطأ عشوائي غير مرتبط بمتوسط صفر وتباين ثابت σ^2 . أي ، عبارة عن حد خطأ white noise . تتضمن منهجية BJ عدة طرق للتنبؤ بسلسلة زمنية ، والتي نناقشها تتابعا . نناقش أولاً طرق BJ المختلفة بشكل عام ثم نفكر في مثال محدد ، وهو سعر صرف الدولار/ اليورو الذي عرضناه أولاً في فصل 13 .

تستند منهجية BJ على افتراض أن السلسلة الزمنية قيد الدراسة مستقرة . ناقشنا موضوع استقرار السلسلة الزمنية في فصل 13 ، وأشرنا إلى أهمية دراسة السلسلة الزمنية المستقرة . سنمثل السلسلة الزمنية المستقرة بالرمز Y_t .

نموذج الانحدار الذاتي The autoregressive (AR) model

اعتبر النموذج التالي :

$$Y_t = B_0 + B_1 Y_{t-1} + B_2 Y_{t-2} + \ldots + B_p Y_{t-p} + u_t \qquad (16.6)$$

u_t هو حد خطأ white noise .

يسمى نموذج (16.6) نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة p ، أي **AR (*p*)** ، لأنه ينطوي على انحدار Y في الزمن t على قيمها في فترات متباطئة لفترة p في الماضي ، يتم تحديد قيمة p تجريبيا باستخدام بعض المعايير ، مثل معيار المعلومات Akaike . تذكر أننا ناقشنا الانحدار الذاتي عندما ناقشنا موضوع الارتباط الذاتي في فصل 6 .

نموذج المتوسط المتحرك The moving average (MA) model

يمكن أيضا نمذجة Y_t على النحو التالي :

$$Y_t = C_0 + C_1 u_t + C_2 u_{t-1} + \ldots + C_q u_{t-q} \qquad (16.7)$$

أي أننا نعبر عن Y_t كمتوسط مرجح أو متحرك لحدود الخطأ الحالي والماضي للعشوائية البحتة white noise . يُعرف النموذج (16.7) كنموذج MA(*q*) ، ويتم تحديد قيمة q تجريبياً .

نموذج المتوسط المتحرك والانحدار الذاتي

The autoregressive moving average (ARMA) model

يمكننا أن نجمع بين نماذج AR و MA ونشكل ما يسمى نموذج ARMA (*p,q*) ، مع p من حدود الانحدار الذاتي و q من حدود المتوسطات المتحركة . مرة أخرى ، يتم تحديد قيم p و q تجريبيًا .

نموذج المتوسط المتحرك والانحدار الذاتي المتكامل
The autoregressive integrated moving average (ARIMA) model

كما لاحظنا أن منهجية BJ مبنية على افتراض أن السلسلة الزمنية الأساسية مستقرة أو يمكن جعلها مستقرة من خلال أخذ الفروق لها مرة واحدة أو أكثر . يُعرف هذا باسم نموذج ARIMA (p,d,q) ، حيث تشير d إلى عدد المرات التي يجب فيها أخذ فروق للسلسلة الزمنية لجعلها مستقرة . في معظم التطبيقات $d = 1$. اي ، نأخذ فقط الفروق الأولى للسلسلة الزمنية . بالطبع ، إذا كانت سلسلة زمنية مستقرة بالفعل ، عندئذ يصبح نموذج ARIMA(p,d,q) هو نموذج ARMA (p,q) والسؤال العملي هو تحديد النموذج المناسب في حالة معينة .

للإجابة على هذا السؤال ، نتبع منهجية BJ المكونة من أربع خطوات :

خطوة 1 : التعريف **Identification** : تحديد القيم المناسبة لكل من p و d و q . تتمثل الأدوات الرئيسية في هذا البحث في correlogram و correlogram الجزئي .

خطوة 2 : التقدير **Estimation** : بمجرد تحديد النموذج ، فإن الخطوة التالية هي تقدير معلمات النموذج المختار . في بعض الحالات ، يمكننا استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية(OLS) ، ولكن في بعض الحالات ، يجب علينا اللجوء إلى أساليب التقدير غير الخطية)في المعلمات) . نظرًا لأن العديد من الحزم الإحصائية تتضمن إجراءات مضمنة داخلها ، فلا داعي للقلق بشأن الرياضيات الفعلية للتقدير .

خطوة 3 : الفحص التشخيصي **Diagnostic checking** : إن نموذج BJ ARIMA هو فن أكثر منه علمًا لأنه يتطلب مهارة كبيرة لاختيار نموذج ARIMA المناسب ، لأننا قد لا نكون متأكدين تمامًا من أن النموذج المختار هو النموذج الصحيح . أحد الاختبارات البسيطة لهذا هو معرفة ما إذا كانت بواقي النموذج الموفق هي white noise . إذا كان الأمر كذلك ، يمكننا قبول النموذج الذي تم اختياره ، ولكن إذا لم يكن كذلك ، فيجب أن نبدأ من جديد . هذا هو السبب في أن منهجية BJ هي عملية تكرارية .

خطوة 4 : التنبؤ **Forecasting** : يكمن الاختبار النهائي لنموذج ARIMA الناجح في أدائه التنبؤي ، في غضون فترة العينة وكذلك خارج فترة العينة .

16.3 نموذج ARMA لأسعار الإغلاق اليومي لشركة IBM ، من 3 يناير 2000 إلى 31 أكتوبر 2002

اوضحنا في فصل 13 أن لوغاريتمات أسعار الإغلاق اليومية لشركة IBM (LCLOSE) كانت غير مستقرة ، ولكن الفروق الأولى لهذه الأسعار (DLCLOSE) كانت مستقرة . وحيث إن منهجية BJ تعتمد على سلسلة زمنية مستقرة ، فمن ثم سنعمل مع DLCLOSE بدلاً من LCLOSE لنمذجة هذه السلسلة الزمنية ، حيث يعبر DLCLOSE عن الفروق الأولى من LCLOSE .

لمعرفة نموذج ARMA الذي يناسب DLCLOSE ، واتباع منهجية BJ ، نعرض مخطط correlogram لهذه السلسلة حتى 50 متباطة lags! (جدول [16.4]) ، على الرغم من أن الصورة لا تتغير كثيرًا إذا أخذنا في الاعتبار المزيد من فترات التباطؤ .

ينتج correlogram نوعين من معاملي الارتباط : الارتباط الذاتي (AC) والارتباط الذاتي الجزئي(PAC) . تُظهر دالة الارتباط الذاتي (ACF) الارتباط بين DLCOSE وقيمها عند المتباطئات المختلفة . تُظهر دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) الارتباط بين المشاهدات التي تكون بعيدة بمقدار k من الفترات بعد التحكم في تأثيرات المتباطئات الوسيطة (أي المتباطئات التي تقل عن k) .[1] تستخدم منهجية BJ كل من معاملات الارتباط هذه لتحديد نوع نموذج ARMA الذي يكون مناسبًا في حالة معينة .

---

(1) هذا يشبه معامل الانحدار الجزئي في الانحدار المتعدد. في نموذج الانحدار ذو عدد k من المتغيرات، يعطي المعامل B_k للمتغير المستقل kth تأثير هذا المتغير على الانحدار بعد الإبقاء على أو السماح بـ تأثيرات المتغيرات المستقلة الأخرى في النموذج.

جدول [16.4] (ACF) و(PACF) لـ DLCOSE لأسعار اسهم IBM

Sample: 1/03/2000 10/31/2002
Included observations: 686

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
.|. |	.|. |	1	−0.059	−0.059	2.4132	0.120
.|. |	.|. |	2	−0.058	−0.061	4.7046	0.095
.|. |	.|. |	3	−0.016	−0.024	4.8875	0.180
.|* |	.|* |	4	0.083	0.077	9.6393	0.047
.|. |	.|. |	5	−0.007	0.001	9.6706	0.085
.|. |	.|. |	6	0.017	0.026	9.8727	0.130
.|. |	.|. |	7	0.017	0.023	10.080	0.184
.|. |	.|. |	8	−0.044	−0.047	11.446	0.178
.|. |	.|. |	9	0.018	0.016	11.665	0.233
.|. |	.|. |	10	0.036	0.031	12.574	0.248
.|. |	.|. |	11	−0.050	−0.049	14.292	0.217
.|. |	.|. |	12	−0.012	−0.007	14.396	0.276
.|. |	.|. |	13	0.038	0.030	15.415	0.282
.|. |	.|. |	14	0.012	0.010	15.519	0.344
.|. |	.|. |	15	0.021	0.036	15.821	0.394
.|. |	.|. |	16	0.052	0.056	17.695	0.342
.|. |	.|. |	17	0.050	0.058	19.455	0.303
*|. |	*|. |	18	−0.103	−0.089	26.984	0.079
.|. |	.|. |	19	0.002	−0.013	26.987	0.105
.|. |	.|. |	20	0.030	0.010	27.609	0.119
.|. |	.|. |	21	−0.025	−0.033	28.064	0.138
*|. |	*|. |	22	−0.109	−0.103	36.474	0.027
.|. |	.|. |	23	−0.011	−0.031	36.561	0.036
.|. |	.|. |	24	0.011	0.001	36.651	0.047
*|. |	*|. |	25	−0.069	−0.066	40.020	0.029
*|. |	*|. |	26	−0.068	−0.075	43.369	0.018
.|. |	.|. |	27	−0.030	−0.039	43.998	0.021
.|. |	.|. |	28	−0.025	−0.026	44.444	0.025
.|. |	.|. |	29	0.006	−0.007	44.470	0.033
.|. |	.|. |	30	0.071	0.066	48.139	0.019
.|. |	.|. |	31	−0.005	0.021	48.154	0.025
.|. |	.|. |	32	−0.036	−0.018	49.115	0.027
.|. |	.|. |	33	−0.029	−0.043	49.731	0.031
.|. |	.|. |	34	0.004	−0.009	49.744	0.040
*|. |	*|. |	35	−0.079	−0.069	54.268	0.020
.|. |	.|. |	36	0.008	−0.012	54.317	0.026
.|. |	.|. |	37	−0.050	−0.057	56.155	0.023
*|. |	.|. |	38	−0.070	−0.059	59.698	0.014
.|. |	.|. |	39	0.046	0.057	61.247	0.013
.|. |	.|. |	40	−0.019	−0.036	61.514	0.016
.|. |	.|. |	41	−0.003	0.023	61.520	0.021

جدول [16.4] (تابع)

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
.|. |	.|. |	42	−0.035	0.004	62.392	0.022
.|* |	.|. |	43	0.076	0.058	66.617	0.012
.|. |	.|. |	44	0.006	−0.001	66.640	0.015
.|. |	.|. |	45	0.020	0.017	66.937	0.019
.|. |	.|. |	46	−0.026	−0.041	67.432	0.021
.|. |	.|. |	47	0.032	0.007	68.185	0.023
.|. |	.|. |	48	0.001	−0.006	68.186	0.029
.|. |	.|. |	49	−0.000	−0.015	68.186	0.036
.|. |	.|. |	50	−0.014	−0.015	68.327	0.043

تعرض بعض الأنماط النظرية لـ ACF و PACF في جدول [16.5] . لاحظ أن ACF و PACFs من AR (p) و MA (q) لها أنماط معاكسة : في حالة AR (p) ، تتناقص ACF هندسيا أو أسيا ولكن PCAF تنقطع بعد عدد معين من المتباطئات lags . يحدث العكس لعملية MA(q) .

جدول [16.5] الأنماط النظرية لـ ACF و PACF

نوع النموذج	النمط النموذجي لـ ACF	النمط النموذجي لـ PACF
AR(p)	تآكل أسي أونمط موجة جيب متضاءلة damped sine wave أو كلاهما	ارتفاعات معنوية عبر المتباطئات p
MA(q)	ارتفاعات معنوية عبر المتباطئات q	تتناقص أسيا
ARMA(p,q)	تآكل أسي	تآكل أسي

ضع في اعتبارك أنه في التطبيق الواقعي قد لا نلاحظ الأنماط المرتبة الموضحة في جدول [16.5] . لايمكن تجنب بعض التجارب والخطأ في التطبيقات العملية .

بالعودة إلى مثالنا ، نرى أن كلا من دوال ACF و PAC تتبادل بين القيم السالبة والموجبة ولا تظهر تآكلا أسيًا لأي فترة متواصلة .

ويُظهر الفحص الدقيق لـ Correlogram أنه لا يعرض النمط المرتب لـ ACF أو PACF الموضح في جدول [16.5] . لمعرفة أي الارتباطات ذات معنوية

إحصائية ، تذكر أن الخطأ المعياري لمعامل الارتباط (للعينة) ينتج عن طريق $0.037 \approx \sqrt{1/739} = \sqrt{1/n}$ ، حيث n هو حجم العينة (انظر معادلة (13.2)) . لذلك فإن فترة الثقة 95% لمعاملات الارتباط الحقيقية تبلغ حوالي

$$0 \pm 1.96\ (0.037) = (-0.0725 \text{ to } 0.0725)$$

معاملات الارتباط الموجودة خارج هذه الحدود ذات معنوية إحصائية عند مستوى 5% . على هذا الأساس ، يبدو أن الارتباطات بين ACF و PACF عند المتباطئات 4 و 18 و 22 و 35 و 43 تبدو ذات معنوية إحصائية (راجع نطاقات الثقة في الشكل السابق) .

ولأننا لا نملك النمط النظري الواضح من ACFو PACF الموضح في جدول [16.5] ، يمكننا المضي قدمًا عن طريق التجربة والخطأ .

أولاً ، لنفترض أننا نوفق نموذج AR عند المتباطئات 4 و 18 و 22 و 35 و 43 .ترد النتائج في جدول [16.6] . كما نرى ، فإن معاملات (35) AR و (43) AR ليست ذات معنوية إحصائية بشكل فردي . ومع ذلك ، تجدر الإشارة إلى أنه عندما تم اختبار البواقي من الانحدار السابق من أجل الارتباط التسلسلي ، لم نجد أي إرتباط تسلسلي حتى خمس متباطئات . لذا قد يكون النموذج في جدول [16.6] مرشحًا لمزيد من الدراسة .

وحيث إنه في (35) AR و (43) AR لم تكن المعاملات معنوية ، فمن ثم يمكننا إسقاطها من الاعتبار وإعادة تقدير النموذج بحدود (4) AR و (18) AR و (22) AR فقط ، والتي تعطي النتائج في جدول [16.7] . كما يبدو أن بواقي هذا الانحدار موزعة بشكل عشوائي .

إذا كان علينا الاختيار بين النموذجين السابقين ، فيمكننا استخدام معيار المعلومات Akaike أو Schwarz لإجراء الاختيار . على الرغم من عدم وجود فرق كبير في قيم المعيارين في الجدولين ، إلا أن قيم المعلومات تكون سالبة أكثر بشكل طفيف بالنسبة للنموذج في جدول [16.7] عنها في جدول [16.6] ؛ تذكر أنه على أساس معايير

المعلومات ، نختار النموذج الذي له أقل قيمة من هذه المعايير – في الحالة الحالية القيمة السالبة أكثر .

على هذا الأساس يبدو أن النموذج في جدول [16.7] مفضلا على النموذج في جدول [16.6] . كذلك ، فإن النموذج الوارد في جدول [16.7] يكون أكثر اختصارا من النموذج في جدول [16.6] ، لأننا يجب أن نقدر أربعة معلمات فقط بدلا من ستة .

في البداية جربنا النظير من جدول [16.6] ، باستخدام خمسة حدود MA متباطئة 4 و 18 و22 و 35 و 43 ، لكن معاملات المتباطئات 35 و 43 لم تكن ذات معنوية إحصائية . ولهذا السبب قدرنا MA مكافئ للجدول [16.7] ، وحصلنا على النتائج في جدول [16.8] بواقي هذا الانحدار موزعة بشكل عشوائي .

جدول [16.6] نموذج AR(4,18,22,35,43) لـ DLCOSE

Dependent Variable: D(LCLOSE)
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 3/03/2000 8/20/2002
Included observations: 643 after adjustments
Convergence achieved after 3 iterations

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−0.000798	0.000966	−0.825879	0.4092
AR(4)	0.096492	0.039101	2.467745	0.0139
AR(18)	−0.073034	0.039623	−1.843242	0.0658
AR(22)	−0.084777	0.039642	−2.138565	0.0329
AR(35)	−0.055990	0.039381	−1.421768	0.1556
AR(43)	0.052378	0.039310	1.332428	0.1832

R-squared	0.032112	Mean dependent var	−0.000811
Adjusted R-squared	0.024515	S.D. dependent var	0.026409
S.E. of regression	0.026084	Akaike info criterion	−4.445734
Sum squared resid	0.433385	Schwarz criterion	−4.404059
Log likelihood	1435.303	Durbin–Watson stat	2.089606
F-statistic	4.226799	Prob(F-statistic)	0.000869

جدول [16.7] نموذج AR(4,18,22) لـ DLCOSE

Dependent Variable: D(LCLOSE)
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 2/03/2000 8/20/2002
Included observations: 664 after adjustments
Convergence achieved after 3 iterations

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000937	0.000944	-0.992942	0.3211
AR(4)	0.101286	0.038645	2.620899	0.0090
AR(18)	0.082566	0.039024	-2.115760	0.0347
AR(22)	0.091977	0.039053	-2.355157	0.0188

R-squared	0.027917	Mean dependent var	-0.000980
Adjusted R-squared	0.023499	S.D. dependent var	0.026416
S.E. of regression	0.026104	Akaike info criterion	-4.447488
Sum squared resid	0.449720	Schwarz criterion	-4.420390
Log likelihood	1480.566	Durbin-Watson stat	2.102050
F-statistic	6.318233	Prob(F-statistic)	0.000315

جدول [16.8] نموذج MA(4,18,22) لـ DLCOSE

Dependent Variable: D(LCLOSE)
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 1/04/2000 8/20/2002
Included observations: 686 after adjustments
Convergence achieved after 7 iterations
MA Backcast: 12/03/1999 1/03/2000

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000887	0.000878	-1.011247	0.3123
MA(4)	0.086628	0.038075	2.275167	0.0232
MA(18)	-0.099334	0.038682	-2.567953	0.0104
MA(22)	-0.112227	0.038958	-2.880715	0.0041

R-squared	0.027366	Mean dependent var	-0.000928
Adjusted R-squared	0.023088	S.D. dependent var	0.026385
S.E. of regression	0.026079	Akaike info criterion	-4.449579
Sum squared resid	0.463828	Schwarz criterion	-4.423160
Log likelihood	1530.206	Durbin-Watson stat	2.104032
F-statistic	6.396312	Prob(F-statistic)	0.000282

أي نموذج يجب أن نختار؟ AR(4,18,22) ، أو MA(4,18,22)؟

بما أن قيم معايير المعلومات Akaike و Schwarz كانت أدنى لنموذج MA ، يمكننا اختياره هو وليس نموذج AR ، على الرغم من أن الفرق بين الاثنين ليس كبيرا جدا .

تذكر أن نموذج MA هو مجرد متوسط مرجح لحد الخطأ العشوائي . ولكن حيث إن الفروق الأولى في لوغاريتم أسعار إغلاق IBM مستقرة ، فمن المنطقي استخدام نموذج MA .

ولكن قبل إقرار نموذج MA ، دعونا نرى ما إذا كان بإمكاننا تطوير نموذج باستخدام كل من AR و MA . بعد بعض التجريب ، حصلنا على النموذج في جدول [16.9] .

جدول [16.9] نموذج ARMA[(4,22)،(4,22)] لـ DLCOSE

Dependent Variable: D(LCLOSE)
Method: Least Squares
Sample (adjusted): 2/03/2000 8/20/2002
Included observations: 664 after adjustments
Convergence achieved after 12 iterations
MA Backcast: 1/04/2000 2/02/2000

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000985	0.001055	-0.934089	0.3506
AR(4)	-0.229487	0.061210	-3.749152	0.0002
AR(22)	-0.641421	0.062504	-10.26202	0.0000
MA(4)	0.361848	0.060923	5.939484	0.0000
MA(22)	0.618302	0.055363	11.16808	0.0000

R-squared	0.048013	Mean dependent var	-0.000980
Adjusted R-squared	0.042235	S.D. dependent var	0.026416
S.E. of regression	0.025852	Akaike info criterion	-4.465365
Sum squared resid	0.440423	Schwarz criterion	-4.431493
Log likelihood	1487.501	Durbin-Watson stat	2.111835
F-statistic	8.309156	Prob(F-statistic)	0.000002

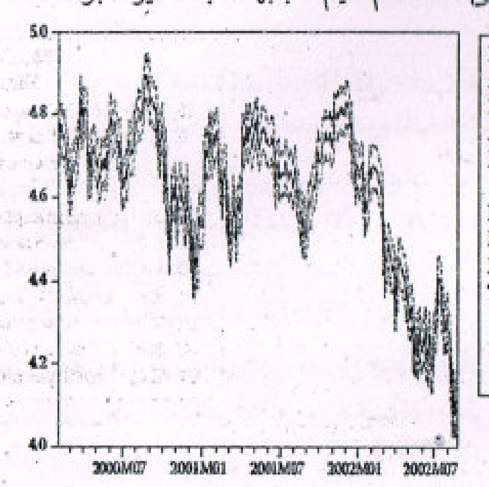
باستخدام معايير Akaike وSchwarz ، يبدو أن هذا هو النموذج «الأفضل» . تم اختبار بواقي هذا النموذج لجذر الوحدة ، وتبين أنه لا يوجد جذر وحدة ، مما يشير إلى أن بواقي هذا النموذج ساكنة . أيضا ، على أساس اختبار Breusch-Godfrey

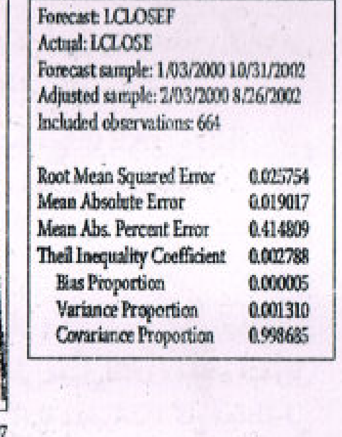
للارتباط الذاتي الذي تمت مناقشته في فصل 6 ، تم العثور على أنه ، باستخدام خمسة متباطئات ، لم يكن هناك ارتباط تسلسلي في البواقي .

باختصار ، يبدو أن ARMA (4,22,4,22) ربما يكون النموذج المناسب لتصوير سلوك الفروق الأولى من لوغاريتمات أسعار الإغلاق اليومي لشركة IBM خلال فترة العينة .

التنبؤ مع أريما Forecasting with ARIMA

بمجرد أن يتم توفيق نموذج ARMA معين ، يمكننا استخدامه للتنبؤ ، لأن هذا الهدف الأساسي من هذه النماذج . هناك نوعان من التنبؤات : ساكنة وديناميكية . في التنبؤات الساكنة ، نستخدم القيم الحالية الفعلية والمتباطئة لمتغير التنبؤ ، بينما في التنبؤات الديناميكية ، بعد التنبؤ بالفترة الأولى ، نستخدم القيم المتنبأ بها مسبقًا لمتغير التنبؤ .





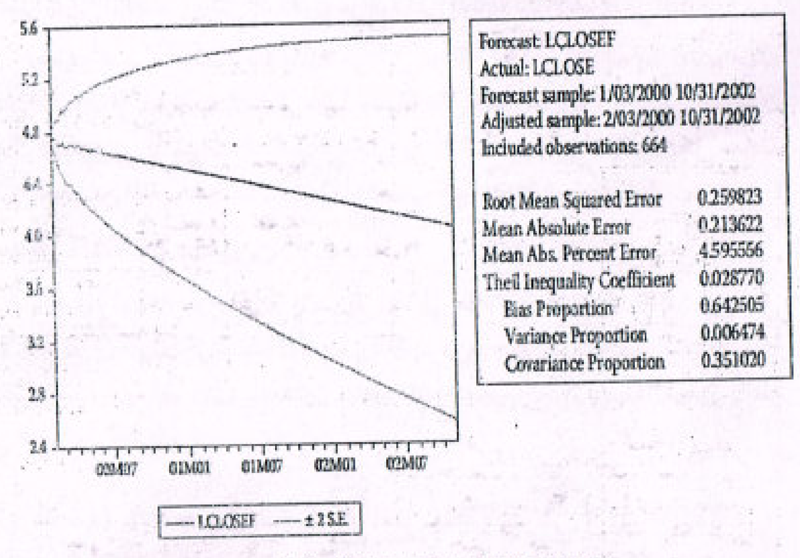
شكل 16.5 الأسعار الفعلية والمتوقعة لـ IBM

باستخدام النموذج الوارد في جدول [16.9] ، يظهر التنبؤ الساكن في شكل 16.5 .(1) يوضح هذا الشكل القيم الفعلية والمتوقعة للوغاريتمات أسعار إغلاق IBM ،

(1) على الرغم من أن جدول [16.9] يستند إلى الفروق الأولى في لوغاريتم أسعار إغلاق IBM ، فإن التنبؤات الواردة في الأرقام التالية هي لمستوى لوغاريتم أسعار الإغلاق . تقوم Eviews بذلك تلقائيًا .

وكذلك فترة الثقة للتنبؤ . يعطي الجدول المصاحب للرسم نفس المقاييس لجودة التنبؤات التي رأيناها من قبل ، وهي : الجذر التربيعي للمتوسط ، متوسط الخطأ المطلق ، متوسط النسبة المئوية للخطأ المطلق ومعامل متباينة Theil . بالنسبة لمثالنا ، هذا المعامل عمليا صفر ، مما يوحي أن النموذج الموفق جيد جدًا . يمكن ملاحظة ذلك أيضًا من شكل 16.5 ، والذي يوضح مدى تقارب القيم الفعلية والمتوقعة من بعضها البعض .

تظهر صورة التنبؤ الديناميكي في شكل 16.6 . يعطي ناتج *Eviews* نفس مقاييس جودة التنبؤ كما هو الحال في الأشكال السابقة .



شكل 16.6 التنبؤات الديناميكية لأسعار أسهم IBM

على أساس معامل Theil ، لا تحمل التنبؤات الديناميكية وكذلك التنبؤات الساكنة . أيضا يزيد نطاق الثقة 95% بسرعة كما لو كنا نتنقل على طول محور الزمن . والسبب في ذلك هو أننا نستخدم قيم التنبؤات السابقة في حساب التنبؤات اللاحقة ، وإذا كان هناك خطأ في قيمة (قيم) التنبؤات السابقة ، فسيتم ترحيلها إلى الأمام .

قبل التقدم أكثر ، يتم تشجيع القارئ على الحصول على أحدث البيانات ومعرفة ما إذا كان النمط الملاحظ في العينة الحالية يستمر على ما هو عليه في العينة الجديدة . بما أن نمذجة ARIMA هي عملية تكرارية ، فقد يرغب القارئ في تجربة نماذج أخرى من ARIMA لمعرفة ما إذا كان بإمكانه تحسين النماذج التي تمت مناقشتها في هذا الجزء .

16.4 الانحدار الذاتي للمتجه Vector autoregression (VAR)

في نماذج المعادلات التقليدية الآنية التي تتضمن m من المتغيرات الداخلية (أي المتغيرات التابعة)، هناك معادلات m، واحدة لكل متغير داخلي.[1] قد تحتوي كل معادلة على واحد أو أكثر من المتغيرات الداخلية وبعض المتغيرات الخارجية. قبل تقدير هذه المعادلات، يجب أن نتأكد من أن مشكلة التعريف **problem of identification** قد تم حلها، أي ما إذا كانت المعلمات أو مجموعة من المعلمات يمكن تقديرها بشكل متسق. في تحقيق التعريف، يتم فرض قيود تحكمية في كثير من الأحيان باستبعاد بعض المتغيرات من المعادلة، والتي قد تكون موجودة في المعادلات الأخرى في النظام.

وقد انتقدت هذه الممارسة بشدة من قبل Sims، الذي قال إنه إذا كانت هناك متغيرات متفرقة، فيجب التعامل معها جميعًا على قدم المساواة؛ لا ينبغي أن يكون هناك أي تمييز بين المتغيرات الداخلية والخارجية.[2] لذلك يجب أن يكون لكل معادلة نفس العدد من المتغيرات المستقلة. ولهذا السبب طور Sims نموذج VAR.

نموذج VAR ذو متغيرين [3]

لتوضيح الأفكار وراء VAR، سننظر أولاً في نظام من متغيرين. ناقشنا في فصل 14 العلاقة بين أذون الخزانة لمدة 3 أشهر و 6 أشهر من وجهة نظر التكامل المشترك. هنا نناقشها من وجهة نظر التنبؤ بالمعدلين، باستخدام منهجية VAR. لهذا الغرض، انظر في المعادلتين التاليتين:

$$TB3_t = A_1 + \sum_{j=1}^{j=p} B_j TB3_{t-j} + \sum_{j=1}^{j=p} C_j TB6_{t-j} + u_{1t} \quad (16.8)$$

(1) في هذا الكتاب لا نناقش نماذج المعادلات الآنية، لأنها لم تعد تستخدم على نطاق واسع كما كانت في الستينات والسبعينات. للاطلاع على نظرة عامة، انظر:
Gujarati/Porter, op cit., Chapters 18–20.

(2) C. A. Sims, Macroeconomics and reality, *Econometrica*, 1980, vol. 48, pp. 1–48.

(3) في الرياضيات، المتجه هو أي كمية لها اتجاهًا. لغرضنا، يمكننا ترتيب قيم متغير في عمود، يسمى متجه العمود. نظرًا لأننا نتعامل مع أكثر من متغير واحد في VAR، يمكننا ترتيب قيم كل متغير في عمود. ولأننا نتعامل مع قيم هذه الأعمدة أو المتجهات، فإننا نطلق على نظام دراسة هذا النوع من متجهات الأعمدة نظام VAR.

$$TB6_t = A_2 + \sum_{j=1}^{j=p} D_j TB3_{t-j} + \sum_{j=1}^{j=p} E_j TB6_{t-j} + u_{2t} \quad (16.9)$$

حيث TB3 و TB6 هي معدلات أذون الخزانة ذات الثلاثة و الستة أشهر، وحيث us عبارة عن حدود خطأ العشوائية البحتة white noise، تسمى نبضات أو ابتكارات أو صدمات في لغة VAR.

لاحظ هذه السمات لـ VAR ذو المتغيرين المعطى في المعادلات السابقة:

1. يشبه النظام ثنائي المتغيرات نظام المعادلات الآنية، ولكن الفرق الأساسي بينهما هو أن كل معادلة تحتوي فقط على قيمها المتباطئة والقيم المتباطئة للمتغيرات الأخرى في النظام. ولكن لا توجد قيم حالية للمتغيرين يتم إدراجها على الجانب الأيمن من هذه المعادلات.
2. على الرغم من أن عدد القيم المتباطئة لكل متغير يمكن أن يكون مختلفًا، إلا أننا في معظم الحالات نستخدم نفس عدد الحدود المتباطئة في كل معادلة.
3. يُعرف نظام VAR ثنائي المتغيرات المذكور أعلاه كنموذج VAR (p)، لأن لدينا قيم p متباطئة لكل متغير على الجانب الأيمن. إذا كان لدينا قيمة متباطئة واحدة فقط لكل متغير على الجانب الأيمن، فسيكون نموذج VAR (1)؛ إذا كان هناك حدان متباطئان، فسيكون نموذج VAR (2)؛ وهكذا.
4. على الرغم من أننا نتعامل مع متغيرين فقط، إلا أنه يمكن توسيع نظام VAR إلى عدة متغيرات. لنفترض أننا أدخلنا متغير آخر، على سبيل المثال، معدل التمويل الفيدرالي. من ثم سيكون لدينا نظام VAR ذو ثلاثة متغيرات، كل معادلة في النظام تحتوي على قيم متباطئة p لكل متغير على الجانب الأيمن من كل معادلة.
5. لكن إذا أخذنا في الاعتبار العديد من المتغيرات في النظام مع العديد من المتباطئات لكل متغير، سيكون علينا تقدير العديد من المعلمات، والتي ليست مشكلة في هذا العصر مع أجهزة الكمبيوتر عالية السرعة والبرامج المتطورة، ولكن النظام يصبح بسرعة غير عملي.
6. في نظام ثنائي المتغيرات من المعادلتين (16.8) و (16.8)، يمكن أن يكون هناك على الأكثر علاقة تكامل مشترك أو علاقة توازن بينهما. إذا كان لدينا نظام VAR ثلاثي

المتغيرات ، فيمكن أن يكون هناك على الأكثر علاقتي تكامل مشترك بين المتغيرات الثلاثة . بشكل عام ، يمكن أن يكون لنظام VAR ذو n متغير على الأكثر $(n - 1)$ علاقة تكاملية .

لمعرفة عدد علاقات التكامل المشترك التي توجد بين المتغيرات n فإن ذلك يتطلب استخدام منهجية Johansen ، والتي هي خارج نطاق هذا الكتاب . ومع ذلك ، يمكن لحزم البرامج مثل *Stata* و *Eviews* التعامل مع هذا بسهولة نسبية .

قد يكون للعلاقة التكاملية بعض الأسس النظرية . في مثالنا ، هيكل المدة لأسعار الفائدة : العلاقة بين أسعار الفائدة قصيرة وطويلة الأجل .

وحيث إن هدفنا هنا هو تقديم أساسيات VAR ، سنواصل مع نظام VAR ثنائي المتغيرات .

بما أن لدينا 349 مشاهدة شهرية على الاثنين من معدلات سندات الخزينة ، من ثم يكون لدينا فسحة كبيرة بخصوص عدد الحدود المتباطئة التي يمكن أن نعرضها في النموذج . سيؤدي إدراج عدد قليل جدًا من الحدود المتباطئة إلى أخطاء في التوصيف . وسيستهلك إدخال الكثير من الحدود المتباطئة عدة درجات من الحرية ، ناهيك عن مشكلة العلاقة الخطية المتداخلة . لذلك يتعين علينا المضي قدمًا من خلال التجربة والخطأ والبت في عدد الحدود المتباطئة على أساس معايير المعلومات Akaike أو Schwarz .

ولأنه من المفترض أن تكون الأسواق المالية كفء ، فلا نحتاج إلى إدخال الكثير من الحدود المتباطئة في المعادلتين . وهذا صحيح بشكل خاص في أسواق معدلات الفائدة بسبب عمليات المراجحة .

مهما كان اختيار الحدود المتباطئة التي تم إدخالها في المعادلتين ، فإن أحد المتطلبات الحاسمة لـ *VAR* هو أن السلاسل الزمنية قيد الدراسة تكون ساكنة أو مستقرة . هنا لدينا ثلاثة احتمالات :

أولا ، كل من السلسلة الزمنية TB3 و TB6 بشكل فردي $I(0)$ ، أو ساكنة . في هذه الحالة ، يمكننا تقدير كل معادلة بواسطة OLS .

ثانيا ، كل من TB3 و TB6 هي $I(1)$ ، من ثم يمكننا أخذ الفروق الأولى للمتغيرين ، والتي – كما نعلم – تكون ساكنة . هنا أيضًا يمكننا استخدام OLS لتقدير كل معادلة على حدة .

ثالثًا ، إذا كانت السلسلتين $I(1)$ ، ولكن متكاملتين ، عندئذ يتعين علينا استخدام آلية تصحيح الخطأ (ECM) التي ناقشناها في فصل 14 . تذكر أن ECM يجمع بين التوازن طويل المدى والديناميكيات قصيرة المدى للوصول إلى هذا التوازن . ولأننا نتعامل مع أكثر من متغير واحد في نظام VAR ، فإن النظير متعدد المتغيرات لـ ECM يُعرف بنموذج تصحيح خطأ المتجه (VECM) .

الآن يتطلب تقدير نظام VAR المعطى في المعادلتين (16.8) و(16.9) ، باستخدام نهج VECM ، ثلاث خطوات :

خطوة *1* : نقدر أولا علاقة التكامل بين المعدلين . نعرف من فصل 14 أن علاقة التكامل تعطى عن طريق :

$$TB6_t = B_1 + B_2 TB3_t + B_3 t + B_4 t^2 + u_t \quad (16.10)$$

يعرض جدول [16.10] نتائج هذا الانحدار . تظهر هذه النتائج أنه ، مع السماح بالاتجاهات الخطية والتربيعية ، توجد علاقة طردية ذات معنوية إحصائية بين المعدلين . إذا ارتفع TB3 بمقدار نقطة مئوية واحدة ، في المتوسط ، يرتفع TB6 بنحو 0.96 نقطة مئوية ، مع ثبات العوامل الأخرى . تظهر النتائج أيضًا أن كلا من أسعار الفائدة كانت تتجه نحو الانخفاض ، ولكنها تتجه للأسفل بمعدلات متزايدة ، وهذا واضح من شكل 14.2 .

جدول [16.10] العلاقة بين TB6 و TB3

Dependent Variable: TB6
Method: Least Squares
Sample: 1981M01 2010M01
Included observations: 349

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.606465	0.076820	7.894596	0.0000
TB3	0.958401	0.006308	151.9409	0.0000
@TREND	−0.002585	0.000528	−4.893455	0.0000
@TREND^2	4.43E−06	1.25E−06	3.533231	0.0005

R-squared	0.995950	Mean dependent var	5.352693
Adjusted R-squared	0.995915	S.D. dependent var	3.075953
S.E. of regression	0.196590	Akaike info criterion	−0.403995
Sum squared resid	13.33346	Schwarz criterion	−0.359811
Log likelihood	74.49716	Durbin−Watson stat	0.363237
F-statistic	28283.37	Prob(F-statistic)	0.000000

خطوة 2 : من هذا الانحدار نحصل على البواقي ، e_t ، التي تنتج من العلاقة :

$$e_t = TB6_t - 0.6064 - 0.9584\,TB3_t + 0.0026t - 0.0000043t^2 \quad (16.11)$$

شريطة أن e_t ثابتة ، نعلم أن e_t في معادلة (16.11) هو حد تصحيح الخطأ (EC). [1]

خطوة 3 : نقدر الآن (16.8) و(16.9) باستخدام حد EC على النحو التالي ، وهو نموذج VEC :

$$\Delta TB6_t = \alpha_1 + \alpha_2 e_{t-1} + v_{1t} \quad (16.12)$$

$$\Delta TB3_t = \alpha_3 + \alpha_4 e_{t-1} + v_{2t} \quad (16.13)$$

سوف ترى كيف تربط VEC ديناميكيات المدى القصير بالعلاقات طويلة المدى عبر الحد EC . في هاتين المعادلتين ، تُعرف معاملات الانحدار باسم معاملات تصحيح الخطأ ، لأنها تُظهر المقدار الذي تعدل به ΔTB6 و ΔTB3 من أجل «توازن» الخطأ في الفترة السابقة ، e_{t-1} .

لاحظ بتأن كيف أن سلوك الأجل القصير لمعدلي TB يتصل بعلاقتهما طويلة الأجل عبر الحد EC . إذا كان ، على سبيل المثال ، α_2 موجب ، وكان TB6 أقل من قيمة توازنه في الفترة السابقة ، بالتالي يجب تعديله في الفترة الحالية للأعلى . من ناحية أخرى ، إذا كان سالبًا ، وكان TB6 أعلى من قيمة توازنه يجب تعديله في الفترة الحالية إلى الأسفل . ينطبق نفس الكلام على TB3 .

يجب ملاحظة أن كل معاملات الميل في الانحدارين السابقين سوف يكون لها اشارات عكسية لأن هناك علاقة توازن واحدة فقط بين المعدلين .

نتائج الانحدار ، المعطاة في شكل مختصر ، هي كما يلي :

$$\Delta TB6_t = -0.0400 - 0.0545\, e_{t-1} \quad (16.14a)$$
$$t = (-2.0928)(-0.5582)$$

$$\Delta TB3_t = -0.0430 + 0.1962 e_{t-1} \quad (16.14b)$$
$$t = (-2.0714)(1.5523)$$

(1) لتحديد أن e_t مستقر ، استخدم اختبار جذر الوحدة . وهذا ينطوي على انحدار Δe_t على e_{t-1} واختبار فرض أن معامل الميل في هذا الانحدار هو صفر (أي يوجد جذر وحدة) . باستخدام البيانات ، يمكن للقارئ التحقق من أن فرض جذر الوحدة يمكن رفضه بشكل مقنع ، وبالتالي إثبات أن حد الخطأ في معادلة (16.10) بالفعل مستقرا .

حيث الأرقام الواردة بين قوسين هي النسب t .

معاملات الميل في نموذجي VEC غير معنوية إحصائيا ، مما يدل على أن معدلي الفائدة عدلا بعضها البعض بسرعة كبيرة .

قد تتسائل أننا بدأنا نموذج VAR المعطى في (16.8) و (16.9) ، مع حد متباطيء واحد لكل متغير ، وانتهى بنموذج VEC المعطى في المعادلتين (16.12) و (16.13) - لا تبدو متشابهة . لكن هذا الاختلاف ظاهري أكثر من كونه حقيقي ، لأننا نستطيع أن نظهر أنهما متساويان في الواقع .

لرؤية هذا ، انظر إلى معادلة (16.12) :

$$\Delta TB6_t = \alpha_1 + \alpha_2 e_{t-1} + v_{1t}$$

$$(TB6_t - TB6_{t-1}) = \alpha_1 + \alpha_2[TB6_{t-1} - 0.6064 - 0.9584\ TB3_{t-1} + 0.0026(t-1) - 0.000004(t-1)^2 + v_{1t}$$

$$TB6_t = \alpha_1 + (\alpha_2 + 1)TB6_{t-1} - 0.6064\alpha_2 - 0.9584\alpha_2\ TB3_{t-1} + 0.0026\alpha_2(t-1) - 0.000004\alpha_2(t-1)^2 + v_{1t} \quad (16.15)$$

بتجميع الحدود ، يمكن ملاحظة أن معادلة(16.15) هي بالضبط الشكل المكافيء لمعادلة (16.9) . يمكن كتابة معادلة مشابهة لـ $TB3_t$.

يتمثل هدف هذا التمرين في إظهار أننا نقوم في الواقع بتقدير نموذج VAR ، لكننا نأخذ في الحسبان بشكل صريح آلية تصحيح الخطأ باتباع نظرية تمثيل جرانجر Granger ، وإن كان ذلك في سياق سلسلة زمنية متعددة المتغيرات .

التنبؤ باستخدام VAR

الاهتمام الأساسي في نماذج السلاسل الزمنية هو التنبؤ . أظهرنا في وقت سابق كيف يمكن استخدام نماذج ARIMA للتنبؤ . ننظر الآن في VAR للغرض نفسه . ولكن بخلاف ARIMA ، التي تعاملت مع سلسلة زمنية ذات متغير وحيد ، نتعامل الآن مع سلسلتين زمنيتين أو أكثر في نفس الوقت .

نستمر في سلسلتنا الزمنية TB3 و TB6 لإظهار كيفية إجراء التنبؤات الخاصة بـ

VAR . للتبسيط ، ومع تغيير طفيف في الرموز ، فإننا ندرس نموذج VAR (1) ، وهو :

$$TB3_t = A_1 + A_2TB3_{t-1} + A_3TB6_{t-1} + A_4t + u_t \quad (16.16)$$

$$TB6_t = B_1 + B_2TB3_{t-1} + B_3TB6_{t-1} + B_4t + u_{2t} \quad (16.17)$$

حيث t هو متغير الاتجاه .[1]

بتقدير VAR ذو المتغيرين ، فإننا نرمز إلى القيم المقدرة للمعاملات بالرمز as و bs . لقد حصلنا على هذه التقديرات باستخدام بيانات العينة من الفترة الزمنية 1 إلى نهاية الفترة الزمنية(t) . لنفترض الآن أننا نرغب في التنبؤ بقيم TB3 و TB6بعد فترة العينة $[t+1, t+2, \ldots, (t+n)]$ ، حيث يتم تحديد n .

ويمكننا المتابعة كالتالي ، باستخدام TB3 يتم الحصول على تنبوات الزمن $(t+1)$ عن طريق :

$$TB3_{t+1} = A_1 + A_2TB3_t + A_3TB6_t + A_4(t+1) + u_{t+1} \quad (16.18)$$

بما أننا لا نعرف قيمة حد الخطأ في الفترة $(t+1)$ ، نضعه مساويًا لصفر لأن u عشوائيًا على أية حال . لا نعرف قيم المعلمات أيضًا ، ولكن يمكننا استخدام القيم المقدرة لهذه المعلمات من بيانات العينة . لذلك نحن في الواقع نقدر

$$T\hat{B}3_{t+1} = a_1 + a_2TB3_t + a_3TB6_t + a_4(t+1) \quad (16.19)$$

وهكذا ، للتنبؤ بقيم TB3 في الفترة $t+1$ ، نستخدم القيم الفعلية TB3 و TB6 في الفترة t ، وهي المشاهدة الأخيرة في العينة .لاحظ أن ، كالمعتاد ، تمثل العلامة هات (^) على الرمز قيمة مقدرة .

نتبع نفس الإجراء للتنبؤ بقيم TB6 في الفترة (t+1) ، وهي

$$T\hat{B}6_{t+1} = b_1 + b_2TB3_t + b_3TB6_t + b_4(t+1) \quad (16.20)$$

للتنبؤ بقيم TB3 للفترة t+2 ، نتبع نفس الإجراء ، ولكن نعدله كما يلي :

$$T\hat{B}3_{t+2} = a_1 + a_2T\hat{B}3_{t+1} + a_3T\hat{B}6_{t+1} + a_4(t+2) \quad (16.21)$$

(1) إذا لزم الأمر ، يمكننا أيضا إضافة الاتجاه التربيعي ، t^2 . ولكن من أجل بساطة المناقشة أغفلنا هذا الحد .

لاحظ بتأن أننا نستخدم في هذه المعادلة قيم التنبؤ TB3 و TB6 من الفترة السابقة وليس القيم الفعلية لأننا لا نعرفها .

كما يمكنك أن تدرك ، هذا الإجراء ينتج تنبوات ديناميكية . لاحظ أيضًا أنه في حالة حدوث خطأ في التوقعات في الفترة الأولى ، فسيتم ترحيل هذا الخطأ لأننا ، بعد الفترة الأولى للتوقعات ، نستخدم قيمة التنبؤ في الفترة السابقة كمدخل على الجانب الأيمن من المعادلة السابقة .

بالطبع ، هذه الطريقة للتنبؤ يدويا تكون مجهدة للغاية . لكن الحزم مثل *Stata* تستطيع القيام بذلك بسهولة ، باستخدام الأمر **fcast** . لتوفير مساحة ، لن نقدم النتائج لمثالنا . وتجدر الإشارة إلى أن الأمر fcast سيحسب أيضًا فترات الثقة لقيم التنبوات .

16.5 اختبار السببية باستخدام VAR: اختبار Granger للسببية

Testing causality using VAR: the Granger causality test

تم استخدام نموذج VAR لإلقاء الضوء على مفهوم السببية ، وهو سؤال فلسفي عميق مع جميع أنواع المسائل الخلافية . كما لاحظنا في مناقشتنا لتحليل الانحدار ، التمييز بين المتغير التابع Y ومتغير واحد أو أكثر X ، المتغيرات المستقلة ، لا يعني بالضرورة أن المتغيرات X «تسبب» Y . يجب تحديد علاقة السببية بينها-- إن وجدت-- خارجيا ، من خلال استرجاع بعض النظريات أو من خلال نوع من التجريب .[1]

ومع ذلك ، في الانحدارات التي تنطوي على بيانات سلسلة زمنية قد يكون الوضع مختلفا ، كما يقول أحد المؤلفين ،

. . . الزمن لا يرجع إلى الوراء . أي ، إذا حدث الحدث A قبل الحدث B ، فمن المحتمل أن A قد يسبب حدوث B . ومع ذلك ، فمن غير الممكن أن B يسبب A . بتعبير آخر ، يمكن أن تسبب الأحداث التي حدثت في الماضي في أحداث اليوم ، لكن لا يمكن أن تسبب الأحداث المستقبلية في أحداث اليوم .[2]

من المحتمل أن يكون هذا الاتجاه وراء اختبار ما يسمى اختبار Granger للسببية .

(1) يعتبر الاقتصاد التجريبي مجالًا متناميًا من الأبحاث . للحصول على نظرة عامة ، راجع :
James H. Stock and Mark W. Watson, *Introduction to Econometrics*, 2nd edn, Pearson/Addison Wesley, Boston, 2007, Chapter 13.
قريبا جدا سترى كتابا عن "Experimetrics"

(2) Gary Koop, *Analysis of Economic Data*, John Wiley & Sons, New York, 2000, p. 175.

اختبار جرانجر Granger للسببية

لشرح اختبار Granger للسببية ، سننظر في مثال دالة الاستهلاك الذي تمت مناقشته في القسم 16.1 من وجهة نظر Granger للسببية. السؤال الذي نطرحه الآن هو : ما هي العلاقة بين نصيب الفرد من الإنفاق الاستهلاكي الشخصي (PCE) ونصيب الفرد من الدخل الشخصي القابل للتصرف (PDI) ، وكلاهما معبر عنه بالقيمة الحقيقية (دولار عام 2005)؟

هل PDI → PCE أم PCE → PDI ،

حيث يشير السهم إلى اتجاه السببية؟ لأغراض تجريبية ، سوف نستخدم لوغاريتمات هذه المتغيرات لأنه يمكن تفسير معاملات الميل على أنها مرونة .

ينطوي اختبار Granger على تقدير أزواج الانحدارات التالية :

$$LPCE_t = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i LPCE_{t-i} + \sum_{j=1}^{m} \beta_j LPDI_{t-j} + \lambda_1 t + u_{1t} \quad (16.22)$$

$$LPDI_t = \sum_{i=1}^{m} \gamma_i LPDI_{t-i} + \sum_{j=1}^{m} \delta_j LPCE_{t-j} + \lambda_2 t + u_{2t} \quad (16.23)$$

حيث تشير L إلى اللوغاريتم و t هو متغير الزمن أو الاتجاه وحيث من المفترض أن حدود الخطأ u_{1t} و u_{2t} لا يوجد بينهما ارتباط .

لاحظ أن المعادلتين تمثلان قيمة VAR ذو متغيرين . تحتوي كل معادلة على متباطئات كلا المتغيرين في النظام . غالباً ما يكون عدد الحدود المتباطئة المدرجة في كل معادلة عملية تجربة وخطأ .

نميز الآن أربع حالات .

1 – تحدث العلاقة السببية أحادية الاتجاه من LPCE إلى LPDI (LPCE→LPDI) . إذا كان المقدار δ_j المقدر في معادلة (16.23) يختلف إحصائياً عن الصفر كمجموعة ومجموعة معاملات β_j المقدرة في معادلة (16.22) لا تختلف عن الصفر .

2 – يشار إلى السببية أحادية الاتجاه من LPDI إلى LPCE (LPDI →LPCE) إذا كانت مجموعة معاملات β_j في معادلة (16.22) تختلف إحصائياً عن الصفر ،

ولا تختلف مجموعة δ_j إحصائياً عن الصفر .

3 – يشار إلى العلاقة المنعكسة أو الثنائية عندما تكون مجموعات معاملات LPCE و LPDI مختلفة معنوياً عن الصفر في كلا الانحدارين .

4 – يشار إلى الاستقلال عندما تكون مجموعات معاملات LPCE و LPDI ليست ذات معنوية إحصائية في أي من الانحدارين .

لتنفيذ الاختبار ، ننظر في الانحدار (16.22) . نتقدم على النحو التالي :

1 – نجري انحدارا لـ LPCE الحالي على جميع حدود LPCE المتباطئة والمتغيرات الأخرى ، إن وجدت (مثل الاتجاه) ، ولكن لا ندرج حدود LPDI المتباطئة في هذا الانحدار . نطلق على هذا الانحدار "الانحدار المقيد **restricted regression**". [1] من هذا الانحدار نحصل على مجموع مربعات البواقي المقيد ، RSS_r .

2 – الآن نعيد تقدير معادلة (16.22) بما في ذلك حدود LPDI المتباطئة . هذا هو الانحدار غير المقيد **unrestricted regression** . من هذا الانحدار نحصل على مجموع مربعات البواقي غير المقيد ، RSS_{ur} .

3 – فرض العدم H0 هو : $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_m = 0$

أي أن حدود LPDI المتباطئة لا تنتمي إلى الانحدار .

4 – لاختبار فرض العدم ، نطبق اختبار F ، وهو

$$F = \frac{(RSS_r - RSS_{ur})/m}{RSS_{ur}/(n-k)} \quad (16.24)$$

التي لها m و $(n-k)$ من درجات الحرية ، حيث m هو عدد حدود LPDI المتباطئة ، k هي عدد المعلمات المقدرة في الانحدار غير المقيد ، و n هي حجم العينة .

5 – إذا تجاوزت القيمة F المحسوبة القيمة الحرجة F عند مستوى المعنوية المختار ، نرفض الفرض الصفري . في هذه الحالة ، تنتمي حدود LPDI المتباطئة إلى معادلة LPCE ، مما يعني أن LPD تسبب LPCE .

(1) تذكر من فصل 2 مناقشتنا حول الانحدار المقيد وغير المقيد واختبار F .

يمكن تكرار هذه الخطوات من أجل معادلة(16.23) لمعرفة ما إذا كانت LPCE تسبب LPDI .

قبل أن ننفذ اختبار Granger ، نحتاج إلى النظر في عدة عوامل :

1 . عدد الحدود المتباطئة التي سيتم إدخالها في اختبارات Granger للسببية هو سؤال عملي مهم ، لأن اتجاه السببية قد يعتمد بشكل كبير على عدد الحدود المتباطئة المدرجة في النموذج . سيكون علينا استخدام Akaike ، Schwarz أو معيار مماثل لتحديد طول المتباطئات . بعض التجارب والخطأ أمر لا مفر منه .

2 . لقد افترضنا أن حدود الخطأ التي تدخل في اختبار Granger غير مترابطة . إذا لم يكن الأمر كذلك ، فسنضطر إلى استخدام التحويل المناسب للخطأ كما تمت مناقشته في الفصل الخاص بالارتباط الذاتي .

3 . يجب أن نحذر من علاقة السببية «الزائفة» . عندما نقول أن LPCE يسبب LPDI (أو العكس) ، فمن الممكن أن يكون هناك متغير "متواري lurking" ، مثل معدل الفائدة ، الذي يسبب LPCE و LPDI . لذلك فإن السببية بين LPCE و LPDI قد تكون في الواقع بسبب المتغير المحذوف ، معدل الفائدة . وإحدى طرق اكتشاف ذلك هي اعتبار VAR ثلاثي المتغيرات ، ومعادلة واحدة لكل من المتغيرات الثلاثة .

4 . الافتراض الحرج الذي يستند إليه اختبار Granger للسببية هو أن المتغيرات قيد الدراسة ، مثل LPCE و LPDI ، تكون ساكنة . في حالتنا ، يمكن اثبات أن كل من LPCE و LPDI غير ساكنين بشكل فردي . لذا ، بالمعنى الدقيق للكلمة ، لا يمكننا استخدام اختبار Granger .

5 . ومع ذلك ، في حين أنها غير ساكنة بشكل فردي ، فمن الممكن أن تكون المتغيرات متكاملة . في هذه الحالة ، كما هو الحال في المتغيرات الأحادية غير الساكنة ، سيكون علينا استخدام آلية تصحيح الخطأ (ECM) . ويرجع ذلك إلى أنه في حالة إذا كانLPCE و LPDI متكاملين ، وباتباع Granger Representation Theorem ، يجب أن يتسبب LPCE في حدوث LPDI أو يتسبب LPDI في حدوث LPDE .[1]

(1) انظر:

See Gary Koop, *Analysis of Financial Data*, John Wiley & Sons, West Sussex, England 2006, Chapter 11.

لمعرفة ما إذا كان LPCE و LPDI متكاملين ، قدرنا الانحدار (المتكامل) لجدول [16.11] . يظهر هذا الانحدار أن مرونة PCE فيما يتعلق بـ PDI تكون حوالي 0.71 ، وهي معنوية إحصائيا . يشير معامل الاتجاه ، وهو أيضًا معنويا إحصائيا ، إلى أن معدل النمو في LPCE يساوي حوالي 0.76% سنويا .

عند اختبار بواقي هذا الانحدار لجذر الوحدة ، وجد أن البواقي ساكنة .[1] لذلك يمكننا أن نستنتج أن السلسلتين الزمنيتين ، على الرغم من أنهما غير ساكنتين كل على حدة ، إلا أن لهما تكامل مشترك . في ضوء هذه النتيجة ، يمكننا إجراء اختبار Granger للسببية ، ولكن يجب أن نستخدم آلية تصحيح الخطأ .

ويمكن القيام بذلك على النحو التالي :

$$\Delta LPCE_t = \alpha_1 + \alpha_2 \Delta LPCE_{t-1} + \cdots + \alpha_p \Delta LPCE_{t-p} + \beta_1 \Delta LPDI_{t-1} + \cdots + \beta_q \Delta LPDI_{t-q} + \lambda e_{t-1} + v_t \quad (16.25)$$

حيث Δ ، كالعادة ، هي عامل الفرق الأول وحيث e_{t-1} هو حد البواقي المتباطيء من الانحدار المتكامل المعطى في جدول [16.11] ، وهو لا شيء سوى حد تصحيح الخطأ (EC) .

كما هو واضح من معادلة(16.25) ، يوجد الآن مصدران للسببية لـ LPCE : (1) من خلال القيم المتباطئة لـ LPDI و / أو (2) من خلال القيمة المتباطئة للمتجه المتكامل (أي حد EC) . يهمل اختبار Granger القياسي المصدر الأخير للسببية .

لذلك ، يمكن رفض فرض العدم H0 :

$$\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_q = \lambda = 0$$

إذا كان أي من هذه المعاملات غير صفري أو إذا كانت $\lambda \neq 0$. وبعبارة أخرى ، حتى إذا كانت جميع معاملات β تساوي صفر ، ولكن معامل حد EC المتباطيء غير صفري ، يمكننا رفض الفرض القائل بأن LPDI لا يسبب LPCE هذا لأن حد EC يتضمن تأثير LPDI .

(1) هذا بدون أي قاطع أو اتجاه .

جدول [16.11] انحدار LPCE على LPDI والاتجاه

Dependent Variable: LPCE
Method: Least Squares
Date: 07/21/10 Time: 13:30
Sample: 1960 2004
Included observations: 45

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.589374	0.476107	5.438637	0.0000
LPDI	0.709795	0.050779	13.97807	0.0000
@TREND	0.007557	0.001156	6.537171	0.0000

R-squared	0.998228	Mean dependent var	9.762786
Adjusted R-squared	0.998143	S.D. dependent var	0.311154
S.E. of regression	0.013408	Akaike info criterion	-5.721653
Sum squared resid	0.007550	Schwarz criterion	-5.601209
Log likelihood	131.7372	Hannan-Quinn criter.	-5.676753
F-statistic	11827.74	Durbin-Watson stat	0.619973
Prob(F-statistic)	0.000000		

لاختبار فرض العدم بأن LPDIs المتباطأة لا تسبب LPCE ، فإننا نمضي كما يلي :

1 - نقدر معادلة (16.25) بواسطة OLS والحصول على مجموع مربعات البواقي من هذا الانحدار (RSS) ؛ نسميها RSSur غير المقيد ، لأننا أدرجنا جميع الحدود في الانحدار .

2 - نعيد تقدير معادلة (16.25) ، بإسقاط جميع حدود LPDI المتباطئة وحد EC ونحصل على RSS من هذا الانحدار المخفض ؛ نسميه RSS المقيد ، RSSr .

الآن نطبق اختبار F ، كما هو الحال في معادلة(16.24) ، ونرفض فرض العدم إذا تجاوزت القيمة F المحسوبة القيمة الحرجة F عند المستوى المختار للمعنوية .

لاحظ أن الفرق بين اختبار السببية لـ Granger القياسي واختبار السببية «الموسع» الذي يرجع إلى وجود حد EC في معادلة (16.25) .

السؤال العملي في تقدير المعادلة(16.25) هو عدد الحدود المتباطئة في هذه المعادلة . نظرًا لأن لدينا بيانات سنوية ، قررنا تضمين حدًا واحدًا متباطئا لكل متغير على الجانب الأيمن .[1] النتائج كما يلي :

(1) أدخل Wealso فترتين متباطأتين LPCE و LDPI ، ولكن النتائج الموضوعية لم تتغير .

لاحظ أن حد الخطأ المتباطيء ΔLPDI (-1) ليس معنويًا ، ولكن حد EC معنويًا للغاية . لقد قمنا بإعادة تقدير النموذج في جدول [16.12] ، حيث تم إسقاط الحدود LPDI و EC المتباطئة ، وعلى أساس اختبار F ، تبين أن كلا من حدود LPDI و EC المتباطئة تنتمي إلى النموذج . هذا يشير إلى أن LPCE يحدث إما بسبب الحد LPDI المتباطيء أو الحد EC المتباطيء أو كلاهما .

كررنا التمرين أعلاه مع LPDI كمتغير تابع (بمعنى معادلة(16.23)) لمعرفة ما إذا كان LPCE المتباطيء أو EC المتباطيء أو كلاهما تسبب في LPDI وكان الاستنتاج هو أنهما تسببا بالفعل في LPDI .

جدول [16.12] سببية Granger مع EC

Dependent Variable: D(LPCE)
Method: Least Squares
Date: 07/21/10 Time: 13:45
Sample (adjusted): 1962 2004
Included observations: 43 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.013772	0.004440	3.101368	0.0036
D(LPCE(-1))	0.579602	0.240720	2.407785	0.0209
D(LPDI(-1))	0.135031	0.241895	0.558220	0.5799
S2(-1)	0.511126	0.192531	2.654766	0.0114

R-squared	0.248628	Mean dependent var	0.025026
Adjusted R-squared	0.190830	S.D. dependent var	0.016628
S.E. of regression	0.014958	Akaike info criterion	-5.478748
Sum squared resid	0.008726	Schwarz criterion	-5.314915
Log likelihood	121.7931	Hannan-Quinn criter.	-5.418331
F-statistic	4.301676	Durbin-Watson stat	1.831083
Prob(F-statistic)	0.010274		

ما يدل عليه كل هذا هو أن هناك سببية من كلا الجانبين بين LPCE و LPDI على مستوى الاقتصاد الكلي ، لا ينبغي أن يكون هذا الاستنتاج مدهشًا ، لأن الدخل الإجمالي والاستهلاك الكلي يعتمدان على بعضهما بشكل متبادل .

16.6 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

كان الهدف الأساسي من هذا الفصل هو تعريف القارئ بأربعة موضوعات مهمة في سلسلة الاقتصاد القياسي ، وهي (1) التنبؤ باستخدام نماذج الانحدار الخطي ، (2) التنبؤ بسلسلة زمنية أحادية المتغير مع منهجية Box – Jenkins ، (3) تنبؤ السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات باستخدام الانحدار الذاتي للمتجه ، و (4) طبيعة السببية في الاقتصاد القياسي .

تم استخدام نماذج الانحدار الخطي لفترة طويلة في التنبؤ بالمبيعات والإنتاج والعمالة وأرباح الشركات ومجموعة من الموضوعات الاقتصادية الأخرى . في مناقشة التنبؤ مع الانحدار الخطي ، ميزنا بين التنبؤات بنقطة وبفترة ، والتنبؤات اللاحقة والتنبؤات المسبقة ، والتنبؤات المشروطة وغير المشروطة . أوضحنا هذا بمثال يتعلق بنفقات الاستهلاك الحقيقي للفرد الواحد فيما يتعلق بالدخل الحقيقي الفردي القابل للتصرف في الولايات المتحدة الأمريكية للفترة 1960–2004 وحفظ المشاهدات من عام 2005 إلى عام 2008 لنرى كيف يؤدي النموذج الموفق في مرحلة ما بعد التقدير . ناقشنا باختصار التوقع مع الأخطاء ذات الارتباط الذاتي .

ثم ناقشنا طريقة ARIMA للتنبؤ ، والتي تعرف عموما باسم منهجية Box – Jenkins (BJ) . في طريقة BJ للتنبؤ ، نقوم بتحليل سلسلة زمنية بدقة على أساس تاريخها السابق أو على أساس المتوسط المتحرك البحت لحد الخطأ العشوائي أو كلاهما . إن الاسم ARMA عبارة عن توليفة من مصطلحات AR (الانحدار الذاتي autoregressive) و MA (المتوسط المتحرك moving average) . من المفترض أن السلسلة الزمنية قيد الدراسة تكون مستقرة . إذا لم تكن مستقرة ، فإننا نجعلها مستقرة من خلال أخذ الفرق لها مرة أو عدة مرات .

إن نمذجة ARIMA هي إجراء من أربع خطوات : (1) التعريف ، (2) التقدير ، (3) الفحص التشخيصي و (4) التنبؤ . عند تطوير نموذج ARIMA ، يمكننا النظر إلى سمات بعض نماذج ARIMA القياسية ومحاولة تعديلها في حالة معينة . بمجرد تحديد نموذج ، يتم تقديره . لمعرفة ما إذا كان النموذج الموفق مرضيًا ، نخضعه لاختبارات تشخيصية مختلفة . المفتاح هنا هو معرفة ما إذا كانت بواقي النموذج المختار عبارة عن عشوائية بحتة white noise . إذا لم يكن الأمر كذلك ، فسنبدأ الإجراء المكون من أربع خطوات مرة أخرى . وبالتالي فإن منهجية BJ هي إجراء تكراري .

بمجرد اختيار نموذج ARIMA أخيرًا ، يمكن استخدامه للتنبؤ بالقيم المستقبلية للمتغير المعني . يمكن أن يكون هذا التنبؤ ساكنًا وديناميكيًا .

للتعامل مع التنبؤ بسلسلتين زمنيتين أو أكثر ، نحتاج إلى تجاوز منهجية BJ . يتم استخدام نماذج الانحدار الذاتي للمتجه(VAR) لهذا الغرض . في VAR لدينا معادلة واحدة لكل متغير وكل معادلة تحتوي فقط على القيم المتباطئة لهذا المتغير والقيم المتباطئة لجميع المتغيرات الأخرى في النظام .

كما في حالة السلسلة الزمنية ذات المتغير الواحد ، تتطلب VAR أيضًا أن تكون السلسلة الزمنية مستقرة . إذا كان كل متغير في VAR مستقرًا بالفعل ، يمكن تقدير كل معادلة فيه بواسطة OLS . إذا لم يكن كل متغير مستقرًا ، فيمكن تقدير VAR فقط بعد أخذ أول فرق في السلسلة ؛ نادرًا ما نحتاج إلى أخذ فرق للسلسلة الزمنية أكثر من مرة . ومع ذلك ، إذا كانت المتغيرات الفردية في VAR غير مستقرة ، ولكنها متكاملة ، فيمكننا تقدير VAR من خلال مراعاة حد تصحيح الخطأ ، الذي يتم الحصول عليه من الانحدار المتكامل . هذا يؤدي إلى نموذج تصحيح الخطأ للمتجه (VECM) .

يمكننا استخدام نموذج VAR المقدر للتنبؤ . في مثل هذه التنبؤات ، لا نستخدم فقط المعلومات حول المتغير قيد الدراسة ولكن أيضًا جميع المتغيرات في النظام . الميكانيكا الفعلية تكون مجهدة ، ولكن حزم البرامج الآن تفعل هذا بشكل روتيني .

ويمكن أيضا أن تستخدم صيغ VAR لتسليط الضوء على السببية بين المتغيرات . إن الفكرة الأساسية وراء اختبار السببية في VAR هي أن الماضي يمكن أن يسبب الحاضر والمستقبل ، ولكن ليس العكس . تستخدم علاقة السببية لـ Granger هذا المفهوم . في مثال PCE وPDI ، إذا كانت القيم المتباطئة لـPDI تتنبأ بشكل أفضل بالقيم الحالية لـ PCE من القيم ال المتباطئة لـ PCE بمفردها ، فقد ندعي أن PDI (Granger) تسبب PCE . وبالمثل ، إذا كانت القيم المتباطئة لـ PCE تتنبأ بشكل أفضل بالقيم الحالية لـ PDI من القيم المتباطئة لـ PDI فقط ، فقد نقول أن PCE (Granger) تسبب PDI . هذه هي حالات السببية من جانب واحد . ولكن من الممكن أن يكون هناك علاقة سببية ثنائية بين الاثنين في أن PCE يسبب PDI و PDI يسبب PCE .

عند بناء السببية ، يجب أن نتأكد من أن المتغيرات الأساسية ساكنة . إذا لم تكن كذلك ، يتعين علينا أن نأخذ الفروق للمتغيرات ونقوم بإجراء اختبار السببية على المتغيرات التي تم أخذ الفروق لها . ومع ذلك ، إذا كانت المتغيرات غير ساكنة ، ولكنها متكاملة ، نحتاج إلى استخدام حد تصحيح الخطأ لحساب السببية ، إن وجدت .

تطبيقات Exercise

16.1 قدر الانحدار (16.1) باستخدام لوغاريتمات المتغيرات وقارن النتائج مع تلك التي تم الحصول عليها في جدول [16.2] . كيف تقرر ما هو النموذج الأفضل؟

16.2 يرجى الرجوع إلى نموذج ARIMA لسعر أسهم IBM الذي تم مناقشته في النص . باستخدام البيانات المقدمة ، حاول التوصل إلى نموذج بديل وقارن نتائجك مع تلك الواردة في النص . ما هو النموذج الذي تفضله ولماذا؟

16.3 كرر النموذج المستخدم في التمرين السابق باستخدام بيانات أحدث وعلق على النتائج .

16.4 لنفترض أنك تريد التنبؤ بمستوى التوظيف على المستوى الوطني . اجمع بيانات العمالة الربع سنوية وطور نموذج التنبؤ المناسب باستخدام منهجية ARIMA . لكي نأخذ في الاعتبار التنوع الموسمي ، يتم غالباً عرض بيانات التوظيف في شكل معدل موسمياً . عند تطوير النموذج الخاص بك ، تحقق مما إذا كان يحدث فرقًا جوهريًا إذا كنت تستخدم تعديلًا موسميًا مقابل البيانات الخام .

16.5 قم بتطوير نموذج ARIMA مناسب للتنبؤ بمعدلات مشاركة القوى العاملة للإناث والذكور بشكل منفصل . ما الاعتبارات التي تأخذها بعين الاعتبار عند تطوير هذا النموذج؟ اعرض الحسابات اللازمة واشرح التشخيصات المختلفة التي تستخدمها في تحليلك .

16.6 اجمع بيانات عن بدء السكن وضع نموذج ARIMA مناسب للتنبؤ ببدء السكن . اشرح الإجراءات خطوة بخطوة .

16.7 راجع مثال أذون الخزانة لمدة 3 أشهر و 6 أشهر في النص . افترض أنك تريد أيضا أن تقوم بإدراج معدل التمويل الفيدرالي (FFR) في النموذج . احصل على البيانات على FFR لفترة زمنية قابلة للمقارنة وقدر نموذج VAR للمتغيرات الثلاثة .

يمكنك الحصول على البيانات من بنك الاحتياطي الفيدرالي في سانت لويس .

(أ) ما هو عدد العلاقات المتكاملة التي تتوقع أن تجدها بين المتغيرات الثلاثة؟[1] وضح الحسابات الضرورية .

(ب) افترض أنك عثرت على علاقتين متكاملتين ، كيف تفسرهما؟

(ج) هل يجب عليك إدراج حد تصحيح خطأ واحد أو اثنين في تقدير VAR؟

(د) ما هي طبيعة السببية بين المتغيرات الثلاثة؟ وضح العمليات الحسابية اللازمة .

---

(1) قم بمراجعة الكتيبات الخاصة بـ Stata أو Eviews للتعرف على طريقة Johansen لتقدير عدد المتجهات التكاملية في سلاسل زمنية متعددة المتغيرات .

الملحق Appendix

مقاييس دقة التنبؤ[1]
Measures of forecast accuracy

تستند مقاييس دقة التنبؤ إلى أخطاء التنبؤات . بعض من المقاييس المستخدمة عادة تكون على النحو التالي :

بوضع Y_t = قيمة متغير التنبؤ Y في الزمن t

$Y_{t+h,t}$ = القيمة المتنبأ بها للمتغير Y لفترات h مقبلة ، والتنبؤات يتم إجراؤها في الزمن t

Y_{t+h} = القيمة الفعلية لـ Y في الزمن $(t + h)$

$e_{t+h,t}$ = خطأ التنبؤ

$$p_{t+h,t} = \frac{Y_{t+h}-Y_{t+h,t}}{Y_{t+h}}$$ النسبة المئوية لخطأ التنبؤ

ثم تكون المقاييس المختلفة لدقة التنبؤ كما يلي :

$$Mean\ Error\,(ME) = \frac{1}{T}\sum_{1}^{T} e_{t+h,t} \qquad (1)$$

وهو متوسط الخطأ الذي حدث في التنبؤ بـ Y خلال فترة التنبؤ ، من 1 إلى T . كلما قلت قيمة ME ، كلما كانت دقة التنبؤ أفضل .

$$\text{Error Variance (EV)} = \frac{\sum_{1}^{T}(e_{t+h,t}-ME)^2}{T} \qquad (2)$$

الذي يقيس تشتت أخطاء التنبؤ . وكلما انخفضت قيمة EV ، كلما كانت دقة التنبؤ أفضل .

ولا توفر أي من ME أو EV مقياسًا دقيقًا للتنبؤ على المستوى الاجمالي ، ولكن المقاييس التالية تفعل هذا :

(1) لمزيد من التفاصيل . انظر: Francis X. Diebold, *op cit.*, pp. 260–3

متوسط مربعات الخطأ

$$Mean\ Squared\ Error\ (MSE) = \frac{1}{T}\sum_{1}^{T} e_{t+h,t}^2 \qquad (3)$$

متوسط مربعات نسبة الخطأ

$$Mean\ Squared\ Percent\ Error\ (MSPE) = \frac{1}{T}\sum_{1}^{T} p_{t+h,t}^2 \quad (4)$$

جذر متوسط مربعات الخطأ

$$Root\ Mean\ Square\ Error\ (RMSE) = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{1}^{T} e_{t+h,t}^2} \qquad (5)$$

جذر متوسط مربعات نسبة الخطأ

$$Root\ Mean\ Square\ Percent\ Error = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{1}^{T} p_{t+h,t}^2} \qquad (6)$$

متوسط الخطأ المطلق

$$Mean\ Absolute\ Error = \frac{1}{T}\sum_{1}^{T} |e_{t+h,t}^2| \qquad (7)$$

متوسط نسبة الخطأ المطلق

$$Mean\ Absolute\ Percent\ Error = \frac{1}{T}\sum_{1}^{T} |p_{t+h,t}^2| \qquad (8)$$

ملاحظة : المقاييس (5) و (6) تحافظ على وحدات قياس المتغيرات . إذا تم قياس أخطاء التنبؤ بالدولار ، فسيتم قياس MSE ، على سبيل المثال ، بالدولارات المربعة ، ولكن سيتم قياس RMSE بالدولار .

$$Theil's\ U\text{-}Statistic = \frac{\sum_{t=1}^{t=T}(Y_{t+1}-Y_{t+1,t})^2}{\sum_{t=1}^{t=T}(Y_{t+1}-Y_t)^2} \qquad (9)$$

هي نسبة MSE بعبد فترة واحدة والتي يتم الحصول عليها من طريقة التنبؤ مقارنة

مع MSE من تنبؤ نموذج السير العشوائي حيث يكون $Y_{t+1} = Y_t$.

Theil Inequality Coefficient =

$$\frac{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h}(\hat{Y}_t - Y_t)^2/h}}{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h}\hat{Y}_t^2/h} + \sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h}Y_t^2/h}}$$

هذا المعامل يكمن بين 0 و 1 ، ويدل 0 على التوفيق التام للنموذج .

الفصل السابع عشر

17 نماذج الانحدار لبيانات البانل
Panel data regression models

استخدمت نماذج الانحدار التي تمت مناقشتها في الستة عشرة فصلا السابقة في المقام الأول إما بيانات مقطعية أو سلسلة زمنية . كل من هذه الأنواع من البيانات لديها سمات فريدة من نوعها . في هذا الفصل ، نناقش نماذج الانحدار لبيانات البانل – أي النماذج التي تدرس نفس مجموعة الكيانات (الأفراد ، الشركات ، الولايات ، البلدان ، وما شابه) عبر الزمن .[1]

بعض الأمثلة المعروفة لمجموعات بيانات البانل هي :

1 – **دراسة البانل لديناميكيات الدخل (PSID)** : يتم إجراء هذا بواسطة معهد البحوث الاجتماعية في جامعة ميتشيجان . بدأ المعهد في عام 1968 ، ويقوم كل عام بجمع البيانات عن حوالي 500 عائلة حول مختلف المتغيرات الاجتماعية والاقتصادية والديموغرافية .

2 – **مسح الدخل والمشاركة في البرنامج (SIPP)** : يتم إجراء هذا المسح من قبل مكتب التعداد في وزارة التجارة الأمريكية . تتم مقابلة المستطلعين أربع مرات في السنة وسؤالهم عن ظروفهم الاقتصادية .

3 – **البانل الاجتماعي الاقتصادي الألماني (GESOEP)** : قام بدراسة 1,761 فردًا كل عام بين عامي 1984 و 2002 . وقام بجمع معلومات عن كل فرد عن سنة الميلاد والجنس والرضا عن الحياة والحالة الزواجية وإيرادات العمل وساعات العمل السنوية .

4 – **المسح الوطني الطولي للشباب (NLSY)** : الذي أجرته وزارة العمل الأمريكية ، هو مجموعة من الدراسات الاستقصائية المصممة لجمع المعلومات في نقاط

(1) لمزيد من التفاصيل والأمثلة على نماذج الانحدار لبيانات البانل ، انظر :
Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapter 16.

متعددة في الزمن عن نشاطات سوق العمل وغيرها من أحداث الحياة الهامة لعدة مجموعات من الرجال و النساء .

هناك العديد من هذه الاستطلاعات التي تجريها الحكومات والوكالات الخاصة في العديد من البلدان .

17.1 أهمية بيانات البانل The importance of panel data

عند مناقشة مزايا بيانات البانل التي تميزها عن البيانات المقطعية الخالصة أو بيانات سلسلة زمنية نقية ، يسرد Baltagi العوامل التالية :[1]

1 – بما أن بيانات البانل تتعامل مع الأفراد والشركات والولايات والدول ومثل هذا عبر الزمن ، فمن المحتم أن يكون هناك عدم تجانس في هذه الوحدات ، والتي قد تكون غير قابلة للرصد في كثير من الأحيان . يمكن لتقنيات تقدير بيانات البانل أن تأخذ عدم التجانس هذا صراحة في الاعتبار من خلال السماح لمتغيرات محددة حسب وحدة المعاينة ، كما سنعرض بعد قليل . سنستخدم مصطلح «وحدة المعاينة أو المستجوب **subject**" بشكل عام ليشمل الوحدات الصغيرة لمثل هؤلاء الأفراد ، الشركات أو الدول .

2 – من خلال الجمع بين سلسلة زمنية للمشاهدات المقطعية ، تعطي بيانات البانل «بيانات أكثر إفادة وأكثر تنوعًا وأقل تداخلاً بين المتغيرات ودرجات أكثر من الحرية والمزيد من الكفاءة» .

3 – من خلال دراسة المشاهدات المقطعية المتكررة ، تكون بيانات البانل مناسبة بشكل أفضل لدراسة ديناميكيات التغير . نوبات البطالة ودوران الوظائف ومدة البطالة ، وحركة اليد العاملة يتم دراستها بشكل أفضل مع بيانات البانل .

4 – يمكن لبيانات البانل اكتشاف وقياس التأثيرات بشكل أفضل والتي لا يمكن ملاحظتها في بيانات مقطعية أو سلسلة زمنية خالصة . وبالتالي يمكن دراسة آثار قوانين الحد الأدنى للأجور على العمالة والأرباح بشكل أفضل إذا تتبعنا موجات متتالية من الزيادات في الحد الأدنى للأجور الفيدرالية و/ أو الحكومية .

5 – يمكن دراسة الظواهر مثل وفورات الحجم والتغير التكنولوجي بشكل أفضل من

(1) Badi H. Baltagi, *Econometric Analysis of Panel Data*, John Wiley & Sons, New York, 1995, pp. 3–6.

خلال بيانات البانل مقارنة ببيانات سلسلة زمنية بحتة أو بيانات مقطعية بحتة .

17.2 مثال توضيحي: العطاء الخيري

يقدم جدول **[17.1]** (المتاح على الموقع الإلكتروني المرفق) بيانات حول العطاء الخيري لعدد 47 من الأفراد خلال الفترة 1979–1988 .[1] يتم تعريف المتغيرات على النحو التالي :

Charity : مجموع النقدية والمساهمات بممتلكات أخرى ، باستثناء المبالغ التي تم ترحيلها من السنوات السابقة

Income : الدخل الإجمالي المعدل

Price : واحد ناقص معدل ضريبة الدخل الحدية ؛ يتم تعريف معدل الضريبة الحدية على الدخل قبل المساهمات

Age : متغير وهمي يساوي 1 إذا كان دافع الضرائب أكبر من 64 ، و0 خلاف ذلك

MS : متغير وهمي يساوي 1 إذا كان دافع الضرائب متزوجًا ، 0 خلاف ذلك

DEPS : عدد المعالين المطالب بهم في الإقرار الضريبي

تم الحصول على هذه البيانات من احصاءات الدخل (SOI) للفترة 1979–1988 بيانات البانل لضريبة الأرباح للأفراد .

إن أحد أهداف هذه الدراسة هو معرفة أثر معدل الضرائب الحدية على العطاء الخيري ، إن وجد .

قبل أن ننتقل إلى التحليل ، يمكن الإشارة إلى أن بيانات البانل في هذا المثال تسمى بانل متوازنة لأن عدد المشاهدات الزمنية (10) هو نفسه لكل فرد . إذا لم يكن الأمر كذلك ، فسيكون مثالاً على بانل غير متوازنة . البيانات هنا تسمى أيضًا بانل قصيرة . في البانل القصيرة يكون عدد الوحدات المقطعية أو الفردية N (هنا 47) أكبر من عدد الفترات الزمنية T (هنا 10) . في البانل الطويلة ، من ناحية أخرى ، يكون T أكبر من N .

(1) تم الحصول على هذه البيانات من :
Edward W. Frees, *Longitudinal and Panel Data Analysis and Applications in the Social Sciences*, Cambridge University Press, New York, 2004.

لنفترض أننا نريد تقدير نموذج للتبرعات الخيرية فيما يتعلق بالمتغيرات المذكورة أعلاه . نسميها دالة العمل الخيري . كيف يمكننا البدء؟ لدينا خمسة خيارات :

1 . **دوال السلاسل الزمنية الفردية للعمل الخيري** : يمكننا باستخدام OLS تقدير دوال العمل الخيري لعدد 47 سلسلة زمنية ، واحدة لكل فرد باستخدام البيانات لمدة 10 سنوات . على الرغم من أننا من حيث المبدأ نستطيع تقدير هذه الدوال ، إلا أنه سيكون لدينا درجات قليلة جدًا من الحرية للقيام بتحليل إحصائي ذي معنى . هذا لأننا يجب أن نقدر ستة معاملات إجمالا ، خمسة للمتغيرات الخمسة التفسيرية وواحد للقاطع . بجانب هذا ، تتجاهل الدوال الفردية للعمل الخيري المعلومات حول المساهمات الخيرية للأفراد الآخرين لأنهم يعملون جميعا في نفس البيئة التنظيمية .

2 . **دوال العمل الخيري المقطعية** : يمكننا باستخدام OLS تقدير عدد 10 من دوال العمل الخيري المقطعية ، واحدة لكل سنة . سيكون هناك 47 مشاهدة في السنة لتقدير هذه الدوال . ولكن مرة أخرى ، نحن نهمل الجانب الديناميكي من العطاء الخيري ، لأن المساهمات الخيرية التي يقدمها الأفراد على مر السنين ستعتمد على عوامل مثل الدخل والحالة الاجتماعية .

3 . **دالة OLS المجمعة للعمل الخيري** : يمكننا تجميع جميع المشاهدات البالغ عددها 470 (47 × 10) وتقدير دالة للعمل الخيري «كبرى» ، وإهمال الطبيعة المزدوجة لبيانات السلسلة الزمنية والبيانات المقطعية . لن نتجاهل ذلك فقط إذا كنا سنقوم بتشغيل نموذج مجمع ، ولكن مثل هذا التجميع يفترض أن معاملات دالة العمل الخيري تظل ثابتة عبر الزمن وعبر القطاعات المتداخلة . يُعرف أيضًا تقدير OLS المجمع باسم نموذج المعامل الثابت ، لأننا نفترض أن المعاملات عبر الزمن وعبر القطاعات المتداخلة تظل هي نفسها .

4 . **نموذج المربعات الصغرى ذات التأثيرات الثابتة للمُتغيرات الوهمية (LSDV)** : كما هو الحال في الخيار 3 ، نجمع 470 مشاهدة ، ولكن نسمح لكل فرد أن يكون له قاطع فردي وهمي . الاختلاف هنا هو المقدر الداخلي ، الذي سنشرحه في وقت قصير .[1]

(1) التغير الآخر هو الفرق الأول ، والذي لن نناقشه هنا لأنه يحتوي على مشاكل تقدير إذا كان لدينا أكثر من فترتين زمنيتين . للاطلاع على مناقشة موجزة حول هذه الطريقة ، راجع :
Gujarati/Porter, *op cit.*, pp. 601–2.

5 . **نموذج التأثير العشوائي** : بدلاً من السماح لكل فرد أن يكون له قيمة القاطع الخاصة به (ثابت) كما هو الحال في LSDV ، نفترض أن قيم القاطع للأفراد 47 هي مسحوبات عشوائية من مجموعة أكبر من مجتمع الأفراد . كما هو واقع الأمر ، فإن بانل SOI هي مجموعة فرعية من IRS لملف نموذج الضريبة الفردية .

نناقش الآن الخيارات 3 و4 و 5 بالتتابع .

17.3 انحدار OLS المجمع لدالة العمل الخيري

Pooled OLS regression of charity function

اعتبر دالة العمل الخيري التالية :

$$C_{it} = B_{1i} + B_2 Age_{it} + B_3 Income_{it} + B_4 Price_{it}$$
$$+ B_5 Deps_{it} + B_6 MS_{it} + u_{it} \qquad (17.1)$$
$$i = 1,2,\ldots,47 \quad ; t = 1,2,\ldots,10$$

حيث C هي المساهمة الخيرية . لاحظ أننا وضعنا دليلين سفليين على المتغيرات : i تمثل وحدة المقطع العرضي ، وt الزمن . من المفترض أن تكون المتغيرات المستقلة غير عشوائية ، أو إذا كانت عشوائية ، فإنها تكون غير مرتبطة بحد الخطأ .

ومن المفترض أيضًا أن حد الخطأ يفي بالافتراضات الكلاسيكية المعتادة .

بداية ، نتوقع أن يكون للعمر والدخل والسعر والحالة الاجتماعية تأثير طردي على العطاء الخيري وعدد المعالين ليكون لها تأثير عكسي . إن متغير السعر ، كما تم تعريفه ، مدرج في النموذج على أنه يمثل تكلفة الفرصة البديلة للمساهمات الخيرية – كلما زادت الضرائب الحدية ، انخفضت تكلفة الفرصة البديلة .

باستخدام *Eviews 6* ، حصلنا على نتائج جدول [17.2] .

جدول [17.2] تقدير OLS لدالة العمل الخيري

Dependent Variable: CHARITY
Method: Least Squares
Sample: 1 470
Included observations: 470

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−4.674219	1.298134	−3.600722	0.0004
AGE	1.547275	0.216955	7.131788	0.0000
INCOME	1.035779	0.128944	8.032766	0.0000
PRICE	0.483092	0.207703	2.325875	0.0205
DEPS	0.175368	0.042642	4.112556	0.0000
MS	−0.008036	0.184849	−0.043476	0.9653

R-squared	0.224488	Mean dependent var	6.577150
Adjusted R-squared	0.216131	S.D. dependent var	1.313659
S.E. of regression	1.163067	Akaike info criterion	3.152681
Sum squared resid	627.6639	Schwarz criterion	3.205695
Log likelihood	−734.8801	Durbin–Watson stat	0.701077
F-statistic	26.86280	Prob(F-statistic)	0.000000

إذا افترضنا أن تجميع البيانات صحيح (افتراض كبير) ، فإن النتائج تظهر أن العمر والدخل والسعر لهما تأثير طردي معنوي على التبرع الخيري ، وأن MS له تأثير عكسي ولكنه غير معنوي إحصائيا على المساهمات الخيرية . من المثير للدهشة أن DEPS لها تأثير طردي ومعنوي على العطاء الخيري . من المحتمل أن يكون قيمة إحصاء Durbin–Watson المنخفضة في الحالة الحالية يدل أكثر على خطأ في التوصيف من الارتباط المكاني أو التسلسلي .[1]

إن إمكانية وجود نموذج به خطأ توصيف ينبع من حقيقة أنه من خلال الجمع بين مختلف الأفراد في أوقات مختلفة ، فإننا قد أخفينا عدم التجانس (الخصائص الفردية أو الفريدة) التي قد تكون موجودة بين 47 شخصا . ربما يكمن تفرد كل فرد في حد الخطأ المركب ، u_{it} . كنتيجة لذلك ، فمن المحتمل تماما أن يرتبط حد الخطأ مع بعض المتغيرات المستقلة المدرجة في النموذج . إذا كانت هذه هي الحالة بالفعل ، فقد تكون المعاملات المقدرة في جدول [17.2] متحيزة بالإضافة إلى عدم الاتساق .

(1) تحسب Eviews إحصاء Durbin-Watson من خلال حساب الارتباط التسلسلي من الرتبة الأولى على مجموعة البواقي المصطفة .

17.4 نموذج المربعات الصغرى ذات التأثيرات الثابتة للمتغيرات الوهمية (LSDV)

The fixed effects least squares dummy variable (LSDV) model

أحد الطرق التي تمكننا أن نأخذ فيها بعين الاعتبار عدم التجانس الذي قد يوجد بين 47 شخصًا هو السماح لكل فرد أن يكون لديه القاطع (الثابت) الخاص ، كما هو الحال في المعادلة التالية :

$$C_{it} = B_{1i} + B_2 Age_{it} + B_3 Income_{it} + B_4 Price_{it} + B_5 Deps_{it} + B_6 MS_{it} + u_{it} \quad (17.2)$$

$$i = 1,2,\ldots,47\ ;\ t = 1,2,\ldots,10$$

لاحظ أننا أضفنا الدليل السفلي i إلى القاطع للإشارة إلى أن القاطع لـ 47 شخصًا قد يكون مختلفًا . قد يرجع الاختلاف للسمات الخاصة بكل فرد ، مثل التعليم أو الدين .

تُعرف المعادلة (17.2) بنموذج الانحدار ذو التأثيرات الثابتة **fixed effects regression model (FEM)** . ويرجع مصطلح «التأثيرات الثابتة» إلى حقيقة أن القاطع الخاص بمعادلة كل دافع ضرائب ، على الرغم من اختلافه عن قواطع دافعي الضرائب الآخرين ، لا يتغير بمرور الزمن ، أي أنه لا يتغير عبر الزمن . إذا كنا سنكتب القاطع على أنه B_{1it} ، فسوف يكون قاطع كل دافع ضرائب متغيرًا مع الزمن . ولكن لاحظ أنه في معادلة (17.2) نفترض أن معاملات الميل ثابتة عبر الزمن .

ولكن كيف نجعل معادلة(17.2) قابلة للتنفيذ؟ يمكن القيام بذلك بسهولة عن طريق إدخال قواطع تمييزية وهمية ، والتي ناقشناها لأول مرة في فصل 3 عن المتغيرات الوهمية . على وجه التحديد ، نقوم بتعديل معادلة(17.1) على النحو التالي :

$$C_{it} = B_1 + B_2 D_{2i} + B_3 D_{3i} + \cdots + B_{46} D_{46i} + B_{47} Age_{it} + B_{48} Income_{it} + B_{49} Price_{it} + B_{50} Deps_{it} + B_{51} MS_{it} + u_{it} \quad (17.3)$$

حيث $D_{2i}=1$ للفرد 2 ، و0 خلاف ذلك ؛ $D_{3i}=1$ للفرد 3 ، و0 خلاف ذلك ؛ وهكذا .

من المهم ملاحظة أننا استخدمنا 46 متغيرا وهميا فقط لتمثيل 47 شخصًا لتجنب الوقوع في مصيدة المتغيرات الوهمية (علاقة ارتباط خطي تام) . في هذه الحالة ، سيمثل 46 متغيرًا وهميا معاملات القواطع التمييزية الوهمية – أي ، مدى اختلاف معامل القاطع للفرد الذي يتم تعيين متغير وهميًا له عن الفئة المرجعية . سنتعامل مع الفرد الأول كمعيار

المقارنة أو الفئة المرجعية ، على الرغم من أنه يمكن اختيار أي فرد لهذا الغرض .

أول شيء يجب أن يلاحظ حول النتائج الواردة في جدول [17.3] هو أن الجدول لا ينتج قيم معاملات القاطع التمييزي الفردي ، على الرغم من أنها تؤخذ في الاعتبار عند تقدير النموذج . ومع ذلك ، يمكن الحصول على معاملات القاطع التمييزي بسهولة (انظر تمرين 17.1) . ثانيًا ، إذا قارنا نتائج الانحدار المجمعة لـ OLS مع نتائج FEM ، فسنرى اختلافات جوهرية بين الاثنين ، ليس فقط في قيم المعاملات ، ولكن أيضًا في اشاراتها .

على سبيل المثال ، في معامل الانحدار المجمع معامل DEPS ليس موجبا فقط (على عكس التوقعات المسبقة) ، ولكنه أيضا ذو معنوية كبيرة .

من ناحية أخرى ، فإن معامل MS سالبا ، على الرغم من أنه غير معنوي . لماذا يجب أن تكون الحالة الاجتماعية لها إشارة سالبة؟

وبالتالي ، فإن هذه النتائج تلقي بظلال من الشك على تقديرات OLS المجمعة . إذا قمنا بفحص القاطع التمييزي الوهمي الفردي ، فسنجد أن العديد منها ذو معنوية إحصائية عالية (انظر تمرين 17.1) ، مما يشير إلى أن التقديرات المجمعة تخفي عدم التجانس بين المتبرعين الـ 47 للأعمال الخيرية .

جدول [17.3] انحدار OLS للعطاء الخيري مع المعاملات الفردية الوهمية

Sample: 1 10
Periods included: 10
Cross-sections included: 47
Total panel (balanced) observations: 470

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−2.089970	1.131118	−1.847704	0.0654
AGE	0.102249	0.208039	0.491490	0.6233
INCOME	0.838810	0.111267	7.538725	0.0000
PRICE	0.366080	0.124294	2.945265	0.0034
DEPS	−0.086352	0.053483	−1.614589	0.1072
MS	0.199833	0.263890	0.757257	0.4493

Effects Specification
Cross-section fixed (dummy variables)

R-squared	0.763177	Mean dependent var	6.577150
Adjusted R-squared	0.734282	S.D. dependent var	1.313659
S.E. of regression	0.677163	Akaike info criterion	2.162215
Sum squared resid	191.6735	Schwarz criterion	2.621666
Log likelihood	−456.1204	Hannan–Quinn criter.	2.342975
F-statistic	26.41239	Durbin–Watson stat	1.234015
Prob(F-statistic)	0.000000		

يمكننا تقديم اختبار لمعرفة ما إذا كان نموذج التأثيرات الثابتة أفضل من نموذج OLS المجمّع الوارد في جدول [17.2] . بما أن النموذج المجمّع يهمل تأثيرات عدم التجانس التي تؤخذ في الاعتبار بشكل واضح في نموذج التأثيرات الثابتة ، فإن النموذج المجمّع هو نسخة مقيدة لنموذج التأثيرات الثابتة . لذلك ، يمكننا استخدام اختبار F المقيد الذي ناقشناه فى فصل 7 ، وهو

$$F = \frac{(R_{ur}^2 - R_r^2)/m}{(1 - R_{ur}^2)/(n-k)} \quad (17.4)$$

حيث يكون R_{ur}^2 و R_r^2 غير مقيدين ومعاملات التحديد المقيدة ، m هي عدد المعلمات المحذوفة من النموذج المقيّد (46 هنا) ، n هو عدد المشاهدات في العينة ، و k هو عدد المعلمات المقدرة في الانحدار غير المقيد (هنا إجمالي 52) تم الحصول على قيم R^2 المقيد وغير المقيد من الجدولين [17.2] و [17.3] على التوالي .

باستخدام الأرقام المناسبة من الجدولين [17.2] و [17.3] ، نحصل على القيمة F التالية :

$$F = \frac{(0.7632 - 0.2245)/46}{(1 - 0.7632)/419} = 20.672$$

وهذا يكون لعدد 46 من درجات الحرية في البسط و 418 في المقام ، وقيمة F معنوية للغاية ، مما يؤكد أن نموذج التأثيرات الثابتة متفوق على نموذج الانحدار المجمّع . قبل مواصلة العمل ، تجدر الإشارة إلى بعض خصائص نموذج التأثيرات الثابتة . أولاً ، يُعرف النموذج (17.3) كنموذج للتأثيرات الثابتة أحادية الاتجاه ، لأننا سمحنا للقواطع بالتباين بين المقاطع العرضية (47 فردًا) ، ولكن ليس مع مرور الزمن . يمكننا تقديم تسعة متغيرات وهمية للزمن لتمثيل 10 سنوات (مرة أخرى لتجنب مصيدة المتغيرات الوهمية) جنبا إلى جنب مع المتغيرات الوهمية للمقاطع العرضية الـ 46 . في هذه الحالة ، يطلق على النموذج الناتج نموذج التأثيرات الثابتة ذو الاتجاهين .

بالطبع ، إذا أضفنا هذه المتغيرات الزمنية الوهمية ، سيكون علينا اجمالا تقدير 46 متغير وهمي للمقاطع العرضية ، وتسع متغيرات وهمية للزمن ، والقاطع المشترك وخمس معاملات ميل للخمس متغيرات المستقلة ، كلية ، سيكون لدينا 61 معاملا . على الرغم من أن لدينا 470 مشاهدة ، إلا أننا سنفقد 61 درجة من الحرية .

لقد افترضنا أن معاملات الميل في دالة العمل الخيري تبقى كما هي . ولكن من المحتمل جداً أن تكون معاملات الميل هذه مختلفة بالنسبة لجميع الأفراد البالغ عددهم 47 . وللسماح بهذا الاحتمال ، يمكننا إدخال معاملات ميل تمييزية ، بضرب معاملات الميل الخمسة في 46 قاطع تمييزي وهمي ، والتي ستستهلك 230 درجة أخرى من الحرية . لا شيء يمنعنا من عمل تفاعل لمتغيرات الزمن الوهمية التي عددها 10 مع المتغيرات الخمسة التفسيرية ، والتي ستستهلك 50 درجة أخرى من الحرية . في نهاية المطاف ، ستُترك مع درجات قليلة جدًا من الحرية لإجراء تحليل إحصائي ذي معنى .

17.5 قيود نموذج LSDV للتأثيرات الثابتة

Limitations of the fixed effects LSDV model

على الرغم من سهولة التنفيذ ، فإن نموذج LSDV يحتوي على المحددات التالية :

1 . سيكلف كل متغير إضافي وهمي درجة إضافية من الحرية . لذلك ، إذا لم تكن العينة كبيرة جدًا ، فإن إدخال الكثير من المتغيرات الوهمية لن يترك سوى القليل من المشاهدات لإجراء تحليل إحصائي ذي معنى .

2 . قد تؤدي عمليات الإضافة والضرب للكثير من المتغيرات الوهمية إلى إمكانية حدوث ارتباط خطي متعدد ، مما يجعل التقدير الدقيق لمعلمة أو أكثر صعبًا .

3 . للحصول على تقديرات مع الخصائص الإحصائية المرغوب فيها ، نحن بحاجة إلى إيلاء اهتمام دقيق لحد الخطأ u_{it} . تستند النتائج الإحصائية الواردة في الجدولين [17.2] و [17.3] إلى افتراض أن حد الخطأ يتبع الافتراضات الكلاسيكية ، وهي $u_{it} \sim N(0,\sigma^2)$. بما أن المؤشر i يشير إلى مشاهدات مقطعية و t إلى سلسلة زمنية من المشاهدات ، فقد يكون من الضروري تعديل الافتراض الكلاسيكي المتعلق بـ u_{it} . هناك عدة احتمالات :

(أ) يمكننا أن نفترض أن تباين الخطأ هو نفسه لجميع الوحدات المقطعية أو يمكننا افتراض أن تباين الخطأ غير ثابت[1]

(ب) لكل وحدة معاينة ، يمكننا افتراض أنه لا يوجد ارتباط ذاتي بمرور الزمن أو يمكن أن نفترض الارتباط الذاتي من نوع (1) AR

(1) يوفر Stata تصحيحا لعدم ثبات التباين للأخطاء المعيارية لنماذج انحدار بيانات البانل .

(ج) في أي وقت معين ، يمكننا أن نسمح بأن يكون حد الخطأ للفرد #1 غير مرتبط مع حد الخطأ للفرد #2 مثلا ، أو يمكن أن نفترض أن هناك مثل هذا الارتباط .[1]

يمكن التخفيف من بعض المشاكل المرتبطة بـ LSDV إذا أخذنا في الاعتبار البديل الذي نناقشه أدناه .

17.6 مقدر التأثيرات الثابتة داخل مجموعة (WG)

The fixed effect within group (WG) estimator

حيث إن مقدر نموذج LSDV قد ينطوي على تقدير معاملات متعددة ، إحدى الطرق لإزالة التأثير الثابت في B_{1i} في معادلة (17.2) هو التعبير عن كل من المتغير التابع والمتغيرات المستقلة في هذه المعادلة كانحرافات عن قيمهم المتوسطة (للمجموعة) وتشغيل الانحدار على متوسطات المتغيرات المصححة . لمعرفة ما يفعله هذا ، نبدأ بالمعادلة (17.2) :

$$C_{it} = B_{1i} + B_2 Age_{it} + B_3 Income_{it} + B_4 Price_{it} + B_5 Deps_{it} + B_6 MS_{it} + u_{it}$$

بتجميع هذه المعادلة على كلا الجانبين وبالقسمة على $T (= 10)$ نحصل على :

$$\frac{1}{10}\sum_{t=1}^{10} C_{it} = \frac{1}{10}\Big[\sum_{t=1}^{10} (B_{1i} + B_2 Age_{it} + B_3 Income_{it} + B_4 Price_{it} + B_5 Deps_{it} + B_6 MS_{it} + u_{it})\Big] \quad (17.4)$$

نظرًا لأن المعلمات لا تتغير بمرور الوقت ، فإن هذا يخفض إلى :

$$\bar{C}_i = B_{1i} + B_2 \overline{Age}_i + B_3 \overline{Income}_i + B_4 \overline{Price}_i + B_5 \overline{Deps}_i + B_6 \overline{MS}_i + \bar{u}_i \quad (17.5)$$

حيث يمثل بار (الشرطة) فوق المتغير متوسط قيمته على مدى 10 سنوات . على سبيل المثال ، سيكون لدينا 47 قيمة متوسطة لكل متغير ، كل قيمة متوسطة يتم أخذها خلال فترة 10 سنوات .

(1) يمكن تحقيقه من خلال ما يسمى نموذج الانحدار غير المرتبط ظاهريا (SURE) تم تطوير هذا النموذج في الأصل من قبل :

Arnold Zellner, An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 57, 1962, pp. 348–68.

بطرح معادلة (17.5) من معادلة (17.2) ، نحصل على :

$$C_{it} - \bar{C}_i = B_2(Age_{it} - \overline{Age}_i) + B_3(Income_{it} - \overline{Income}_i) + B_4(Price_{it} - \overline{Price}_i) + B_5(Deps_{it} - \overline{Deps}_i) + B_6(MS_{it} - \overline{MS}_i) + (u_{it} - \bar{u}_i) \qquad (17.6)$$

انظر كيف يسقط التأثير الثابت أو الفردي لحد القاطع B_{1i} .

كما يمكن أن نرى من معادلة (17.6) ، نجري بشكل أساسي انحدارا لمتغيرات تابعة ذات متوسط مصحح على متغيرات مستقلة ذات متوسط مصحح . وحيث إن متوسط قيمة المتغيرات ذات المتوسط المصحح هي صفر ، فلا يوجد أي حد قاطع في معادلة (17.6) .

مقدرات OLS التي تم الحصول عليها من معادلة (17.6) تعرف على أنها مقدرات داخل المجموعة (WG) ، لأنها تستخدم اختلاف (الزمن) داخل كل وحدة مقطعية . المقارنة مع المقدرات المجمعة الواردة في جدول [17.2] ، توفر مقدرات WG تقديرات ثابتة لمعاملات الميل ، على الرغم من أنها غير كفء (أي أنها تحتوي على تباينات أكبر) .[1]

وبشكل مثير ، المقدرات التي تم الحصول عليها من طريقة LSDV تتطابق مع طريقة داخل المجموعة ، لأن النموذجان متطابقين رياضيا . يمكن ملاحظة ذلك في اتباع جدول [17.4] (تم الحصول على النتائج من *Stata 10*) .

الرغم من أن هذا النموذج أكثر اقتصادا من نموذج LSDV ، إلا أن أحد عيوب مقدّر WG هو أنه في إزالة التأثيرات الثابتة أو الفردية (أي B_{1i}) ، يزيل أيضا تأثير المتغيرات المستقلة الثابتة مع الزمن التي قد تكون موجودة في النموذج .

على سبيل المثال ، في بيانات البانل لانحدار الأجور على خبرة العمل ، والعمر ، والجنس ، والتعليم ، والعرق ، وما إلى ذلك ، سيتم القضاء على تأثير الجنس والعرق في قيم المتغيرات المستقلة ذات المتوسط المصحح ، بالنسبة للجنس والعرق لن يتغير للفرد مع مرور الزمن . لذلك لا يمكننا تقييم تأثير مثل هذه المتغيرات الزمنية الثابتة على الأجور .

(1) وذلك لأننا عندما نعبر عن المتغيرات كانحرافات عن قيمها المتوسطة ، سيكون التباين في القيم ذات المتوسط المصحح أصغر بكثير من التباين في القيم الأصلية للمتغيرات . في هذه الحالة ، قد يكون تباين حد العشوائية u_{it} كبيرًا نسبيًا ، مما يؤدي إلى أخطاء معيارية أكبر للمعاملات المقدرة .

جدول [17.4] مقدرات داخل المجموعة لدالة العمل الخيري

R-squared = 0.1350
Adj R-squared = 0.1257

chard	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|
aged	.1022493	.197458	0.52	0.605
incd	.8388101	.1056075	7.94	0.000
prid	.3660802	.1179726	3.10	0.002
depd	−.0863524	.0507623	−1.70	0.090
msd	.1998327	.250468	0.80	0.425
cons	3.15e-09	.0296465	0.00	1.000

ملاحظة : الأخطاء المعيارية الموضحة في هذا الجدول مختلفة قليلا عن تلك الموضحة في جدول [17.3] . لاحظ أيضا أن قيمة الحد الثابت هي عمليا صفر كما يجب أن تكون[1]

قبل المضي قدما ، نقدم أخطاء robust المعيارية من FEM (جدول [17.5]) ، وذلك باستخدام إجراء White ، والتي ناقشناها في الفصول السابقة .

إذا قارنا هذه النتائج مع تلك الواردة في جدول [17.3] ، فستجد أن الأخطاء المعيارية في جدول [17.3] قد تم تقديرها بأقل من اللازم .

17.7 نموذج التأثيرات العشوائية (REM) أو نموذج مكونات الخطأ (ECM)

The random effects model (REM) or error components model (ECM)

في نموذج التأثيرات الثابتة يفترض أن المعامل الفردي المحدد B_{1i} ثابت لكل وحدة معاينة ، أي أنه لا يتغير عبر الزمن . في نموذج التأثيرات العشوائية ، من المفترض أن B_{1i} هو متغير عشوائي ذو قيمة متوسطة B_1 (لا يوجد دليل سفلي i هنا) ويتم التعبير عن قاطع أي وحدة مقطعية على النحو التالي :

$$B_{1i} = B_1 + \varepsilon_i \qquad (17.7)$$

(1) السبب في هذا هو أنه يجب أن يكون تقريب تباين الخطأ المعتاد: $\hat{\sigma}^2 = RSS / (NT - 2)$ يجب أن يكون معدلًا على أنه : $\hat{\sigma}^2 = RSS / (NT - N - 2)$ لأننا يجب أن نقدر N متوسطا عند حساب الأوساط الحسابية للمجموعة . ومع ذلك ، فإن الحزم الإحصائية القياسية تأخذ ذلك في الحسبان .

حيث ε_i عبارة عن حد خطأ عشوائي مع متوسط 0 وتباين σ_ε^2 .

بالنسبة للمثال التوضيحي لدينا ، يعني هذا أن 47 فردًا مدرجًا في العينة هم عبارة عن مسحوبات من كون أكبر من هؤلاء الأفراد وأن لديهم قيمة وسط عام للقاطع(= B_1) . تنعكس الاختلافات في القيم الفردية للقواطع لكل متبرع فردي للجمعيات الخيرية في حد الخطأ ε_i . لذلك ، يمكننا كتابة دالة العمل الخيري (17.1) على النحو التالي :

$$C_{it} = B_1 + B_2 Age_{it} + B_3 Income_{it} + B_4 Price_{it} + B_5 Deps_{it} + B_6 MS_{it} + w_{it} \quad (17.8)$$

حيث :

$$w_{it} = \varepsilon_i + u_{it} \quad (17.10)$$

حد الخطأ المركب w_{it} لديه عنصران : ε_i ، وهو المقطع العرضي أو مكون الخطأ الخاص بالأفراد و u_{it} ، والذي هو عبارة عن توليفة السلسلة الزمنية وخطأ المقطع المستعرض .[1]

يمكن الآن أن ترى لماذا يسمى نموذج REM أيضًا نموذج مكونات الخطأ (ECM) : يتكون حد الخطأ المركب من مكونين خطأ (أو أكثر) .[2]

الافتراضات المعتادة لـ ECM هي :

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

$$u_{it} \sim N(0, \sigma_u^2)$$

$$E(\varepsilon_i, u_{it}) = 0; \quad E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \ (i \neq j)$$

$$E(u_{it}, u_{is}) = E(u_{it}, u_{ij}) = E(u_{it}, u_{js}) = 0 \ (i \neq j; t \neq s)$$

(17.10)

(1) الحد u_{it} يطلق عليه أحيانًا الحد المتقلب **idiosyncratic term** لأنه يتغير عبر المقطع العرضي (أي الفرد) وكذلك عبر الزمن .

(2) إذا أدخلنا متغيرات وهمية للزمن ، سيكون هناك مكونات الخطأ محددة حسب الزمن (انظر التمرين 17.2) .

جدول [17.5] نموذج التأثيرات الثابتة مع أخطاء معيارية من النوع robust

Method: Panel Least Squares
Periods included: 10
Cross-sections included: 47
Total panel (balanced) observations: 470
White period standard errors & covariance (d.f. corrected)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−2.089970	1.710019	−1.222191	0.2223
AGE	0.102249	0.113897	0.897738	0.3698
INCOME	0.838810	0.145653	5.758977	0.0000
PRICE	0.366080	0.146602	2.497102	0.0129
DEPS	−0.086352	0.069186	−1.248111	0.2127
MS	0.199833	0.712740	0.280373	0.7793

Effects Specification
Cross-section fixed (dummy variables)

R-squared	0.763177	Mean dependent var	6.577150
Adjusted R-squared	0.734282	S.D. dependent var	1.313659
S.E. of regression	0.677163	Akaike info criterion	2.162215
Sum squared resid	191.6735	Schwarz criterion	2.621666
Log likelihood	−456.1204	Durbin–Watson stat	1.234015
F-statistic	26.41239	Prob(F-statistic)	0.000000

أي أن مكونات الخطأ الفردية لا ترتبط ببعضها البعض ولا تكون مرتبطة ذاتيًا عبر كل من الوحدات المقطعية والسلسلة الزمنية . من المهم أيضا أن نلاحظ أن $w_{it}w_{it}$ لا يرتبط بأي من المتغيرات التفسيرية المدرجة في النموذج . وحيث إنّ $\varepsilon_i\varepsilon_i$ جزء من $w_{it}w_{it}$ ، فمن الممكن أن يرتبط هذا الأخير مع واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة . إذا اتضح أن هذه هي الحالة ، فسوف ينتج عن REM تقدير غير متسق لمعاملات الانحدار . سيظهر اختبار Hausman ، الذي سيتم شرحه بعد قليل ، في تطبيق معين إذا كان w_{it} مرتبطًا بالمتغيرات المستقلة – أي ، ما إذا كان REM هو النموذج المناسب .

نتيجة للافتراضات في معادلة(17.10) ، يتبع ذلك :

$$E(w_{it}) = 0 \quad (17.11)$$

$$var(w_{it}) = \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_u^2 \quad (17.12)$$

الآن إذا كانت $\sigma_\varepsilon^2 = 0$ ، لا يوجد فرق بين المعادلة(17.1) و(17.8) ، وفي هذه الحالة يمكننا بكل بساطة تجميع كل المشاهدات وتشغيل الانحدار المجمع ، كما هو موضح في جدول [17.2] . وذلك لأنه في هذه الحالة لا توجد تأثيرات محددة حسب المستجوَب أو تم تفسيرها جميعًا من خلال المتغيرات التفسيرية .

على الرغم من معادلة (17.12) تبين أن حد الخطأ المركب له تباين ثابت ، يمكن اثبات أن w_{it} و w_{is} $(t \neq s)$ مرتبطين - أي أن حدود الخطأ لوحدة مقطعية معينة في وقتين مختلفين مرتبطين . يمكن إظهار معامل الارتباط بين الاثنين على النحو التالي :

$$\rho = corr(w_{it}, w_{is}) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_u^2} \quad ; t \neq s \qquad (17.13)$$

يجب ملاحظة نقطتين حول هذا الارتباط . أولاً ، لأي وحدة مقطعية يظل ρ نفسه بغض النظر عن مدى تباعد الفترتين الزمنيتين ؛ وثانيا ، يظل ρ نفسه بالنسبة لجميع الوحدات المقطعية .

إذا لم نأخذ في الاعتبار ρ ، فإن مقدرات OLS لنموذج التأثيرات العشوائية تكون غير كفء . لذلك سيتعين علينا استخدام طريقة المربعات الصغرى المعممة (GLS) الحصول على تقديرات كفء . يمكن لحزم البرامج مثل *Stata* أن تحسب أخطاء robust المعيارية أو الأخطاء المعيارية المصححة للبانل .

قبل تقديم نتائج REM لمثال العمل الخيري ، يمكن الإشارة إلى أنه على النقيض من نموذج التأثيرات الثابتة (المتغير الوهمي ، داخل أو تحويل الفرق الأول) ، في REM ، يمكننا تضمين متغيرات زمنية ثابتة ، مثل الجنس أو الموقع الجغرافي أو الدين . ولا يتم إزالتها كما هو الحال في نموذج FEM .

وبالعودة إلى مثالنا التوضيحي ، نحصل على REM للجدول [17.6] .

جدول [17.6] نموذج التأثيرات العشوائية لدالة العمل الخيري مع أخطاء White المعيارية

Dependent Variable: CHARITY
Method: Panel EGLS (Cross-section random effects)
Sample: 1 10
Periods included: 10
Cross-sections included: 47
Total panel (balanced) observations: 470
Swamy and Arora estimator of component variances
White period standard errors & covariance (d.f. corrected)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	−2.370567	1.386444	−1.709817	0.0880
AGE	0.277063	0.127176	2.178577	0.0299
INCOME	0.852996	0.126574	6.739099	0.0000
PRICE	0.370199	0.140054	2.643253	0.0085
DEPS	−0.036254	0.064181	−0.564874	0.5724
MS	0.199669	0.472666	0.422432	0.6729

Effects Specification

	S.D.	Rho
Cross-section random	0.930938	0.6540
Idiosyncratic random	0.677163	0.3460

Weighted Statistics

R-squared	0.132701	Mean dependent var	1.474396
Adjusted R-squared	0.123355	S.D. dependent var	0.731733
S.E. of regression	0.685116	Sum squared resid	217.7944
F-statistic	14.19881	Durbin–Watson stat	1.094039
Prob(F-statistic)	0.000000		

Unweighted Statistics

R-squared	0.136789	Mean dependent var	6.577150
Sum squared resid	698.6427	Durbin–Watson stat	0.341055

كما في FEM ، تكون المعاملات المقدرة لها الإشارات المتوقعة ، على الرغم من أن DEPS و MS غير معنويين إحصائيًا بشكل فردي . من مربع مواصفات التأثيرات ، نرى أن: $\sigma_u^2 = (0.9309)^2 = 0.8665$

$\sigma_\varepsilon^2 = (0.6771)^2 = 0.4584$ و

من ثم من معادلة (17.13) ، نحصل على

$$\rho = 0.4584 / 1.3893 = 0.3299$$

والذي يعطي مدى ارتباط وحدة مقطعية في فترتين زمنيتين مختلفتين ، وهذا الارتباط يظل نفسه عبر جميع الوحدات المقطعية . تختلف قيمة ρ هذه قليلا عن القيمة المبينة في جدول [17.6] بسبب خطأ التقريب .

17.8 نموذج التأثيرات الثابتة مقابل نموذج التأثيرات العشوائية

مقارنة مقدرات التأثيرات الثابتة الواردة في الجدول [17.3] ومقدرات التأثيرات العشوائية الواردة في جدول [17.6] ، سنرى اختلافات جوهرية بين الاثنين . إذن أي نموذج أفضل في المثال الحالي : التأثيرات الثابتة أو التأثيرات العشوائية؟

تعتمد الإجابة على هذا السؤال على الافتراض الذي نضعه بخصوص الارتباط المحتمل بين عنصر الخطأ لمقطع محدد ε_i وبين المتغيرات المستقلة X . إذا افترضنا أن ε_i والمتغيرات المستقلة غير مرتبطة ، قد يكون REM مناسبًا ، ولكن إذا كانت مرتبطة ، فقد يكون FEM مناسبًا . في الحالة الأولى علينا أيضًا تقدير عدد أقل من المعلمات . إذن ، كيف يمكننا أن نقرر في موقف معين ما هو النموذج المناسب؟

يمكن استخدام اختبار ابتكره Hausman ، والذي تم تضمينه في حزم مثل *Stata* و *Eviews* ، للإجابة على هذا السؤال . إن فرض العدم الذي يستند إليه اختبار Hausman هي أن FEM و REM لا يختلفان بشكل كبير . إحصاء الاختبار له لديه توزيع مقارب (أي في عينة كبيرة) مع توزيع χ^2 مع درجات حرية تساوي عدد المتغيرات المستقلة في النموذج . وكما جرت العادة ، إذا تجاوزت قيمة مربع كاي المحسوبة قيمة مربع كاي الحرجة عند درجات الحرية المحددة ومستوى المعنوية ، فإننا نستنتج أن REM غير مناسب لأن حدود الخطأ العشوائي ε_i من المحتمل أن تكون مرتبطة بواحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة . في هذه الحالة ، يُفضل FEM على REM .

بالنسبة لمثالنا ، تعرض نتائج اختبار Hausman في جدول [17.7] . اختبار Hausman يرفض بشدة REM ، القيمة الاحتمالية p لإحصاء مربع كاي منخفضة

جدا . يقارن الجزء الأخير من هذا الجدول التأثيرات الثابتة والتأثيرات العشوائية لكل متغير . وكما يوضح عمود الاحتمال الأخير للجدول ، فإن الاختلافات في معاملات العمر Age ومعامل DEPS ذات معنوية إحصائية عالية . بشكل عام ، يفحص اختبار Hausman القيمة $(b_{RE} - b_{FE})^2$ أي مربع الفرق بين معاملات الانحدار المقدرة من REM و FEM .

جدول [17.7] نتائج اختبار Hausman

Correlated Random Effects – Hausman Test
Equation: Untitled
Test cross-section random effects

Test Summary	Chi-Sq. Statistic	Chi-Sq. d.f.	Prob.
Cross-section random	15.964273	5	0.0069

Cross-section random effects test comparisons:

Variable	Fixed	Random	Var(Diff.)	Prob.
AGE	0.102249	0.277063	0.003539	0.0033
INCOME	0.838810	0.852996	0.000830	0.6224
PRICE	0.366080	0.370199	0.000087	0.6595
DEPS	-0.086352	-0.036254	0.000487	0.0232
MS	0.199833	0.199669	0.016167	0.9990

وحيث إن نموذج REM لا يبدو مناسبًا في المثال الحالي ، لذلك يمكننا الرجوع إلى نموذج FEM . البديل الآخر هو الاستمرار مع REM ولكن مع استخدام المتغيرات الأداة (IV) للتأثيرات الفردية التي قد تكون مرتبطة بمتغيرات مستقلة أخرى في النموذج . ولكن استخدام المتغيرات الأداة مع بيانات البانل هو موضوع معقد ولن نقوم بمتابعته في هذا الكتاب ، على الرغم من أننا سنناقش طريقة IV بشيء من التفصيل في فصل 19 . ومع ذلك ، يمكن ملاحظة أن مقدِّر **Hausman–Taylor** ومقدر Arellano – Bond

يستخدمان المتغيرات الأداة لتقدير نماذج REM . للحصول على مناقشة يمكن الوصول إليها إلى حد ما من هذه المقدرات، راجع المراجع .[1]

بعض المبادئ التوجيهية حول REM و FEM

هنا بعض المبادئ التوجيهية العامة حول أي من النموذجين قد يكون مناسبا في التطبيقات العملية :[2]

1 – إذا كان T (عدد مشاهدات الزمن) كبير و N (عدد الوحدات المقطعية) صغير، من المحتمل أن يكون هناك اختلاف بسيط في قيم المعلمات المقدرة بـ FEM و REM . يعتمد الاختيار عندئذ على الراحة الحسابية، والتي قد تكون في صالح FEM .

2 – في بيانات بانل قصيرة (N كبيرة و T صغيرة)، قد تختلف التقديرات التي تم الحصول عليها من النموذجين بشكل كبير . تذكر أنه في REM يكون $B_1 = B_{1i} + \varepsilon_i$، حيث ε_i هو المكون العشوائي المقطعي، بينما تعامل B_{1i} في FEM على أنها ثابت . في الحالة الأخيرة، يكون الاستنتاج الإحصائي مشروطًا بوحدات المقطع العرضي المرصودة في العينة . هذا صحيح إذا كنا نعتقد اعتقادا قويا بأن وحدات المقطع العرضي في العينة ليست مسحوبات عشوائية من مجموعة أكبر من المجتمع . في هذه الحالة، يكون FEM مناسبا . إذا لم تكن هذه هي الحالة، فعندئذ يكون REM مناسبا لأن في هذه الحالة يكون الاستنتاج الإحصائي غير مشروط .

3 – إذا كانت N كبيرة و T صغيرة، وإذا كانت الافتراضات التي يبنى عليها REM ثابتة، يكون REM أكثر كفاءة من FEM .

4 – بخلاف FEM ، يمكن لـ REM تقدير معاملات المتغيرات الثابتة عبر الزمن، مثل الجنس والعرق . تتحكم FEM في هذه المتغيرات الثابتة زمنيا، لكن لا يمكنها

(1) انظر :
See Gary Koop, *Introduction to Econometrics*, John Wiley & Sons, Chichester, England, 2008, pp. 267–8.

لمناقشة متقدمة، انظر : Cameron/Trivedi *op cit.*, pp. 765–6.

(2) انظر :
G. G. Judge, R. C. Hill, W. E. Griffiths, H. Lutkepohl and T. C. Lee, *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, 2nd edn, John Wiley & Sons, New York, 1985, pp. 489–91.

تقديرها بشكل مباشر، كما هو واضح من نماذج مقدر LSDV أو WG . من ناحية أخرى، تتحكم FEM في جميع المتغيرات الثابتة زمنيا، في حين أن REM لا يمكنها تقدير سوى تلك المتغيرات الثابتة زمنيا التي يتم تقديمها بشكل صريح في النموذج .

17.9 خصائص المقدرات المختلفة (1)

ناقشنا في هذا الفصل عدة طرق لتقدير نماذج انحدار البانل (الخطية)، مثل المقدرات المجمعة، ومقدرات التأثيرات الثابتة (كل من LSDV والمقدر داخل المجموعة)، والتأثيرات العشوائية . ما هي خصائصها الإحصائية؟ سوف نركز على خاصية الاتساق، نظرًا لأن بيانات البانل تتضمن عادةً عددًا كبيرًا من المشاهدات .

المقدرات المجمعة **Pooled estimators** : إذا كانت معاملات الانحدار ثابتة عبر وحدات المعاينة، وإذا كان حد الخطأ في معادلة (17.1) غير مرتبط مع المتغيرات المستقلة، فإن المقدرات المجمعة تكون متسقة . غير أنه من المرجح أن ترتبط حدود الخطأ مع مرور الوقت بوحدة معاينة معينة . لذلك، يجب أن نستخدم الأخطاء المعيارية المصححة للبانل لاختبار الفروض . خلاف ذلك، قد يتم تقدير الأخطاء المعيارية المحسوبة بشكل روتيني بأقل من اللازم .

ومن الممكن إضافة أنه إذا كان نموذج التأثيرات الثابتة مناسبًا، لكننا نستخدم النموذج المجمّع، فإن المعاملات المقدرة ستكون غير متسقة، كما رأينا في مثال العمل الخيري .

مقدرات التأثيرات الثابتة **Fixed effects estimators** : حتى إذا كان النموذج الأساسي مجمعاً أو تأثيرات عشوائية، فإن مقدرات التأثيرات الثابتة تكون دائماً متسقة .

مقدرات التأثيرات العشوائية **Random effects estimators** : يكون نموذج التأثيرات العشوائية متسقاً حتى لو كان النموذج الحقيقي مجمعا . ولكن إذا كان النموذج الحقيقي هو نموذج تأثيرات ثابتة، فإن مقدري التأثيرات العشوائية تكون غير متسقة .

(1) المناقشة التالية تعتمد على: Cameron/Trivedi, *op cit.*, Chapter 21.

17.10 انحدارات بيانات البانل: بعض التعليقات الختامية

كما ذكر في البداية ، أن موضوع نمذجة بيانات البانل شاسع ومعقد . استعرضنا مجرد أشياء سطحية . من بين الموضوعات التي لم نناقشها بأي حال ، يمكن ذكر ما يلي :

1. اختبارات الفروض مع بيانات البانل
2. عدم ثبات التباين والارتباط الذاتي في ECM
3. بيانات البانل غير المتوازنة .
4. نماذج بيانات البانل الديناميكية التي لها قيمة (قيم) متباطئة للمتغير التابع تظهر كمتغير تفسري .
5. المعادلات الآنية التي تتضمن بيانات البانل .
6. المتغيرات المستقلة النوعية وبيانات البانل
7. جذور الوحدة في بيانات البانل (عن جذر الوحدة ، انظر فصل 13) .

يمكن العثور على واحد أو أكثر من هذه الموضوعات في المراجع المذكورة في هذا الفصل ، ويتم حث القارئ على الرجوع إليها لمعرفة المزيد حول هذا الموضوعات . تستشهد هذه المراجع أيضا بالعديد من الدراسات التجريبية في مختلف مجالات الأعمال والاقتصاد التي استخدمت نماذج الانحدار لبيانات البانل . ننصح المبتدئين بقراءة بعض هذه التطبيقات لاستيعاب كيفية تنفيذ الباحثين لهذه النماذج فعليًا .[1]

(1) لمزيد من التفاصيل والتطبيقات الواقعية ، انظر :
Paul D. Allison, *Fixed Effects Regression Methods for Longitudinal Data, Using SAS.* SAS Institute, Cary, North Carolina, 2005.

17.11 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

تستند نماذج انحدار بيانات البانل على بيانات البانل ، وهي مشاهدات على نفس وحدات المقطع العرضي أو الفردي ، عبر عدة فترات زمنية .

تتميز بيانات البانل بالعديد من المزايا على البيانات المقطعية البحتة أو السلاسل الزمنية البحتة . وتشمل هذه المزايا على : (أ) الزيادة في حجم العينة ، (ب) دراسة التغيرات الديناميكية في الوحدات المقطعية مع مرور الزمن ، و (ج) دراسة نماذج سلوكية أكثر تعقيدًا ، بما في ذلك دراسة المتغيرات الثابتة مع الزمن .

ومع ذلك ، تطرح نماذج البانل العديد من المشاكل التقديرية والاستدلالية ، مثل عدم ثبات التباين لحد الخطأ ، والارتباط الذاتي ، والارتباط المتبادل في الوحدات المقطعية في نفس النقطة الزمنية .

ويستخدم الأسلوبان بشكل بارز للتعامل مع واحد أو أكثر من هذه المشاكل نموذج التأثيرات الثابتة (FEM) ونموذج التأثيرات العشوائية(REM) ، المعروف أيضًا باسم نموذج مكونات الخطأ (ECM) .

فيFEM ، يُسمح بالقاطع في نموذج الانحدار بين الأفراد ليعكس الميزة الفريدة للوحدات الفردية . يتم ذلك باستخدام متغيرات وهمية ، شريطة أن نحترس من مصيدة المتغير الوهمي . يُعرف FEM الذي يستخدم المتغيرات الوهمية بنموذج المربعات الصغرى للمتغير الوهمي (LSDV) . يكون FEM مناسبا في الحالات التي قد يكون فيها القاطع المحدد حسب الفرد مرتبط مع واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة .ومن عيوب LSDV أنه يستهلك الكثير من درجات الحرية عندما تكون N (عدد الوحدات المقطعية) كبيرًا جدًا .

أما البديل لـ LSDV فهو استخدام مقدِّر داخل المجموعة (WG) . هنا نطرح القيم المتوسطة (للمجموعة) للمتغير التابع والمتغيرات المستقلة من قيمها الفردية وتشغيل الانحدار على المتغيرات ذات المتوسط المصحح . على الرغم من أنها اقتصادية من حيث درجات الحرية ، فإن المتغيرات المصححة حسب الوسط تمحو المتغيرات الثابتة عبر الزمن (مثل الجنس والعرق) من النموذج .

البديل لـ FEM هو REM . في REM ، نفترض أن قيمة القاطع لوحدة فردية هي سحب عشوائي من مجتمع أكبر بكثير مع متوسط ثابت . يتم التعبير عن القاطع الفردي على أنه انحراف عن القيمة المتوسطة الثابتة . يعتبر REM أكثر اقتصادا من FEM من حيث عدد المعلمات المقدرة . يكون REM مناسبا في الحالات التي يكون فيها القاطع (العشوائي) لكل وحدة مقطعية غير مرتبط بالمتغيرات المستقلة . ميزة أخرى لـ REM هو أنه يمكننا إدخال متغيرات مستقلة ثابتة مع الزمن . وهذا يكون غير ممكن في FEM لأن كل هذه المتغيرات تكون مرتبطة مع القاطع المحدد حسب وحدة المعاينة .

يمكن استخدام اختبار Hausman للبت بين FEM و ECM .

يجب مراعاة بعض المشاكل الخاصة بنموذج بيانات البانل . المشكلة الأكثر خطورة هي مشكلة التناقص ، حيث لسبب أو لآخر ، ينسحب أعضاء البانل مع مرور الوقت بحيث أنه في الاستطلاعات اللاحقة (أي المقاطع العرضية) ، يظل عدد أقل من وحدات المعاينة الأصلية في البانل . أيضا ، مع مرور الوقت قد ترفض وحدات المعاينة أو تكون غير راغبة في الإجابة على بعض الأسئلة .

تطبيقات Exercise

17.1 يعطي جدول [17.8] تقديرات LSDV من مثال العمل الخيري . إذا فحصنا البيانات الأولية الواردة في جدول [17.1] ، فهل يمكن تحديد نمط فيما يتعلق بالأفراد الذين لديهم قواطع معنوية؟ على سبيل المثال ، من المحتمل أن يساهم دافعو الضرائب المتزوجين بأكثر من دافعي الضرائب العزاب؟

17.2 قم بتوسيع نموذج LSDV من خلال إدراج متغيرات زمن وهمية والتعليق على النتائج .

17.3 من موقع ويب الخاص بكتاب Frees المذكور سابقاً ، احصل على بيانات البانل التي تفضلها وقدر النموذج باستخدام تقنيات تقدير البانل المختلفة التي تمت مناقشتها في هذا الفصل .

جدول [17.8] تقدير البانل للعمل الخيري مع متغيرات وهمية محددة حسب وحدة المعاينة

Dependent Variable: CHARITY
Method: Least Squares
Date: 03/26/10 Time: 20:11
Sample: 1 470
Included observations: 470

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AGE	0.102249	0.208039	0.491490	0.6233
INCOME	0.838810	0.111267	7.538725	0.0000
PRICE	0.366080	0.124294	2.945265	0.0034
DEPS	−0.086352	0.053483	−1.614589	0.1072
MS	0.199833	0.263890	0.757257	0.4493
SUBJECT=1	−3.117892	1.139684	−2.735752	0.0065
SUBJECT=2	−1.050448	1.148329	−0.914762	0.3608
SUBJECT=3	−1.850682	1.175580	−1.574272	0.1162
SUBJECT=4	−1.236490	1.146758	−1.078248	0.2815
SUBJECT=5	−1.437895	1.157017	−1.242761	0.2147
SUBJECT=6	−2.361517	1.176887	−2.006580	0.0454
SUBJECT=7	−4.285028	1.153985	−3.713244	0.0002
SUBJECT=8	−1.609123	1.120802	−1.435689	0.1518
SUBJECT=9	−0.027387	1.242987	−0.022033	0.9824
SUBJECT=10	−1.635314	1.086465	−1.505170	0.1330
SUBJECT=11	−2.262736	1.159433	−1.951632	0.0516
SUBJECT=12	−1.042393	1.189056	−0.876656	0.3812
SUBJECT=13	−2.382995	1.100684	−2.165013	0.0310
SUBJECT=14	−2.231704	1.201993	−1.856669	0.0641
SUBJECT=15	−0.776181	1.113080	−0.697328	0.4860
SUBJECT=16	−4.015718	1.178395	−3.407788	0.0007
SUBJECT=17	−1.529687	1.172385	−1.304765	0.1927
SUBJECT=18	−1.921740	1.178960	−1.630029	0.1038
SUBJECT=19	−1.643515	1.207427	−1.361170	0.1742
SUBJECT=20	0.304418	1.159808	0.262473	0.7931

جدول [17.8] (تابع)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SUBJECT=21	−2.990338	1.101186	−2.715562	0.0069
SUBJECT=22	−2.719506	1.161885	−2.340599	0.0197
SUBJECT=23	−2.261796	1.144438	−1.976338	0.0488
SUBJECT=24	−1.843015	1.163838	−1.583568	0.1140
SUBJECT=25	−1.665241	1.166410	−1.427664	0.1541
SUBJECT=26	−3.446773	1.139505	−3.024799	0.0026
SUBJECT=27	−2.252749	1.172809	−1.920816	0.0554
SUBJECT=28	−1.832946	1.227824	−1.492841	0.1362
SUBJECT=29	−2.925355	1.095088	−2.671344	0.0078
SUBJECT=30	−1.428511	1.140020	−1.253058	0.2109
SUBJECT=31	−1.740051	1.133678	−1.534872	0.1256
SUBJECT=32	−0.900668	1.107655	−0.813130	0.4166
SUBJECT=33	−2.058213	1.157546	−1.778083	0.0761
SUBJECT=34	−1.060122	1.114322	−0.951360	0.3420
SUBJECT=35	−2.866338	1.146888	−2.499232	0.0128
SUBJECT=36	−0.986984	1.174292	−0.840493	0.4011
SUBJECT=37	−1.394347	1.188862	−1.172841	0.2415
SUBJECT=38	−5.404498	1.132293	−4.773054	0.0000
SUBJECT=39	−3.190405	1.140833	−2.796658	0.0054
SUBJECT=40	−2.838580	1.179427	−2.406745	0.0165
SUBJECT=41	−2.398767	1.180879	−2.031340	0.0429
SUBJECT=42	−2.068558	1.085109	−1.906314	0.0573
SUBJECT=43	−2.434273	1.152611	−2.111964	0.0353
SUBJECT=44	−2.530733	1.189329	−2.127867	0.0339
SUBJECT=45	−0.481507	1.200597	−0.401056	0.6886
SUBJECT=46	−3.304275	1.132833	−2.916826	0.0037
SUBJECT=47	−3.089963	1.221833	−2.528962	0.0118

R-squared	0.763177	Mean dependent var	6.577150
Adjusted R-squared	0.734282	S.D. dependent var	1.313659
S.E. of regression	0.677163	Akaike info criterion	2.162215
Sum squared resid	191.6735	Schwarz criterion	2.621666
Log likelihood	−456.1204	Durbin–Watson stat	1.430014

الفصل الثامن عشر

18 تحليل البقاء
Survival analysis

تناقش في هذا الفصل أسلوب إحصائي يسمى بأسماء مختلفة ، مثل تحليل المدة (مثلا طول الفترة التي يكون فيها الشخص عاطلاً عن العمل أو طول الإضراب الصناعي industrial strike) ، وتحليل تاريخ الحدث (مثل سجل طولي لأحداث في حياة شخص ما ، مثل الزواج) ، وتحليل الموثوقية أو تحليل وقت الفشل (مثل كم من الوقت يدوم ضوء اللمبة قبل أن تحترق) ، تحليل الانتقال (من حالة نوعية إلى أخرى ، مثل من الزواج إلى الطلاق) ، تحليل معدل الخطر (على سبيل المثال الاحتمال المشروط لحدوث الحدث) ، أو تحليل البقاء على قيد الحياة (على سبيل المثال ، الوقت المتبقي حتى الموت من سرطان الثدي) . لإيجاز العرض ، سنقوم بشرح كل هذه المصطلحات من خلال الاسم العام لتحليل البقاء (SA) .

الأهداف الرئيسية لتحليل البقاء هي : (1) تقدير وتفسير دوال البقاء أودوال الخطورة (التي ستتم مناقشتها بعد قليل) من بيانات البقاء و(2) لتقييم أثر المتغيرات التفسيرية على وقت البقاء .

إن موضوع تحليل البقاء شاسع ومعقد رياضياً . هدفنا في هذا الفصل هو عرض هذا الموضوع وتوضيح ذلك . لمزيد من الدراسة حول هذا الموضوع ، يُنصح القراء بمراجعة المراجع .[1]

(1) انظر:

D. Hosmer and S. Lemeshow, Applied Survival Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1999;
David G. Kleinbaum, Survival Analysis: A Self-Learning Text, Springer-Verlag, New York, 1996;
Daniel A. Powers and Yu Xie, Statistical Methods for Categorical Data Analysis, 2nd edn, Emerald Group Publishing, UK, 2008, Chapter 6;
M. Cleves, W. M. Gould and R. G. Gutierrez, An Introduction to Survival Analysis using Stata, Stata Press, College Station, Texas, 2002;
Jeffrey Wooldridge, Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data, MIT Press, MA, 2002, Chapter 20.

18.1 مثال توضيحي: نمذجة مدة معاودة ارتكاب جريمة

An illustrative example: modeling recidivism duration

للتوضيح ، ندرس مثالًا واقعيًا . يتعلق هذا المثال بعينة عشوائية من 1,445 شخص مُدان تم إطلاق سراحهم من السجن بين يوليو 1977 ويونيو 1978 والزمن (المدة) حتى عودتهم إلى السجن .[1] تم الحصول على البيانات بأثر رجعي من خلال فحص السجلات في أبريل 1984 . بسبب اختلاف أوقات البداية ، تختلف مدد الرقابة من 70 إلى 81 شهرا .

يتم تعريف المتغيرات المستخدمة في التحليل على النحو التالي :

Black = 1 إذا كان أسود

Alcohol = 1 إذا كانت توجد مشاكل تتعلق بالمشروبات الكحولية

Drugs = 1 إذا كان يوجد تاريخ للمخدرات

Super = 1 إذا تم انهاء المراقبة

Married = 1 إذا كان متزوجا عند الحبس في السجن

Felon = 1 إذا كانت العقوبة عن جناية

Workprg = 1 إذا كان في برنامج عمل السجون

Property = 1 إذا كانت الجريمة متعلقة بممتلكات

Person = 1 إذا كانت الجريمة ضد شخص

Priors = عدد الإدانات السابقة

Educ = سنوات الدراسة

Rules = عدد الانتهاكات للقواعد في السجن

Age = العمر بالشهور

(1) البيانات مأخوذة من :
C. F. Chung, P. Schmidt and A. D. Witte, Survival analysis: a survey, *Journal of Quantitative Criminology,* vol. 7, 1991, pp. 59–98, and are reproduced from Wooldridge, *op cit.*; they can be downloaded from http://www.stata.com/data/jwooldridge/eacsap/recid.dta.

Tserved = مدة السجن المنقضية ، بتقريبها إلى شهور

Follow = طول فترة المتابعة ، أشهر

Durat = أقصى وقت حتى إعادة الإعتقال

Cens = 1 إذا كانت المدة مراقبة من الجانب الأيمن duration right censored

المتغير الذي نهتم به في هذه الدراسة هو *Durat* ، الحد الأقصى للوقت الذي ينقضي حتى يرتكب أحد المدانين الذين تم اطلاق سراحهم جريمة ويعود إلى السجن . نريد معرفة كيفية ارتباط Durat بالمتغيرات المستقلة ، والتي تسمى أيضًا المتغيرات ذات التأثيرات المشتركة ، المذكورة أعلاه ، على الرغم من أننا قد لا ندرج كل هذه المتغيرات في التحليل بسبب علاقة الارتباط الخطي المتعدد بين بعض المتغيرات . انظر جدول [18.1] على موقع الويب المرفق .

قبل الإجابة على هذا السؤال ، من الضروري أن نعرف بعض المصطلحات المستخدمة في تحليل البقاء .

18.2 مصطلحات تحليل البقاء Terminology of survival analysis

الحدث **Event** : "يتكون الحدث من بعض التغييرات النوعية التي تحدث في وقت محدد من الزمن . . . يجب أن يتكون التغيير من اختلاف حاد نسبيًا بين ما يسبقه وما يليه" .[1] ومن الأمثلة الواضحة على ذلك الموت . بشكل أقل وضوحا ، ولكن رغم ذلك مهم ، فإن الأحداث هي التغييرات في الوظائف ، والترقيات ، والتسريح من العمل ، والتقاعد ، والإدانة والحبس ، والدخول في دار للرعاية الصحية أو دور المسنين ، وما إلى ذلك .

المدة الفاصلة **Duration spell** : هي المدة الزمنية قبل وقوع الحدث ، مثل الوقت الذي يعاد فيه تشغيل شخص عاطل عن العمل ، أو المدة التي تلي الطلاق بعد أن يتزوج الشخص ، أو المدة الزمنية بين ولادة الأطفال المتعاقبين ، أو المدة الزمنية قبل إعادة اعتقال السجين المفرج عنه .

التحليل الزمني المنفصل **Discrete time analysis** : تحدث بعض الأحداث فقط في أوقات منفصلة . على سبيل المثال ، تجري الانتخابات الرئاسية في الولايات

(1) Paul D. Allison, *Event History Analysis: Regression for Longitudinal Event Data*, A Sage University Paper, Sage Publications, California, 1984, p. 9.

المتحدة كل أربع سنوات ويتم إجراء تعداد السكان كل 10 سنوات . يتم نشر معدل البطالة في الولايات المتحدة مرة واحدة في الشهر . هناك أساليب متخصصة للتعامل مع مثل هذه الأحداث المنفصلة ، مثل تاريخ الأحداث المنفصلة زمنيا .

التحليل الزمني المستمر Continuous time analysis : على النقيض من التحليل الزمني المنفصل ، تحليل SA للزمن المستمر يتعامل مع الزمن على أنه مستمر . ويتم ذلك غالبًا من أجل الراحة الرياضية والإحصائية ، حيث يتم ملاحظة عدد قليل جدًا من الأحداث على مدار سلسلة زمنية متصلة . في بعض الحالات ، يمكن ملاحظة الأحداث في نافذة زمنية صغيرة ، مثل مزايا إعانة البطالة الأسبوعية . تختلف الأساليب الإحصائية المستخدمة في التعامل مع SA للزمن المتصل عن الأساليب المستخدمة للتعامل مع SA للزمن المنفصل . ومع ذلك ، لا توجد قواعد صارمة وسريعة حول أي منهج قد يكون مناسبًا في حالة معينة .

دالة التوزيع التراكمي (CDF) للزمن The cumulative distribution function (CDF) of time : افترض أن الشخص يدخل المستشفى ويفرض أن T يشير إلى الزمن (يقاس بالأيام أو الأسابيع) حتى الخروج من المستشفى . إذا عالجنا T كمتغير مستمر ، فإن توزيع T يعطى عن طريق CDF :

$$F(t) = \Pr(T \le t) \qquad (18.1)$$

الذي يعطي احتمال حدوث الحدث (الخروج من المستشفى) بالمدة t . إذا كان F(t) قابلاً للتفاضل ، يمكن التعبير عن دالة الكثافة الخاصة به كما يلي :

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = F'(t) \qquad (18.2)$$

دالة البقاء The survivor function $S(t)$: احتمال البقاء في الزمن الماضي t ، يعرّف على النحو التالي :

$$S(t) = 1 - F(t) = \Pr(T > t) \qquad (18.3)$$

دالة الخطر The hazard function : اعتبر الدالة التالية :

$$h(t) = \lim_{h\to 0} \frac{\Pr(t \le T \le t+h | T \ge t)}{h} \qquad (18.4)$$

حيث الصيغة في بسط هذه الدالة هي الاحتمال الشرطي لترك الحالة الأولية (مثل

الإقامة في المستشفى) في الفترة الزمنية $\{t, t+h\}$ ، مع الأخذ في الاعتبار البقاء حتى الزمن t . تُعرف المعادلة (18.4) بدالة الخطورة . تعطي هذه الدالة معدل لحظي لترك الحالة الأولية لكل وحدة من الزمن . الآن بتعريف الاحتمال الشرطي ،

$$\Pr(t \le T \le t+h | T \ge t) = \frac{\Pr(t \le T \le t+h)}{\Pr(T \ge t)} = \frac{F(t+h) - F(t)}{1 - F(t)} \qquad (18.5)$$

حيث إن :

$$\lim_{h\to 0} \frac{F(t+h) - F(t)}{h} = F'(t) = f(t) \qquad (18.6)$$

يمكننا أن نكتب

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{S(t)} \qquad (18.7)$$

بكلمات بسيطة ، دالة الخطر هي نسبة دالة الكثافة إلى دالة البقاء لتغير عشوائي . ببساطة ، تعطي احتمال أن شخص ما يفشل في الزمن t ، بمعلومية أنه قد ظل باقيا حتى هذه النقطة ، ويجب أن يفهم الفشل في سياق معين . بالمناسبة ، لاحظ أن معادلة (18.7) تُعرف أيضًا باسم دالة معدل الخطورة **hazard rate function** ، وسنستخدم المصطلحين «دالة الخطر» و«دالة معدل الخطورة» بالتبادل .

تعتبر معادلة (18.7) علاقة مهمة ، وذلك بغض النظر عن الشكل الدالي الذي نختاره لدالة الخطر $h(t)$ ، يمكننا أن نشتق CDF ، و F(t) ، منها .

السؤال الآن هو : كيف نختار $f(t)$ و $S(t)$ في الممارسة؟ ستجيب على هذا السؤال في القسم التالي . في الوقت نفسه ، نحتاج إلى النظر في بعض المشاكل الخاصة المرتبطة بـ SA .

1 - المراقبة Censoring : المشكلة التي نواجهها بشكل متكرر في SA هي أن البيانات تكون مراقبة أو ناقصة في كثير من الأحيان . افترض أننا نتابع 100 شخص عاطل عن العمل في الزمن t ثم نتتبعهم حتى فترة زمنية $(t+h)$. اعتماداً على القيمة التي نختارها لـ h ، لا يوجد ضمان بأن كل 100 شخص سيظلون عاطلين عن العمل في الزمن $(t+h)$ ؛ سيتم إعادة توظيف بعض منهم وانسحاب بعضهم من قوة

العمل . لذلك ، سيكون لدينا عينة مراقبة .

قد تكون عينتنا مراقبة من الجهة اليمنى لأننا نتوقف عن اتباع عينتنا من العاطلين عن العمل في الزمن $(t + h)$. يمكن أيضا أن تكون عينتنا مراقبة من الجهة اليسرى ، لأننا لا نعرف كم من 100 عاطل عن العمل كانوا في هذا الوضع قبل الزمن t . عند تقدير دالة الخطر يجب أن نأخذ في الاعتبار مشكلة المراقبة هذه . تذكر أننا واجهنا مشكلة مماثلة عندما ناقشنا نماذج الانحدار لعينة مراقبة أو مبتورة .

2 – دالة الخطر مع أو بدون المتغيرات المشتركة **covariates** (أو المتغيرات المستقلة) : في SA لا نركز اهتمامنا على تقدير دالة الخطر فقط ولكن أيضًا على محاولة معرفة ما إذا كانت تعتمد على بعض المتغيرات التفسيرية أو المتغيرات المشتركة . المتغيرات المشتركة لمثالنا التوضيحي كما هي موضحة في القسم 18.1 .

ولكن إذا أدخلنا المتغيرات المشتركة ، يجب علينا تحديد ما إذا كانت متغيرة أم ثابتة مع الزمن . إن النوع والدين هما متغيران مستقلان ثابتان عبر الزمن دائمًا ، ولكن التعليم ، وخبرة العمل ، وما إلى ذلك ، هما متغيران غير ثابتان مع الزمن . وهذا يعقد تحليل SA .

3 – الاعتماد على المدة **Duration dependence** : إذا لم تكن دالة الخطر ثابتة ، فهناك اعتماد على المدة . إذا كان $dh(t) / dt > 0$ ، فهناك اعتماد طردي على المدة . في هذه الحالة ، يكون احتمال الخروج من الحالة الأولية أكبر كلما طالت فترة بقاء الشخص في الحالة الأولية . على سبيل المثال ، كلما كان الشخص عاطلاً عن العمل لفترة أطول ، زادت احتمالية خروجه من حالة البطالة في حالة الاعتماد الطردي على المدة . والعكس هو الحال إذا كان هناك تبعية عكسية ؛ في هذه الحالة تكون $dh(t) / dt < 0$.

4 – عدم التجانس غير المشاهد **Unobserved heterogeneity** : بغض النظر عن عدد المتغيرات المشتركة التي ندرسها ، قد يكون هناك عدم تجانس جوهري بين الأفراد وقد نضطر إلى تفسير ذلك . تذكر أننا واجهنا وضعاً مماثلاً في نماذج انحدار بيانات البانل حيث قمنا بمراعاة عدم التجانس غير المرئي عن طريق إدراج متغيرات وهمية محددة حسب الفرد (القاطع) ، كما هو الحال في نماذج التأثيرات الثابتة .

مع هذه الأساسيات ، سنبين كيف يمكن إجراء تحليل البقاء .

18.3 نمذجة مدة معاودة ارتكاب جريمة

Modeling recidivism duration

هناك ثلاث طرق أساسية لتحليل بيانات البقاء : لا معلمية ، ومعلمية ، ومعلمية جزئيا ، والمعروف أيضا باسم شبه معلمي .[1] في الطريقة اللامعلمية لا نضع أي افتراض حول التوزيع الاحتمالي لزمن البقاء ، في حين في الطريقة المعلمية نفترض توزيع احتمالي ما .

تستخدم الطريقة اللامعلمية في تحليل جداول الحياة ، التي استخدمت منذ أكثر من 100 عام لوصف خبرة الوفيات البشرية . من الواضح أن الخبراء الاكتواريين والديموغرافيين مهتمون بجداول الحياة ، لكننا لن نتابع هذا الموضوع في هذا الفصل .[2] يتم استخدام الطريقة المعلمية بشكل كبير في البيانات المستمرة زمنيا .

هناك العديد من النماذج المعلمية التي تستخدم في تحليل المدة . يعتمد كل منها على توزيع احتمالي مفترض ، مثل التوزيع الأسي **exponential** ، توزيع وايبل **Weibull** ، التوزيع الطبيعي اللوغاريتمي **lognormal** ، التوزيع اللوجيستي **loglogistic** . وبما أن دالة الكثافة (الاحتمالية) لكل توزيع من هذه التوزيعات معروفة ، فيمكننا بسهولة استخلاص دوال المخاطر والبقاء المقابلة . نعرض الآن بعض هذه التوزيعات ونطبقها على مثالنا التوضيحي . في كل من التوزيعات التي نناقشها أدناه ، نفترض أنه يمكن تفسير h ، معدل الخطر ، من خلال واحد أو أكثر من المتغيرات المشتركة .

ولكن قبل أن نفكر في هذه النماذج ، فلماذا لا نستخدم نموذج الانحدار الخطي العادي التقليدي ، بإجراء انحدار Durat على المتغيرات التفسيرية المذكورة سابقاً ؟ السبب في أن منهجية الانحدار التقليدية قد لا تكون قابلة للتطبيق في تحليل البقاء هي : « . . . قد تكون توزيعات الزمن بالنسبة للحدث غير متماثلة مقارنة بالتوزيع الطبيعي

(1) كما يقول Mittelhammer وآخرون ، «إن النموذج شبه المعلمي هو نموذج يتم تعريف DSP [عملية معاينة البيانات] من حيث مكونين ؛ واحد يتم تحديده بالكامل بمجرد معرفة قيم عدد محدد من المعلمات (وهذا هو المكون المعلمي) ، في حين أن الآخر لا يمكن تعديله بشكل كامل من خلال قيم أي مجموعة منتهية من المعلمات (المكون اللامعلمي) » . انظر
Ron C. Mittelhammer, George G. Judge and Douglas J. Miller, *Econometric Foundations*, Cambridge University Press, New York, 2000, p. 15.

(2) للحصول على شرح موجز لتحليل جدول الحياة ، انظر: Hosmer and Lemeshow, *op cit.*, pp. 36–9

– فهي بالتأكيد غير متماثلة ، قد يكون الانحدار الثنائي ، والخطي غير متصدي لهذه الانتهاكات »[1] (ولكن انظر التمرين 18.1) .

18.4 التوزيع الاحتمالي الأسي Exponential probability distribution

افترض أن معدل الخطر $h(t)$ ثابت ويساوي h . بالنسبة لمثالنا ، فإن هذا يعني أن احتمال معاودة ارتكاب جريمة لا يعتمد على المدة (الزمن) في الحالة الأولية . ينطوي الخطر الثابت على CDF و PDF التاليين :

$$F(t) = 1 - e^{-ht} \tag{18.8}$$

$$f(t) = F'(t) = he^{-ht} \tag{18.9}$$

حيث :

$$S(t) = 1 - F(t)$$
$$= 1 - [1 - e^{-ht}] = e^{-ht} \tag{18.10}$$

التي تعطي دالة البقاء . ثم من معادلة(18.7) ، يترتب على ذلك :

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{he^{-ht}}{e^{-ht}} = h \tag{18.11}$$

أي أن دالة معدل الخطر ثابتة ، تساوي h (لا يوجد دليل سفلي للزمن هنا) . هذه هي خاصية عدم وجود ذاكرة للتوزيع الأسي .

الآن يمكننا دمج المتغيرات المستقلة أو ذات التأثير المشترك في نماذج المدة لنرى كيف تؤثر على دالة الخطر . باستخدام العديد من المتغيرات المستقلة المذكورة سابقاً ، نحصل على نتائج جدول [18.2] على أساس *Stata* (الإصدار 10) ؛ يتم إجراء تقدير دالة التوزيع الأسي بواسطة طرق ML .[2]

(1) انظر : Cleves *et al.*, *op cit.*, p. 2.

(2) لاحظ أننا لم ندرج جميع المتغيرات المذكورة في القسم 18.1 لتجنب مشكلة العلاقة الخطية المتداخلة .

جدول [18.2] معدل الخطر باستخدام التوزيع الأسي

Exponential regression — log relative-hazard form
No. of subjects = 1445 Number of obs = 1445
No. of failures = 552
Time at risk = 80013
LR chi2 (8) = 185.13
Log likelihood = -1647.3304 Prob > chi2 = 0.0000

	Haz. Ratio	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
black	1.627119	.1433317	5.53	0.000	1.369107	1.933753
alcohol	1.590821	.1671353	4.42	0.000	1.294769	1.954567
drugs	1.375137	.1345931	3.25	0.001	1.135099	1.665936
felon	.5477735	.0791362	–4.17	0.000	.4126947	.7270649
property	1.52315	.213146	3.01	0.003	1.157784	2.003816
priors	1.097332	.0145236	7.02	0.000	1.069233	1.126171
age	.9962639	.0005034	–7.41	0.000	.9952777	.997251
tserved	1.015066	.0016809	9.03	0.000	1.011777	1.018366

تفسير النتائج

قبل أن نفسر النتائج ، من المهم جدًا ملاحظة أن المعاملات الواردة في جدول [18.1] هي نسب الخطر أو نسب الخطر النسبي .

يتم التعبير عن هذه النسبة على أنها ($e^{\text{معامل الانحدار}}$) ، أي الرفع لأس معامل الانحدار في النموذج الموفق .

يُعطي الجدول نسبة الخطر لكل متغير مشترك ، خطأه القياسي ، وقيمة Z ، أو إحصاء Wald ، وهي نسبة المعامل المقدر مقسومًا على خطأه المعياري . تتبع هذه القيمة Z توزيعا طبيعيا مقاربًا وتستخدم لاختبار فرض العدم بأن معامل نسبة الخطر الحقيقي (أو نسبة المجتمع) هي صفر .

بناءً على الإحصاء Z ، يمكن ملاحظة أن المتغيرات black، alcohol، drugs، felon، property، priors، age، time served ذات معنوية كبيرة من الناحية الإحصائية . وتعتبر نسبة الإمكان (LR) التي تبلغ 185 أيضًا ذات معنوية كبيرة ، مما

يشير إلى أن التوفيق الكلي للنموذج جيد تمامًا . تذكر أنه في النموذج غير الخطي ، المكافيء لـ R^2 هي النسبة LR .

إن تفسير نسب الخطر يكون كالتالي :

1 – تشير نسبة الخطر لمتغير مشترك ما والتي تكون أكبر من 1 إلى زيادة خطر التعرض للحدث الذي نهتم به (إعادة الاعتقال في المثال الحالي) ، مع ثبات قيم جميع المتغيرات ذات التأثيرات المشتركة الأخرى . في مثالنا ، تشير نسبة الخطر بحوالي 1.63 إلى أن المدانين السود لديهم خطر متزايد لإعادة القبض عليهم مقارنة بالمدانين غير السود ، بحوالي 63% . وبالمثل ، فإن خطر إعادة الاعتقال هو أعلى بنسبة 59% بالنسبة للمدان مع مشكلة كحولية من المدان دون هذه المشكلة .

2 – تشير نسبة الخطر لمتغير مشترك ما والتي تكون أقل من 1 إلى انخفاض خطر التعرض للحدث الذي نهتم به (مرة أخرى إعادة الاعتقال في مثالنا) . وهكذا ، فإن معامل المتغير felon البالغ حوالي 0.55 يشير إلى أن المدانين بتهمة ارتكاب جناية قد قلصوا خطر إعادة الاعتقال (45%) مقارنة بالمدانين المتهمين بارتكاب جرائم أخرى ، مع ثبات قيم جميع المتغيرات الأخرى .[1]

3 – تشير نسبة معدل الخطر التي تساوي 1 إلى عدم وجود علاقة بين المتغير المحدد والخطر . وبالتالي ، فإن طول الفترة الزمنية التي تم قضائها في السجن لا تؤثر بشكل خاص على خطر إعادة الاعتقال .

سيلاحظ القارئ التشابه بين نسب المخاطر ونسب الأرجحية : مثل نسبة الأرجحية 1 ، فإن نسبة الخطر 1 يعني عدم وجود أي تأثير . نسبة الخطر 20 ، مثل نسبة الأرجحية 20 ، تعني أن المجموعة قيد النظر لديها 20 ضعفاً من خطر المجموعة المقارنة .

كذلك ضع في اعتبارك أنه كانت نسبة الخطر أقل ، كلما زاد احتمال البقاء في الزمن t ، والعكس صحيح .

(1) حيث إن العقوبة لجريمة جنائية أشد من بعض الجرائم الأخرى ، فإن المحكوم عليهم في جناية ، بعد الإفراج عنهم من السجن ، قد لا يرغبون في العودة إلى السجن ومواجهة عقاب آخر أشد .

بدلا من تقدير نسب المخاطر ، يمكننا تقدير معاملات معدل الخطر من خلال استدعاء أمر nohr (لا توجد نسب خطر) في *Stata* . وترد النتائج في جدول [18.3] .

يعني المعامل الموجب في هذا الجدول زيادة المخاطر والمعامل السالب يعني انخفاض المخاطر . وبالتالي ، فإن معامل الخطر البالغ 0.49 بالنسبة إلى السود يعني أن المدانين السود لديهم خطر متزايد لإعادة السجن . تفسير المعنى الحرفي لمعامل 0.49 يعني أن كونك مدانًا أسود يزيد من لوغاريتم الخطر بمقدار 0.49 .

قد تعتقد أن النتائج في الجدولين [18.2] و [18.3] غير قابلة للمقارنة . في الواقع ، ليسوا كذلك . لرؤية هذا ، خذ معامل المتغير أسود black وهو 0.4868107 من جدول [18.3] . إذا أخذنا اللوغاريتم العكسي لهذا المعامل ، فسوف نحصل على 1.630165 ، نسبة الخطر ، وهي تقريبا نفس النسبة في جدول [18.2] .

جدول [18.3] إعادة تقدير معاملات معدل الخطر

Exponential regression — log relative-hazard form
No. of subjects = 1445 Number of obs = 1445
No. of failures = 552
Time at risk = 80013
LR chi2 (8) = 185.13
Log likelihood = −1647.3304 Prob > chi2 = 0.0000

t	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
black	.4868107	.0880893	5.53	0.000	.314159	.6594625
alcohol	.4642503	.1050623	4.42	0.000	.258332	.6701687
drugs	.3185534	.0978762	3.25	0.001	.1267196	.5103871
felon	−.6018934	.1444689	−4.17	0.000	−.8850472	−.3187395
property	.4207805	.1399377	3.01	0.003	.1465078	.6950533
priors	.0928821	.0132354	7.02	0.000	.0669411	.118823
age	−.0037431	.0005053	−7.41	0.000	−.0047335	−.0027528
tserved	.0149535	.0016559	9.03	0.000	.0117079	.018199
_cons	−4.498082	.1713821	−26.25	0.000	−4.833985	−4.16218

لذلك ، الفرق بين الجدولين [18.2] و [18.3] هو فقط في الطريقة التي يتم بها عرض النتائج ، وليس في النتائج نفسها .

18.5 توزيع Weibull الاحتمالي

العيب الرئيسي للتوزيع الاحتمالي الأسي لنموذج معدل الخطر هو أنه يفترض معدل خطر ثابت – أي معدل مستقل عن الزمن . ولكن إذا لم يكن $h(t)$ ثابتًا ، فلدينا حالة الاعتماد على المدة – اعتمادًا طرديًا على المدة إذا زاد معدل الخطر مع المدة ، واعتمادًا عكسيًا على المدة إذا انخفض هذا المعدل مع المدة . في حالة الاعتماد الطردي على المدة ، يزداد احتمال ترك الحالة الأولية (مثل البطالة) كلما زاد طول البقاء في هذه الحالة ، بافتراض ثبات الأشياء الأخرى .

التوزيع الاحتمالي الذي يأخذ في الاعتبار الاعتماد على المدة هو توزيع Weibull الاحتمالي . بالنسبة لهذا التوزيع ، يمكن توضيح أن :

$$h(t) = \gamma\alpha t^{\alpha-1} \quad ; \quad \alpha > 0, \gamma > 0 \qquad (18.12)$$

$$S(t) = e^{-(ht)^{\alpha}} \qquad (18.13)$$

إذا كانت $\alpha = 1$ ، نحصل على التوزيع (الاحتمالي) الأسي مع $h = \gamma$ ، إذا كانت $\alpha > 1$ ، يزيد معدل الخطر بشكل رتيب ، ولكن إذا كانت $\alpha < 1$ ، فإنه يتناقص بشكل رتيب .

بتوفيق توزيع Weibull على مثالنا ، نحصل على النتائج في جدول [18.4] . في هذا الجدول p يمثل α . وبما أن هذه القيمة أقل من 1 وهي ذات معنوية إحصائية ، فإنها تشير إلى أن خطر إعادة السجن ينخفض مع مرور الزمن (الاعتماد عكسي على المدة) بحوالي 21% في الأسبوع .

جدول [18.4] تقدير دالة الخطر مع توزيع **Weibull** الاحتمالي

Weibull regression — log relative-hazard form
No. of subjects = 1445 Number of obs = 1445
No. of failures = 552
Time at risk = 80013
LR chi2 (8) = 170.11
Log likelihood = −1630.7151 Prob > chi2 = 0.0000

_t	Haz. Ratio	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
black	1.589062	.1400574	5.25	0.000	1.336956	1.888706
alcohol	1.558327	.1636645	4.22	0.000	1.268413	1.914506
drugs	1.357881	.1329336	3.12	0.002	1.120807	1.6451
felon	.5595468	.0806046	-4.03	0.000	.4219082	.7420871
property	1.504077	.2089878	2.94	0.003	1.145507	1.974888
priors	1.094469	.0145957	6.77	0.000	1.066233	1.123453
age	.9964393	.0005006	-7.10	0.000	.9954587	.9974209
tserved	1.014259	.0017029	8.43	0.000	1.010926	1.017602
/ln_p	−.2147974	.0388463	-5.53	0.000	−.2909347	−.13866
p	.8067049	.0313375			.7475645	.8705239
1/p	1.239611	.0481543			1.148733	1.337677

وبالتالي فإن هذه النتيجة تلقي بظلال من الشك على نتائج إعادة السجن على أساس التوزيع الاحتمالي الأسي ، على الرغم من أن معدلات الخطر الموضحة في هذا الجدول لا تختلف كثيرًا عن تلك المبينة في جدول [18.2] . ونظرًا لأن لوغاريتم نسبة الامكان القائمة على توزيع Weibull ، والتي تبلغ 1,630– أقل سالبية من لوغاريتم نسبة الامكان التي تبلغ 1,647– القائمة على التوزيع الأسي ، فإن توزيع Weibull يعطي توفيقا أفضل .

بالمناسبة ، إذا كنا نريد المعاملات بدلاً من نسب المخاطر فإن النتائج موضحة في جدول [18.5] .

مرة أخرى ، يكون الفرق بين الجدولين السابقين في الطريقة التي يتم بها عرض النتائج وليس النتائج نفسها .

جدول [18.5] معاملات معدل الخطر باستخدام **Weibull**

Weibull regression — log relative-hazard form
No. of subjects = 1445 Number of obs = 1445
No. of failures = 552
Time at risk = 80013
LR chi2 (8) = 170.11
Log likelihood = −1630.7151 Prob > chi2 = 0.0000

_t	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
black	.4631437	.0881384	5.25	0.000	.2903955	.6358918
alcohol	.4436129	.1050258	4.22	0.000	.2377662	.6494596
drugs	.3059252	.0978978	3.12	0.002	.114049	.4978014
felon	−.5806281	.1440534	−4.03	0.000	−.8629676	−.2982887
property	.4081794	.1389475	2.94	0.003	.1358473	.6805116
priors	.0902693	.0133359	6.77	0.000	.0641314	.1164072
age	−.003567	.0005024	−7.10	0.000	−.0045516	−.0025824
tserved	.0141578	.0016789	8.43	0.000	.0108672	.0174484
_cons	−3.723363	.2112758	−17.62	0.000	−4.137456	−3.30927
/ln_p	−.2147974	.0388463	−5.53	0.000	−.2909347	−.13866
p	.8067049	.0313375	.7475645	.8705239		
1/p	1.239611	.0481543	1.148733	1.337677		

18.6 نموذج الخطر المتناسب The proportional hazard model

النموذج الذي يحظى بشعبية كبيرة في تحليل البقاء هو نموذج الخطر المتناسب (PH) ، الذي اقترح أصلاً من قبل Cox .[1] يفترض نموذج PH أن معدل الخطر للفرد ith يمكن التعبير عنه على النحو التالي :

$$h(t|X_i) = h_0(t)e^{BX_i} \qquad (18.14)$$

تتكون دالة الخطر في نموذج PH من جزأين في شكل حاصل ضرب حدود : (1) $h_0(t)$ ، يطلق عليه خطر خط الأساس ، وهو دالة في زمن المدة ، و(2) جزء عبارة عن دالة في المتغيرات التفسيرية X (قد تمثل متغيرًا واحدًا أو أكثر غير الزمن) والمعلمات

(1) D. R. Cox, Regression models and life tables, *Journal of the Royal Statistical Society*, series B, vol. 34, 1972, pp. 187–220.

المرتبطة B (واحد أو أكثر من المعلمات ، اعتمادا على عدد المتغيرات التفسيرية) .

الميزة الكبيرة من PH هو أن نسبة الأخطار لأي شخصين ، مؤشرة بـ i و j تعتمد فقط على المتغيرات ذات التأثير المشترك أو المتغيرات المستقلة ولكن لا تعتمد على t ، الزمن ، كما يمكن رؤيته من التالي :

$$\frac{h(t|X_i)}{h(t|X_j)} = \frac{h_0(t)e^{BX_i}}{h_0(t)e^{BX_j}} = \frac{e^{BX_i}}{e^{BX_j}} = e^{B(X_i-X_j)} \qquad (18.15)$$

وهو ثابت ،[1] بافتراض أن المتغيرات المستقلة X_i و X_j لا يتغيران بمرور الزمن ، أي أن المتغيرات المشتركة تكون مستقلة عن الزمن .

السبب وراء الاستخدام الواسع لنموذج PH هو عدم تضمين الزمن بين المتغيرات التفسيرية ، ونتيجة لذلك يكون معدل الخطر متناسبًا مع معدل الخطر الأساسي لجميع الأفراد . يمكن التعبير عن هذا على النحو التالي :

$$\frac{h(t|X_i)}{h_0(t)} = e^{BX_i} \qquad (18.16)$$

هناك سبب آخر لانتشار نموذج PH وهو أنه يمكننا الحصول على تقديرات ثابتة لمعلمات المتغيرات المشتركة دون تقدير معلمات دالة خط الأساس للخطر . يمكن تحقيق ذلك من خلال طريقة الامكان الجزئي . لن ندخل في التفاصيل الرياضية لهذه الطريقة ، لأنها معقدة إلى حد ما ، ولكن الحزم الإحصائية الحديثة تفعل ذلك بسهولة .

عودة إلى مثالنا التوضيحي ، يمكننا تقدير نموذج PH باستدعاء الأمر stcox في *Stata* (جدول [18.6]) .

بدلاً من نسب الخطورة ، إذا كنا نهتم بمعاملات الانحدار تكون النتائج كما هو موضح في جدول[18.7] . لاحظ أن نموذج Cox PH لا يحتوي على قاطع . هذا لأن القاطع يتم امتصاصه في خطر خط الأساس $h_0(t)$.

والإحصاء Z المذكورة في الجدولين السابقين هي إحصائية Wald لاختبار فرض العدم بأن المعامل تحت الاعتبار يساوي صفر .

(1) ما يقوله هذا هو أن نسبة الاحتمال الشرطي للفرد i الذي ترك الحالة الحالية إلى احتمال أن الفرد j يفعل ذلك يفترض أن يكون هو نفسه لكل t .

جدول [18.6] تقدير Cox PH لمعاودة الاعتقال

Cox regression — Breslow method for ties
No. of subjects = 1445 Number of obs = 1445
No. of failures = 552
Time at risk = 80013
LR chi2 (8) = 161.02
Log likelihood = −3813.6724 Prob > chi2 = 0.0000

_t	Haz. Ratio	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
black	1.555061	.1371039	5.01	0.000	1.308279	1.848395
alcohol	1.534183	.1611062	4.08	0.000	1.248796	1.884789
drugs	1.349457	.1321232	3.06	0.002	1.113831	1.634929
felon	.5635607	.0813093	−3.97	0.000	.4247478	.7477394
property	1.520469	.210447	3.03	0.002	1.159213	1.994305
priors	1.092879	.0146367	6.63	0.000	1.064564	1.121946
age	.9965673	.0004983	−6.88	0.000	.9955911	.9975445
tserved	1.013744	.0017088	8.10	0.000	1.0104	1.017098

تحت هذا الفرض ، يتبع Z توزيع طبيعي معياري بشكل مقارب . كما نرى من هذه الجداول ، يكون كل معامل انحدار مرتفع المعنوية بشكل فردي . إن قيمة p المذكورة في هذه الجداول هي قيمة p ذات الجانبين لفرض العدم . إن إحصاءات LR هي مقياس شامل لجودة توفيق النموذج المقدر ، وهو ما يعادل R^2 في نموذج الانحدار الخطي؛ هذه القيمة في المثال الحالي معنوية للغاية .

تفسير النتائج

تأخذ نسبة الخطر 0.997 (تقريبًا 1) للعمر . وهذا يعني أنه إذا زاد العمر بمقدار سنة ، فإن خطر إعادة الاعتقال يقل بنسبة 1% ، مع افتراض ثبات باقي المتغيرات . يشير معامل 1.555 للأشخاص السود إلى أن خطر إعادة الاعتقال أعلى بالنسبة للسود بحوالي 55.5% مقارنة بالآخرين . يجب تفسير المعاملات الأخرى بطريقة مشابهة .

جدول [18.7] معاملات نموذج Cox PH

failure _d: fail
analysis time _t: durat
Iteration 0: log likelihood = −3813.6724
Cox regression — Breslow method for ties
No. of subjects = 1445 Number of obs = 1445
No. of failures = 552
Time at risk = 80013
LR chi2 (8) = 161.02
Log likelihood = −3813.6724 Prob > chi2 = 0.0000

_t	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. interval]	
black	.4415151	.0881662	5.01	0.000	.2687125	.6143177
alcohol	.4279981	.1050111	4.08	0.000	.2221801	.633816
drugs	.2997025	.0979084	3.06	0.002	.1078056	.4915995
felon	−.5734302	.1442779	−3.97	0.000	−.8562596	−.2907008
property	.4190185	.1384093	3.03	0.002	.1477413	.6902958
priors	.0888153	.0133928	6.63	0.000	.0625658	.1150647
age	−.0034386	.0005	−6.88	0.000	−.0044187	−.0024585
tserved	.0136502	.0016856	8.10	0.000	.0103464	.016954

على الرغم من كونه شائعًا جدًا ، إلا أن نموذج Cox's PH يصبح معقدًا بعض الشيء إذا كانت بعض المتغيرات المستقلة المدرجة في النموذج متغيرة عبر الزمن . وبالتالي ، إذا كان لدينا معلومات عن حالة العمل السابقة للمسجونين في مثالنا الذي تم رصده ، على سبيل المثال ، أسبوعيا ، فسيكون لدينا متغير مستقل يتغير عبر الزمن . على الرغم من توافر طرق للتعامل مع هذه المشكلة ، فإننا لن نتابع هذا الموضوع في ضوء الطبيعة التمهيدية لتحليل البقاء في هذا الفصل . يُنصح القارئ بالرجوع للمراجع لمزيد من الدراسة .[1]

ويمكن إضافة أن هناك اختبارات على ملاءمة نموذج PH ، ولكننا نحث القارئ مرة أخرى على الرجوع إلى مراجع هذه الاختبارات . البديل لنموذج PH هو نموذج زمن الفشل المعجل **accelerated failure time model (AFT)** . مرة أخرى ، ينصح القارئ بالرجوع إلى المراجع .

(1) لمناقشة بدائية ، انظر : Paul Allison, *op cit.*, pp. 36–8.

18.7 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

كان الهدف الأساسي من هذا الفصل هو تعريف القارئ بعض المفاهيم الأساسية في تحليل البقاء . بما أن الكتب والمقالات المتخصصة قد كتبت حول هذا الموضوع ، لا يمكننا مناقشة جميع تفاصيل جميع نماذج SA .

ناقشنا في هذا الفصل ثلاثة نماذج SA ، وهي الأسية ، وايبل Weibull ونموذج المخاطر التناسبية . باستخدام البيانات على معاودة السجن ، أوضحنا مخرجات هذه النماذج وكيفية تفسير المخرجات . أبسط هذه النماذج هو النموذج الأسي أو الخطر الثابت . لكن هذا النموذج هو حالة خاصة من نموذج ويبل . ويمكن تقدير نموذج الخطر النسبي ، الذي يحظى بشعبية كبيرة في العديد من المجالات ، دون تقدير نموذج خطر خط الأساس . ومن عيوب نموذج PH أنه يفترض أن المتغيرات ذات التأثير المشترك ثابتة مع الزمن . ومع ذلك ، يمكن توسيع نموذج PH ليأخذ في الاعتبار المتغيرات المشتركة المتغيرة مع الزمن . أيضا ، يمكن اختبار افتراض التناسب لنموذج PH بشكل واضح .

كما لاحظنا ، لم نناقش جميع نماذج المخاطر . في جدول [18.8] ، نعطي السمات البارزة للنماذج الأسية و Weibull ، إلى جانب نماذج الطبيعي اللوغاريتمي واللوجيستي ، التي لم نناقشها في هذا الفصل . ولكن يمكن تقديرها بسهولة بمساعدة حزم مثل *Stata* .

كذلك لاحظ أنه عند $\alpha = 1$ ، يقلل توزيع Weibull إلى التوزيع الأسي مع $h = \gamma$

جدول [18.8] الخصنص البارزة لبعض نماذج المدة

Probability distribution	Hazard function	Survival function
Exponential	$h(t) = h$	$S(t) = e^{-ht}$
Weibull	$h(t) = \gamma\alpha t^{\alpha-1}$	$S(t) = e^{-(ht)^{\alpha}}$
Lognormal	$f(t) = (p/t)\phi[p\ln(ht)]$	$S(t) = \Phi[-p\ln(ht)]$*
Loglogistic	$h(t) = \dfrac{\gamma\alpha(ht)^{\alpha-1}}{1+\gamma t^{\alpha}}$ $\alpha > 0, \gamma > 0$	$S(t) = \dfrac{1}{1+(\gamma t)^{\alpha}}$**

ملاحظة : * ln(t) يتوزع توزيعا طبيعيا بمتوسط $-\ln h$ وانحراف معياري $(1/p)$

** ln(t) له توزيع لوجستي بمتوسط $\ln h$ – وتباين $(\pi^2/3p^2)$ ، حيث ln هي اللوغاريتم الطبيعي .

تطبيقات Exercise

18.1 باستخدام Durat كمتغير تابع ، قدر انحدار OLS فيما يتعلق بالمتغيرات المستقلة الواردة في جدول [18.1] وفسر النتائج الخاصة بك . كيف تتم مقارنة هذه النتائج مع تلك التي تم الحصول عليها من النماذج الأسية ووايبل Weibull و PH؟

18.2 أي من المتغيرات المستقلة الواردة في القسم 18.1 هي متغيرات غير ثابتة عبر الزمن وأيها ثابتة عبر الزمن؟ لنفترض أنك تعامل جميع المتغيرات المستقلة على أنها ثابتة عبر الزمن . قدر نماذج البقاء الأسية و Weibull و PH . علق على نتائجك .

18.3 يعرض كتاب Kleinbaum المذكور في هذا الفصل العديد من مجموعات البيانات عن تحليل البقاء في الملحق B . احصل على واحدة أو أكثر من مجموعات البيانات هذه وقدر نموذج (نماذج) SA الملائمة بحيث يوفر لك الراحة في التعامل مع نماذج المدة .

18.4 يقدم كتاب Klein و Moeschberger العديد من مجموعات البيانات من مجالات البيولوجيا والصحة.[1] ويمكن الوصول إلى هذه البيانات من موقع الكتاب على الإنترنت. اختر مجموعة بيانات أو أكثر من هذا الكتاب وقدر دالة الخطر باستخدام واحد أو أكثر من توزيعات الاحتمال التي تمت مناقشتها في هذا الفصل.

(1) Joseph P. Klein and Melvin L. Moeschberger, *Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data* (Statistics for Biology and Health), Springer, New York, 2000.

الفصل التاسع عشر

19 المتغيرات المستقلة العشوائية وطريقة المتغيرات الأداة

Stochastic regressors and the method of instrumental variables

ذات مرة سألت طلابي عما إذا كانت العبارات التالية صحيحة أم خاطئة أم غير مؤكدة :

A . المزيد من التعليم يؤدي إلى ارتفاع المكاسب .

B . كلما ارتفعت نسبة كبار السن في السكان ارتفع معدل الفقر .

C . المزيد من المناطق التعليمية في المجتمع تعني منافسة أكبر ومدارس أفضل .

D . زيادة المساعدات المالية يعني أن المزيد من الطلاب سيذهبون إلى الجامعة

E . الدرجة الأعلى في الجزء الشفهي من SAT ينطوي على درجة أعلى في جزء الرياضيات من SAT .

F . أن يكون أحد قدامى المحاربين في الحرب يؤدي إلى ارتفاع المكاسب على مدى العمر .

G . تحصل النساء في المتوسط على أجر أقل من الرجال بسبب التمييز بين الجنسين .

H . يعتمد تقدير درجة الطالب في امتحان الاقتصاد القياسي على جهده .

I . زيادة المعروض من النقود يؤدي إلى ارتفاع التضخم .

J . مشاهدة التلفزيون يؤدي إلى التوحد .

على الرغم من وجود عدد قليل من الطلاب في صفي الدراسي الذين ظنوا أن بعض هذه العبارات كان صحيحا ، قال معظمهم أن « ذلك يعتمد على . . . »

خذ العبارة A . هل هو التعليم الرسمي في حد ذاته أو التعليم والقدرة الفطرية التي تحدد المكاسب المستقبلية؟ لذا ، إذا لم نأخذ بعين الاعتبار قدرة الطالب ، فقد نكون مضخمّين من مساهمة التعليم في تحقيق المكاسب . وبالتالي ، في انحدار المكاسب على التعليم (وفقًا لسنوات الدراسة) ، من المرجح أن يرتبط التعليم المتغير بحد خطأ

الانحدار ، لأن حد الخطأ هذا قد يتضمن متغير القدرة . في هذه الحالة نقول أن التعليم هو متغير مستقل داخلي ، أو أكثر رسمية ، متغير مستقل عشوائي . كما نعرض أدناه ، سيؤدي ذلك إلى جعل نتائج الانحدار المعتادة لـ OLS موضع شك .

كقضية أخرى ، انظر في العبارة «D» . بالنسبة للعديد من الطلاب ، قد تكون المساعدات المالية العالية شرطًا ضروريًا للتعليم العالي ، ولكنها قد لا تكون كافية ، لأن هناك مجموعة متنوعة من العوامل التي تدخل في اتخاذ القرار بالذهاب إلى الكلية . لذلك انحدار قرار الذهاب إلى الكلية (عبر نموذج logit أو probit) على المساعدات المالية قد يبالغ في تأثير هذا الأخير لأنه لا يأخذ في الاعتبار المتغيرات المحذوفة من هذا الانحدار ، والتي قد تكون مرتبطة بشكل قوي جدا مع المساعدات المالية . وبالتالي ، قد تكون المساعدات المالية متغيرًا مستقلًا عشوائيًا .

النقطة الرئيسية لجميع العبارات السابقة ومثلها الكثير هي أنه إذا كان لدينا متغيرات مستقلة عشوائية فإنها قد تكون مرتبطة مع حد الخطأ (للانحدار) ، والذي قد يجعل تقدير OLS القياسي غير قابل للتطبيق ، أو على الأقل غير موثوق به . في بقية هذا الفصل ، ندرس هذه المشكلة بشكل رسمي أكثر ، ثم نفكر في بعض التطبيقات .

19.1 مشكلة التجانس The problem of endogeneity

الافتراض الحاسم لنموذج CLRM الذي ذكر في المعادلة (1.8) هو أن القيمة المتوقعة لحد الخطأ u_i ، في ضوء قيم المتغيرات المستقلة ، هي صفر . بالرموز ،

$$E(u_i \mid X_i) = 0 \qquad (19.1) = (1.8)$$

وبعبارة أخرى ، يحدد هذا الافتراض أن العوامل غير المرصودة التي يمثلها حد الخطأ u_i لا ترتبط بشكل منتظم بالمتغيرات المستقلة أو أن المتغيرات المستقلة هي متغيرات خارجية فعلاً . لاحظ أن X قد تحتوي على واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة .

مع ما ذكر إضافة إلى الافتراضات الأخرى المقدمة في الفصل الأول ، تمكنا من إثبات أن مقدراتOLS هي أفضل مقدرات خطية غير متحيزة (BLUE) ومع الافتراض الإضافي بأن حد الخطأ يتم توزيعه بشكل طبيعي ، فقد تمكنا من إظهار أن مقدرات OLS تتبع التوزيع الطبيعي بشكل فردي بالمتوسط والتباينات الواردة في ذلك الفصل .

ولكن ماذا يحدث إذا فشل الافتراض (19.1) - أي ، هناك علاقة ارتباط بين حد

الخطأ وبين واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة ؟ وبعبارة أخرى ، ماذا يحدث إذا كان X متغيرًا تصادفيًا أو عشوائيًا ويرتبط مع حد الخطأ؟ هذا هو المعروف باسم حالة متغير مستقل داخلي – أي ، الحالة التي ترتبط فيها المتغيرات المستقلة العشوائية مع حد الخطأ .

لإعطاء مثال واقعي ، أنظر في الانحدار التالي لمعدل الجريمة على الإنفاق على الشرطة لـ 50 ولاية في الولايات المتحدة الأمريكية لعام 1992 في جدول **[19.1]** ، والتي يمكن العثور عليها على الموقع الالكتروني المرفق .

باستخدام هذه البيانات ، حصلنا على نتائج الانحدار في جدول [19.2] . من خلال الحكم باستخدام المعايير المعتادة ، يبدو هذا الانحدار مثيرًا للدهشة . تشير النتائج إلى أن زيادة الإنفاق على الشرطة يؤدي إلى ارتفاع معدلات الجريمة ! إذا كان هذا صحيحًا ، فهو في الواقع أخبار سيئة . بالطبع ، يجب أن نكون متشككين في هذه النتائج لأنها غير منطقية . يبدو أن بعض المتغيرات التفسيرية التي تنتمي إلى هذا الانحدار قد تم استبعادها ومتغير الإنفاق على الشرطة قد يكون مرتبطاً ارتباطا قويا مع هذه المتغيرات المستبعدة .

جدول [19.2] انحدار معدل الجريمة

Dependent Variable: CRIME
Method: Least Squares
Sample: 1 50
Included observations: 50

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3251.679	430.7541	7.548806	0.0000
POLICE EXPENDITURE	6.743354	1.490629	4.523839	0.0000

R-squared 0.298913 Mean dependent var 5085.200

ملاحظة : معدل الجريمة لكل **100,000** من السكان[1]

في كتابهم الشهير الآن ، يجادل Steven Levitt Stephen Dubner ، Freakonomics بأن لإنشاء السببية بين الجريمة والشرطة

. . . نحن بحاجة إلى سيناريو يتم فيه توظيف المزيد من الشرطة لأسباب لا

(1) فئات الجريمة هي : الاعتداء بسلاح قاتل ، والحرق ، والسطو ، والقتل ، والسرقة ، والإيذاء الجنسي ، والسيارات المسروقة ، والسرقة من السيارات .

علاقة لها بارتفاع الجريمة . إذا وزعت ، على سبيل المثال ، الشرطة عشوائياً في بعض المدن دون غيرها ، يمكن أن ننظر إذا ما انخفضت الجريمة في المدن التي وجدت فيها الشرطة .[1]

يشير Levitt and Dubner إلى أنه خلال الأشهر التي تسبق يوم الانتخابات ، يحافظ رؤساء البلديات على القانون والنظام عن طريق توظيف المزيد من الشرطة ، حتى عندما لا يبدو معدل الجريمة مرتفعا .

الهدف من كل هذه المناقشة هو أنه في حالة ما إذا كانت X تسبب Y فإن ذلك قد يعتمد بشكل كبير على متغير آخر Z والذي قد يسبب Y بشكل غير مباشر من خلال تأثيره على X ، على الرغم من أن Z قد لا يكون لها أي علاقة مباشرة مع Y . لذلك ، في انحدار Y على X ، إذا لم نأخذ في اعتبارنا تأثير Z على X ونحيله إلى خطأ المعادلة u_i ، فمن المحتم أن يكون هناك ارتباط بين X وحد الخطأ . وبعبارة أخرى ، إن المتغير المستقل X هو متغير عشوائي ، والذي ينتهك الافتراض في معادلة (19.1) . يتم توضيح هذا مع رسم المسار ، حيث يشير السهم إلى اتجاه الربط بين المتغيرات (شكل 19.1) .[2] في شكل 19.1(a) لا يوجد سهم بين X و u (بمعنى عدم وجود ارتباط) ، والذي يمثل افتراض OLS الكلاسيكي . هنا ، سينتج انحدار OLS لـ X على Y قيمًا متسقة لمعاملات الانحدار . يوضح شكل 19.1(b) وجود علاقة بين المتغير المستقل وحد الخطأ ، وهي حالة المتغير المستقل العشوائي . في هذه الحالة ، كما نوضح أدناه ، سيؤدي انحدار Y على X إلى انتاج تقديرات غير متسقة لمعاملات الانحدار ، حتى في العينات الكبيرة . في شكل 19.1(c) ، لا تؤثر التغييرات في Z على Y بشكل مباشر ولكن بشكل غير مباشر من خلال X . كما سنوضح قريبًا ، Z تسمى متغير أداتي **instrumental variable (IV)** ، أو مجرد أداة وتظهر كيف يمكّننا هذا المتغير (المتغيرات) من الحصول على تقديرات متسقة لمعاملات المتغير المستقل .

(1) Steven D. Levitt and Stephen J. Dubner, *Freakonomics*, William Morrow, New York, 2005, p. 126.

(2) تم اقتباس هذا الشكل من :
A. Colin Cameron and Pravin K. Trivedi, *Microeconometrics Using Stata*, Stata Press, College Station, Texas, pp. 172–3.

$X \rightarrow Y$, $u \nearrow$ (a)

$X \rightarrow Y$, $u \uparrow \nearrow$ (b)

$Z \rightarrow X \rightarrow Y$, $u \uparrow \nearrow$ (c)

شكل 19.1 العلاقات بين المتغيرات

ناقش أولاً حالة المتغير المستقل العشوائي ونشير إلى عواقبه في تقدير OLS ، ثم نبين كيف يمكن استخدام طريقة المتغير الأداتي (IV) في حالة عدم القدرة على الاعتماد على OLS .

19.2 مشكلة المتغيرات المستقلة العشوائية

The problem with stochastic regressors

لتفسير الأفكار الأساسية دون اللجوء إلى جبر المصفوفات ، سننظر في الانحدار الخطي ذو المتغيرين :

$$Y_i = B_1 + B_2X_i + u_i \qquad (19.2)$$

نفترض أن المتغير المستقل X_iX_i عشوائي . نميز الآن ثلاث حالات .[1]

1 – يتم توزيع X و u بشكل مستقل : في هذه الحالة لجميع الأغراض العملية يمكننا الاستمرار في استخدام OLS . كما يلاحظ Greene :

الاستنتاج إذن ، هو أن النتائج المهمة التي حصلنا عليها حتى الآن من مقدر المربعات الصغرى ، غير متحيزة ، وتظل نظرية جاوس – ماركوف باقية سواء ما إذا كنا نعتبر X على أنه عشوائي أم لا .[2]

2 – أن يكون X و u غير مرتبطين في نفس الوقت : هذا شرط أضعف من #1 . في هذه الحالة ، تظل نتائج OLS الكلاسيكية باقية فقط بشكل مقارب – وهذا يعني في العينات الكبيرة (انظر ملحق 19A.1) .

(1) تتبع المناقشة التالية :
Jan Kmenta, *Elements of Econometrics*, 2nd edn, Macmillan Publishing Company, New York, 1986, pp. 334–41; William H. Greene, *Econometric Analysis*, 6th edn, Pearson/Prentice-Hall, 2008; and Russell Davidson and James G. MacKinnon, *Econometric Theory and Methods*, 2nd edn, Oxford University Press, New York, 2004.

(2) Greene op cit., p. 50.

3 – أن لا يكون X و u موزعين بشكل مستقل أو مرتبطان بشكل آني : في هذه الحالة الأكثر خطورة ، لا تكون مقدرات OLS متحيزة فقط ، ولكنها غير متسقة أيضًا . وبشكل بديهي ، فإن السبب في ذلك هو :

. . . تم تصميم طريقة تقدير المربعات الصغرى بطريقة يمكن بها دائمًا تقسيم الاختلاف الكلي في Y أي [TSS] إلى جزئين ، أحدهما يمثل الاختلاف بسبب المتغيرات التفسيرية [ESS] والأخر يمثل الاختلاف بسبب عوامل أخرى . ولكن عندما يكون المتغير التفسيري والعشوائية مرتبطين ، فإن هذا التقسيم يكون غير صالح لأنه لا يسمح بتأثير مشترك لـ X وε[=u] على Y.[1]

يمكن عرض هذا بسهولة في حالة الانحدار ذو متغيرين . مقدر OLS لـ B_2 في معادلة(19.2) يعطى على النحو التالي

$$b_2 = \frac{\Sigma x_i y_i}{\Sigma x_i^2} = \frac{\Sigma x_i Y_i}{\Sigma x_i^2} \qquad (19.3)$$

حيث : $x_i = (X_i - \bar{X})$ ، $y_i = (Y_i - \bar{Y})$

الآن نعوض بمعادلة(19.2) في الجانب الأيمن من معادلة(19.3) ، نحصل على

$$b_2 = \frac{\Sigma x_i (B_1 + B_2 X_i + u_i)}{\Sigma x_i^2}$$

$$= B_1 \frac{\Sigma x_i}{\Sigma x_i^2} + B_2 \frac{\Sigma x_i X_i}{\Sigma x_i^2} + \frac{\Sigma x_i u_i}{\Sigma x_i^2}$$

$$= B_2 + \frac{\Sigma x_i u_i}{\Sigma x_i^2} \qquad (19.4)$$

حيث يتم استخدام حقيقة أن $\Sigma x_i = 0$ ، لأن مجموع انحرافات متغير عشوائي عن قيمته المتوسطة دائمًا ما يكون مساويًا للصفر ، وأيضاً لأن $\Sigma x_i X_i / \Sigma x_i^2 = 1$ (انظر التمرين 19.1) .

الآن إذا حاولنا أخذ توقعات المعادلة السابقة على كلا الجانبين ، فإننا نواجه مشكلة ،

$$E\left(\frac{\Sigma x_i u_i}{\Sigma x_i^2}\right) \neq \frac{E(\Sigma x_i u_i)}{E(\Sigma x_i^2)} \qquad (19.5)$$

(1) Kmenta, *op cit.*, p. 340

لأن مشغل التوقع E، ، هو مشغل خطي . علاوة على ذلك ، فإن توقع حاصل ضرب x_i و u_i لا يساوي حاصل ضرب التوقعات ، لأنها ليست مستقلة .[1]

أفضل ما يمكننا فعله هو أن نرى ما ستكون عليه b_2 مع زيادة حجم العينة إلى ما لا نهاية . يمكننا القيام بذلك عن طريق استخدام مفهوم حدود الاحتمال ، أو plim اختصارًا ، وهو الإجراء القياسي لمعرفة ما إذا كان المُقدِّر متسقًا ؛ وهذا يعني ، إذا اقترب من قيمته الحقيقية (للمجتمع) مع زيادة حجم العينة إلى ما لا نهاية . لذا فإننا نتابع كما يلي :

$$plim(b_2) = plim\left[B_2 + \frac{\Sigma x_i u_i}{\Sigma x_i^2}\right]$$

$$= B_2 + plim\left[\frac{\frac{1}{n}\Sigma x_i u_i}{\frac{1}{n}\Sigma x_i^2}\right]$$

$$= B_2 + \frac{plim(\frac{1}{n}\Sigma x_i u_i)}{plim(\frac{1}{n}\Sigma x_i^2)}$$

$$= B_2 + \frac{Population\ cov(X_i, u_i)}{Population\ var(X_i)} \qquad (19.6)$$

حيث يتم استخدام خصائص plim ،[2] و n هو حجم العينة ، و cov تعني التغاير و var تعني التباين .

نتيجة لذلك ، نحصل على :

$$b_2 - B_2 = \frac{cov(X_i, u_i)}{var(X_i)} \qquad (19.7)$$

قد يُطلق على هذا التحيز (المقارب) .

الآن إذا كان التغاير بين المتغير المستقل وحد الخطأ موجبًا ، فإن b_2 سوف يبالغ في

(1) تذكر أن : E (XY) = E (X) E (Y) فقط إذا كانت X و Y مستقلة.

(2) هذه الخصائص هي :

$plim(X+Y) = plimX + plimY$; $plim(XY) = plimX.plimY$; $plim(X/Y) = plimX / plimY$, و plim للثابت يكون الثابت نفسه .

تقدير B_2 الحقيقي ، وهو تحيز موجب . من ناحية أخرى ، إذا كان حد التغاير سالبًا ، سيقلل b_2 من تقدير B_2 ، وهو تحيز سالب . ولن يختفي التحيز الموجب أو السالب بغض النظر عن حجم العينة .

النتيجة النهائية للمناقشة السابقة هي أنه إذا كان المتغير المستقل والخطأ مرتبطين ، فإن مقدر *OLS* يكون متحيزا وكذلك غير متسق . الآن حتى لو كان متغير مستقل واحد في الانحدار المتعدد مرتبطًا بحد الخطأ ، فإن مقدرات *OLS* لكل المعاملات تكون غير متسقة.[1]

19.3 أسباب الارتباط بين المتغيرات المستقلة وحد الخطأ

توجد أربعة أسباب قد يعزو إليها الارتباط بين المتغير (المتغيرات) المستقلة مع حد الخطأ :

1. أخطاء القياس في المتغير (المتغيرات) المستقلة
2. إغفال تحيز المتغير
3. تحيز المعادلة الآنية
4. نموذج الانحدار الديناميكي مع ارتباط تسلسلي في حد الخطأ .

من المهم أن ندرس مصادر الارتباط هذه بين المتغير (المتغيرات) المستقلة وحد الخطأ حتى نعرف بشكل كامل أهمية طريقة المتغيرات الأداة .

أخطاء القياس في المتغير (المتغيرات) المستقلة

لاحظنا في فصل 7 ، أنه في حالة وجود أخطاء في القياس في المتغير (المتغيرات) المستقلة ، فإن مقدرات OLS تكون متحيزة وغير متسقة . للحصول على لمحة عن هذا ، فإننا نعتبر فرضية الدخل الدائم المشهورة (PIH) للحائز على جائزة نوبل Milton Friedman ، والتي يمكن تفسيرها على النحو التالي :

$$Y_i = B_1 + B_2 X_i^* + u_i \; ; \quad 0 < B_2 < 1 \qquad (19.8)$$

حيث Y = الإنفاق الاستهلاكي الحالي ، أو المشاهد ، X_i^* = الدخل الدائم و u_i = حد العشوائية ، أو الخطأ . يمثل B_2 هنا الميل الحدي للاستهلاك (MPC) ، أي

(1) تذكر أنه في انحدارات المتعددة ، تكون حدود الضرب المتقاطعة للمتغيرات المستقلة مدرجة في حساب معاملات الانحدار الجزئي . لذلك قد يؤثر خطأ في متغير مستقل على معاملات المتغيرات المستقلة الأخرى في النموذج .

الزيادة في الإنفاق الاستهلاكي عند زيادة إضافية في الدخل الدائم مقدارها دولارا واحدا ، أي متوسط مستوى الدخل الذي تتوقع أن يكون في المستقبل .[1]

بالطبع ، ليس لدينا مقاييس متاحة بسهولة للدخل الدائم . لذا بدلاً من استخدام الدخل الدائم ، نستخدم الدخل المشاهد أو الحالي X_i ، والذي قد يحتوي على أخطاء في القياس ، مثلاً w_i . لذلك ، يمكننا أن نكتب

$$X_i = X_i^* + w_i \qquad (19.9)$$

أي أن الدخل الحالي مساوٍ للدخل الدائم بالإضافة إلى أخطاء القياس .

لذلك ، بدلاً من تقدير معادلة(19.8) ، نقدر

$$\begin{aligned} Y_i &= B_1 + B_2(X_i - w_i) + u_i \\ &= B_1 + B_2 X_i + (u_i - B_2 w_i) \\ &= B_1 + B_2 X_i + v_i \end{aligned} \qquad (19.10)$$

حيث $v_i = u_i - B_2 w_i$ ، مركب من أخطاء المعادلة والقياس .

الآن حتى لو افترضنا أن w_i له متوسط صفر ، وغير مرتبط بشكل تسلسلي ، وغير قابل للارتباط مع u_i ، لم يعد بإمكاننا الإبقاء على أن حد الخطأ المركب v_i مستقل عن المتغير المستقل X_i لأن (بافتراض $E(v_i) = 0$) يمكن أن توضيح أنه (انظر التمرين 19.2)

$$cov(v_i, X_i) = -B_2 \sigma_w^2 \qquad (19.11)$$

تظهر هذه النتيجة أنه في الانحدار (19.10) ، يرتبط المتغير المستقل X_i مع حد الخطأ v_i ، مما ينتهك الافتراض الحاسم لـ CLRM بأن حد الخطأ والمتغير (المتغيرات) المستقلة غير مرتبطين .

وكنتيجة لذلك ، يمكن إظهار أن تقدير OLS لـ B_2 في معادلة(19.8) ليس فقط متحيزًا ولكنه أيضًا غير متسق . يمكن إثبات أن (انظر تمرين 19.3)

$$plim(b_2) = B_2 \left[\frac{1}{1 + \sigma_w^2 / \sigma_{X^*}^2} \right] \qquad (19.12)$$

(1) يمكن أن نجعل الاستهلاك الدائم (Yi*) كدالة للدخل الدائم (Xi *) ، ولكن للحفاظ على بساطة العمليات الجبرية لن نفعل ذلك .

حيث plim تعني حد الاحتمال ، والذي ، كما ذكرنا سابقًا ، نستخدمه لإنشاء خاصية الاتساق لمقدِّر .

بما أنه من المتوقع أن يكون الحد داخل القوس أقل من 1 ، لن تتقارب b_2 إلى قيمتها الحقيقية MPC مهما كان حجم العينة . إذا افترض أن B_2 موجبًا ، وهو أمر منطقي في الحالة الحالية ، سيكون b_2 أقل من B_2 الحقيقي – أي ، سوف يقدر b_2 قيمة B_2 بأقل من اللازم . أكثر تقنيًا ، تكون متحيزة نحو الصفر .

كما يوضح هذا التمرين ، يمكن لأخطاء القياس في المتغير (المتغيرات) المستقلة أن تشكل مشاكل خطيرة في تقدير المعامل الحقيقي .[1]

كيف إذن ، يمكننا قياس MPC الحقيقي؟ إذا تمكنا بطريقة ما من العثور على ممثل أو آلة أو أداة للدخل الدائم بحيث لا يرتبط بهذا الممثل بحد الخطأ ولكنه يرتبط بالمتغير المستقل (يفترض أن الارتباط قوي) ، قد نكون قادرين على قياس MPC الحقيقي ، على الأقل في عينات كبيرة . هذا هو جوهر طريقة المتغير (المتغيرات) الأدة لكن كيف نجد ممثل «جيد»؟ سنجيب على هذا السؤال قريباً .

إغفال تحيز متغير Omitted variable bias

ناقشنا في فصل 2 العديد من حالات أخطاء التوصيف ، مثل إغفال المتغيرات ذات الصلة ، والشكل الدالي غير الصحيح ، وافتراض احتمالي غير صحيح لتوزيع حد الخطأ وما شابه ذلك .

على سبيل المثال ، بدراسة النموذج التالي لتحديد الأجر – نسميه دالة الأجر :

$$Y_i = B_1 + B_2X_{2i} + B_3X_{3i} + u_i \quad (19.13)$$

حيث Y هي الأجر أو الأرباح ، X_2 هو التعليم الذي تم قياسه بسنوات الدراسة ، و X_3 هو القدرة (الفطرية) .

وحيث إنه من الصعب الحصول على مقاييس مباشرة للقدرة ، افترض ، بدلاً من تقدير معادلة (19.13) ، نقدر الدالة التالية :

(1) لاحظ أن أخطاء القياس في المتغير التابع لا تشكل مثل هذه المشكلة لأنه يمكن استيعاب هذه الأخطاء في خطأ المعادلة ولا نزال نستطيع الحصول على تقديرات غير متحيزة لمعاملات الانحدار ، على الرغم من أن التباينات والأخطاء المعيارية للمقدرات أكبر مما كانت عليه في عدم وجود أخطاء القياس في المتغير التابع .

$$Y_i = A_1 + A_2X_{2i} + v_i \quad (19.14)$$

حيث v_i هو حد الخطأ . أي ، أننا نحذف متغير القدرة من دالة الأجر . في هذه الحالة ، $v_i = u_i + B_3X_{3i}$

الآن يمكن اثبات أن (انظر ملحق 19A.2)

$$E(a_2) = B_2 + B_3b_{32} \quad (19.15)$$

حيث b_{32} هو معامل الميل في انحدار X_3 (المتغيّر المحذوف) على X_2 (المتغير المدرج في النموذج) .

بمعنى آخر ، في المثال الحالي ، القيمة المتوقعة لمعامل الميل المقدر في معادلة(19.15) يساوي قيمته الحقيقية (B_2) بالإضافة إلى معامل الميل للمتغير المحذوف مضروبًا في b_{32} . أي ، متحيزا . وليس هناك سبب للاعتقاد بأن هذا التحيز يختفي مع زيادة حجم العينة . وبعبارة أخرى ، فإن المقدر ليس حتى متسقًا . بالنسبة للعواقب الأخرى لإغفال المتغيرات ذات الصلة ، راجع فصل 7 .

في حالة الأخطاء في المتغير المستقل ، أيمكننا أن نجد أداة للقدرة حتى نتمكن من تقدير معادلة(19.13) والحصول على تقدير متسق لمعامل التعليم B_2؟ هل يمكننا استخدام تعليم الأم أو الأب كوكيل عن القدرة؟ سوف نتناول هذا السؤال بعد فترة وجيزة من مناقشة المصدرين المتبقين للأخطاء بين المتغير (المتغيرات) المستقلة وحد الخطأ .

تحيز المعادلة الآنية Simultaneous equation bias

تفحص المعادلة التالية

$$Y_i = B_1 + B_2X_i + u_{1i} \quad (19.16)$$

$$X_i = A_1 + A_2Y_i + u_{2i} \quad (19.17)$$

حيث Y_i = معدل الجريمة في المدينة i و X_i = الإنفاق على الشرطة في المدينة i .

وهذه هي مشكلة من نوع «الدجاج أم البيض أولاً» . هل يحدد معدل الجريمة عدد قوات الشرطة وبالتالي الإنفاق على الشرطة أو هل يحدد الإنفاق على الشرطة معدل الجريمة؟

إذا قدرنا المعادلتين(19.16) و (19.17) كل على حدة بواسطة OLS ، سوف نجد أن X_t و u_{1t} في معالة(19.16) مرتبطين . وبالمثل ، إذا كنا نقدر معادلة(19.17) بمفردها ، سوف تجد أن Y_t و u_{2t} مرتبطتين – الحالة الكلاسيكية من المتغيرات المستقلة العشوائية التي ترتبط مع حد الخطأ (لإثبات ، انظر ملحق 19A.3) . يعرف هذا الوضع في الدراسات باسم **التحيز الآني** .

كيف نتعامل مع هذا الموقف؟ كما نوضح أدناه ، يمكن استخدام أسلوب المتغير الأداة لحل المشكلة في العديد من الحالات .

الانحدار الديناميكي والارتباط التسلسلي في حد الخطأ

Dynamic regression and serial correlation in the error term

بالعودة إلى فرضية الدخل الدائم لفريدمان المذكورة في معادلة(19.8) . نظرًا لأن الدخل الدائم X_t^* ، لا يمكن ملاحظته بشكل مباشر ، دعونا ننظر إلى الآلية التالية التي طورها Cagan و Friedman ، والمعروفة باسم التوقعات التكيفية **adaptive expectations** ، والتوقعات التقدمية **progressive expectations** ، أو نموذج التعلم من الأخطاء :[1]

$$X_t^* - X_{t-1}^* = \gamma(X_t - X_{t-1}^*) \qquad 0 < \gamma < 1 \qquad (19.18)$$

تنص معادلة (19.8) على أن «الوكلاء الاقتصاديين سيعدلون توقعاتهم في ضوء الخبرة السابقة ، وعلى وجه الخصوص سيتعلمون من أخطائهم» .[2] على وجه التحديد ، تنص معادلة (19.18) على أن التوقعات تنقح كل فترة بمقدار كسر عبارة عن الفجوة بين القيمة الحالية للمتغير والقيمة المتوقعة السابقة ، أي بين الدخل المرصود حالياً والقيمة المتوقعة أو المتنبأ بها في الفترة السابقة . طريقة أخرى للتعبير عن هذا هو كتابة المعادلة (19.18) كما يلي :

(1) P. Cagan, "Monetary Dynamics of Hyperinflation", in M. Friedman (ed.), *Studies in the Quantitative Theory of Money*, University of Chicago Press, Chicao, 1956 and Milton Friedman, *A Theory of Consumption Function*, National Bureau of Economic Research, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1957.

ويستند هذا النموذج على العمل الرائد لـ :

L.M. Koyck, *Distributed Lags and Investment Analysis*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1954.

(2) G. K. Shaw, Rational Expectations: An Elementary Exposition, St. Martin's Press, New York, 1984, p. 25.

$$X_t^* = \gamma X_t + (1-\gamma)X_{t-1}^* \qquad (19.19)$$

الذي يبين أن قيمة الدخل الدائم في الوقت t هي متوسط مرجح للقيمة الفعلية للدخل في الزمن t وقيمته المتوقعة في الفترة السابقة ، مع أوزان γ و$(1-\gamma)$ ، على التوالي .

بالتعويض بمعادلة(19.19) في معادلة(19.8) ، نحصل ، بعد المعالجة المناسبة ، على النموذج التالي :

$$Y_t = \gamma B_1 + \gamma B_2 X_t + (1-\gamma)Y_{t-1} + v_t \qquad (19.20)$$

حيث :

$$v_t = u_t - (1-\gamma)u_{t-1} \qquad (19.21)$$

يُعرف نموذج (19.20) في الدراسات السابقة بنموذج التوقعات التكيفية ويعرف γ بـ «معامل التوقعات» .

النموذج (19.20) يُعرف أيضًا باسم النموذج الديناميكي لأنه يعبر عن الإنفاق الاستهلاكي الحالي كدالة في الدخل الحالي أو المشاهد والقيمة المتباطئة للإنفاق الاستهلاكي الحالي .

من المثير للاهتمام أنه بفضل مساعدة نموذج ديناميكي ، تمكنا من التخلص من المتغير غير القابل للمشاهدة X_t^* . وبما أنه لا يوجد شيء مثل وجبة غداء مجانية ، في «تبسيط» فرض الدخل الدائم ، فقد أنشأنا بعض مشاكل التقدير . أولاً Y_t عشوائي ، وكذلك Y_{t-1} . لذلك لدينا متغير مستقل عشوائي على الجانب الأيمن من معادلة (19.20) . بالإضافة إلى ذلك ، من المحتمل أن يكون حد الخطأ v_t مرتبطًا بشكل تسلسلي ، حيث إنه عبارة عن توليفة خطية من حد الخطأ الأصلي u_t .

كما هو الحال في الواقع ، يمكن توضيح أن :

$$cov(v_t, v_{t-1}) = -\gamma\sigma_u^2 \qquad (19.22)$$

وايضا

$$cov(Y_{t-1}, v_t) = -\gamma\sigma_u^2 \qquad (19.23)$$

كما أوضحنا من قبل ، إذا كانت المتغيرات المستقلة مرتبطة مع حد الخطأ ، فإن

مقاييس OLS ليست متحيزة فقط ولكنها أيضًا غير متسقة ، بغض النظر عن حجم العينة .

للتلخيص ، في جميع الحالات الأربع التي اعتبرناها هناك احتمالية قوية بأن المتغير (المتغيرات) المستقل ليس عشوائيا فقط ولكنه يرتبط أيضًا بحد الخطأ . ونتيجة لذلك ، فإن مقدرات OLS متحيزة وكذلك غير متسقة . هذا يشير إلى أننا إما نتخلى عن OLS أو نعثر على بديل (بدائل) مناسب ينتج مقدرات متسقة على الأقل . أحد البدائل المقترحة بشكل واضح في الأدبيات هو طريقة المتغير الأداة التي نناقشها الآن .

19.4 طريقة المتغيرات الأداة The method of instrumental variables

المشكلة الرئيسية في استخدام OLS في نماذج الانحدار التي تحتوي على واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة المرتبطة مع حد الخطأ هو أن مقاييس OLS متحيزة وكذلك غير متسقة . هل يمكننا العثور على متغيرات «بديلة» أو «ممثلة» للمتغيرات المستقلة العشوائية المشكوك فيهم ، بحيث تنتج المتغيرات الممثلة مقدرات متسقة لمعاملات الانحدار الحقيقية (للمجتمع)؟ إذا تمكنا من القيام بذلك بنجاح ، فإن هذه المتغيرات تسمى المتغيرات الأداتية أو ببساطة الأدوات . كيف نجد هذه الأدوات؟ كيف نعرف أنها أدوات جيدة؟ هل هناك طرق منهجية لمعرفة ما إذا كانت الأداة المختارة أداة جيدة بالفعل؟

للإجابة على هذه الأسئلة ، دعونا نبدأ بالانحدار الخطي البسيط المعطى في المعادلة (19.2) . لنفترض في هذا الانحدار أن المتغير المستقل X هو متغير عشوائي وأنه يرتبط مع حد الخطأ u . لنفترض أن المتغير Z عبارة عن أداة مرشحة للمتغير X . لكي تكون أداة صالحة ، يجب أن تحقق Z المعايير التالية :

1 – **علاقة الأداة** : يجب أن تكون Z مرتبطة ، طرديًا أو عكسيًا ، مع المتغير العشوائي الذي تعمل من أجله كأداة ، أي المتغير X في هذه الحالة . كلما زاد مدى الارتباط بين المتغيرين ، كلما كانت الأداة أفضل . بالرموز :

$$cov(X_i, Z_i) \neq 0 \qquad (19.24)$$

2 – **تجانس الأداة** : يجب ألا يكون Z مرتبطًا بحد الخطأ u . أي أن

$$cov(Z_i, u_i) = 0 \qquad (19.25)$$

3 – ليس متغيرا مستقلا في حد ذاته . بمعنى ، أنه لا ينتمي إلى النموذج الأصلي . إذا حدث ذلك ، يجب أن يكون النموذج الأصلي به عيب توصيف .

قبل المضي قدمًا ، قد نلاحظ أنه إذا كان لدينا انحدارا متعددا مع العديد من المتغيرات المستقلة وبعضها مرتبط بحد الخطأ ، يجب أن نجد أداة لكل من المتغيرات المستقلة العشوائية . وبعبارة أخرى، يجب أن يكون هناك على الأقل عدد من الأدوات مثل عدد المتغيرات المستقلة العشوائية في النموذج . ولكن هناك المزيد لنقوله عن هذا في وقت لاحق .

كما ترون ، كل هذه الشروط قد يكون من الصعب تلبيتها في نفس الوقت . لذلك ليس من السهل العثور على أدوات جيدة في كل تطبيق . وهذا هو السبب في أنه في بعض الأحيان تبدو فكرة المتغيرات الأداة بدائل وهمية ، على الرغم من أن هناك أمثلة ناجحة .[1]

المثال المثير للاهتمام ولكن مشكوك فيه إلى حد ما هو مثال على تطبيق IV ، أرادت Caroline Hoxby معرفة العلاقة بين أداء الطلاب والمنافسة المدرسية .

وقدرت الانحدار التالي :

Test scores درجات الاختبار $= B_1 + B_2$ (Number of school districts (عدد المناطق التعليمية) + error term حد الخطأ

وشكت في أن المتغير المستقل عشوائي ، واستخدمت عدد الجداول المائية في منطقة المدرسة كأداة لعدد المناطق التعليمية ، وقد لاحظت أن المناطق التي بها المزيد من المناطق التعليمية لديها أيضًا الكثير من الجداول المائية ؛ من المفترض أن الجداول رسمت الحدود الطبيعية للمقاطعات المدرسية .[2]

كيف يعمل تقييم IV؟ الجواب يتبع .

(1) انظر ، على سبيل المثال ،
Jonathan Klick and Alexander Tabarrok, Using terror alert levels to estimate the effect of police on crime, *Journal of Law and Economics*, University of Chicago, vol. 48, 2005, pp. 267–79.

(2) Caroline M. Hoxby, Does competition among public schools benefit students and taxpayers?, *American Economic Review*, 2000, vol. 90, pp. 1209–38.

تقدير IV

لإظهار كيف يعمل IV ، سنستمر مع الانحدار ذو المتغيرين . كما نعرف مقدر OLS لـ B_2 في المعادلة (19.2) هو :

$$b_2 = \frac{\Sigma x_i y_i}{\Sigma x_i^2}$$

حيث : $x_i = (X_i - \bar{X})$ ، $y_i = (Y_i - \bar{Y})$

الآن نستخدم Z كأداة لـ X في معادلة (19.2) ونحصل على :

$$b_2^{IV} = \frac{\Sigma z_i y_i}{\Sigma z_i x_i} \qquad (19.26)$$

حيث : $z_i = Z_i - \bar{Z} z_i = Z_i - \bar{Z}$

تحذير : لا نضع فقط z_i للتعويض عن x_i في صيغة b_2 المعطاة أعلاه ولاحظ بعناية أن المقام به كل من z و x .

لاحظ الآن أن : $Y_i = B_1 + B_2 X_i + u_i$ ، وبالتالي ،

$$y_i = B_2 x_i + (u_i - \bar{u})$$

نحصل على

$$b_2^{IV} = \frac{\Sigma z_i [B_2 x_i + (u_i - \bar{u})]}{\Sigma z_i x_i}$$

$$= B_2 + \frac{\Sigma z_i (u_i - \bar{u})}{\Sigma z_i x_i} \qquad (19.27)$$

يمكننا رؤية التشابه بين مقدري OLS و IV . وبطبيعة الحال ، إذا كانت Z = X ، يتطابق مقدر IV مع مقدّر OLS .

مقدر القاطع ، B_1 ، باتباع الصيغة المعتادة ، هو :

$$b_1 = \bar{Y} - b_2^{IV} \bar{X} \qquad (19.28)$$

في هذه الصيغة ، الفرق الوحيد عن المقدّر المعتاد لـ OLS لـ B_1 هو أننا نستخدم معامل الميل المقدّر من المقدّر IV .

ولأننا نفترض أنه في المجتمع cov (Z,u) = 0 ، بأخذ نهاية الاحتمال للمعادلة(19.27) يمكن اثبات أن :[1]

$$plim b_2^{IV} = B_2 \qquad (19.29)$$

أي ، المقدر IV لـ B_2 متسق (انظر التمرين 19.4) ولكن يجب أن نضيف أنه في عينات محدودة أو صغيرة ، يكون هذا المقدر متحيزًا .

على الرغم من أن b_2 IV هو مقدر متسق لـ B_2 ، إلا أنه في العينات الصغيرة يكون متحيزًا . علاوة على ذلك ، يمكن اثبات أنه في عينات كبيرة ، يتم توزيع مُقدر IV على النحو التالي :

$$b_2^{IV} \sim N\left[B_2, \frac{\sigma_u^2}{\Sigma x_i^2} \frac{1}{\rho_{xz}^2}\right] \qquad (19.30)$$

لاحظ أن تباين مقدر IV ينطوي على مربع الارتباط (للمجتمع) بين X وأداته Z . بالكلمات ، في العينات الكبيرة يوزع مقدر IV ، أي b_2^{IV} توزيعا طبيعيا بمتوسط يساوي قيمته في المجتمع والتباين المعطى أعلاه . على النقيض من ذلك ، يكون لمقدر OLS المعتاد التباين التالي :

$$var(b_2) = \frac{\sigma_u^2}{\Sigma x_i^2} \qquad (19.31)$$

بما أن $0 < \rho_{xz}^2 < 1$ ، فإن تباين المقدر IV سيكون أكبر من تباين مقدِّر OLS ، خاصة ، إذا كانت ρ_{xz}^2 صغيرة . وبعبارة أخرى ، فإن مقدر IV أقل كفاءة من مقدر OLS . إذا كانت ρ_{xz}^2 صغيرة ، فإنها تدل على أن Z أداة ضعيفة لـ X . على الجانب الآخر ، إذا كانت كبيرة ، فإنها تشير إلى أنها أداة قوية لـ X .

لإعطاء فكرة عن المدى الذي يمكن أن يتباعد به تباين مقدري IV و OLS ، افترض أن $\rho_{zx} = 0.2$ في هذه الحالة ، يكون تباين مقدر IV يساوي 25 ضعف حجم مقدر OLS . إذا كان $\rho_{zx} = 0.1$ ، فإنه يكون أكبر 100 مرة . في الحالة القصوى ، إذا كانت $\rho_{zx} = 0$ ، فإن تباين مقدر IV يكون لانهائي . وبطبيعة الحال ، إذا كانت $\rho_{zx} = 1$ ، فإن التباينين يكونا نفس الشيء ، وهو طريقة أخرى للقول بأن المتغير X هو أداة خاصة

(1) نأخذ نهاية الاحتمال لأن الحد الثاني في معادلة (19.27) ينطوي على كميات العينة وليس كميات المجتمع .

لنفسه . لاحظ أنه من الناحية العملية ، نقدر ρ_{zx} بنظيره في العينة ، r_{zx} .

يمكننا استخدام تباين مقدر IV في معادلة (19.30) لإنشاء فترات الثقة واختبار الفروض ، بافتراض أن حجم العينة كبير بشكل معقول . ولكن لاحظ أن تباين مقدِّر IV غير ثابت .[1] لذلك ، سيتعين علينا استخدام أخطاء robust المعيارية من النوع White التي تصحح عدم ثبات التباين . ومع ذلك ، يمكن أن تنتج حزم البرامج الحديثة أخطاء معيارية robust من خلال استدعاء الأمر المناسب .

وهناك نقطة مثيرة للاهتمام تشير إليها المناقشة السابقة وهي أنه في الحصول على تقديرات متسقة عبر طريقة IV ، ندفع ثمناً من حيث فترات الثقة الأوسع بسبب التباين الأكبر لمقدرات IV ، خاصة إذا كانت الأداة المختارة هي ممثل ضعيف للمتغير المستقل الأصلي . مرة أخرى ، لا يوجد شيء اسمه وجبة غداء مجانية .

19.5 محاكاة مونت كارلو لنموذج IV

Monte Carlo simulation of IV

لتوضيح كيف يمكن لـ OLS تشويه النتائج في حالات المتغيرات المستقلة العشوائية المرتبطة بحد الخطأ ، أجرى Cameron and Trivedi تجربة محاكاة مونت كارلو .[2] وقد افترضوا ما يلي :

$$Y_i = 0.5X_i + u_i \quad (19.32)$$

$$X_i = Z_i + v_i \quad (19.33)$$

$$Z_i \sim N(2,1);\ u_i \sim N(0,1);\ v_i \sim N(0,1);\ cov(u_i, v_i) = 0.8 \quad (19.34)$$

بالكلمات ، يُفترض أن معامل الميل الحقيقي في انحدار Y_i على X_i معلوم ويساوي 0.5 . علاوة على ذلك ، المتغير المستقل X_i يساوي المتغير الأداة Z_i وحد الخطأ v_i . افترض الباحثان أن Z_i كانت تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 2 وتباين 1 . كانت حدود الخطأ موزعة طبيعيا بشكل مشترك ، كل منها بمتوسط 0 وتباين 1 ، وكان من المفترض

(1) وهذا ينطبق على النموذج البسيط المُدرس هنا . بالنسبة للنماذج التي تنطوي على العديد من المتغيرات المستقلة ، فإن معادلات التباين والتغاير معقدة ، والتي يمكن للقارئ أن يجدها في المراجع .

(2) A. Colin Cameron and Pravin K. Trivedi, *Microeconometrics, op cit.*, pp. 102–3.

أن يكون الارتباط بين حدي الخطأ هو 0.8 .

مع هذا الهيكل ، ولدو حجم عينة من 10,000 وحصلوا على النتائج التالية :

Method	OLS	IV
Constant	−0.804	−0.017
	(0.014)	(0.022)
X	0.902	0.510
	(0.006)	(0.010)
R^2	0.709	0.576

ملاحظة : الأرقام الواردة بين قوسين هي أخطاء معيارية robust ، أي أخطاء معيارية تم تصحيحها لعدم ثبات التباين .

هذه النتائج معبرة . لا يوجد قاطع في النموذج الحقيقي في معادلة (19.32) ، ولكن نتائج OLS تظهر أن قيمته هي 0.804 – وأنه ذو معنوية إحصائية $(t = -0.804 / 0.014 = -57.43)$. ثانيا ، تقدير OLS لمعامل الميل هو 0.902 ، في حين أننا نعرف أن معامل الميل الحقيقي هو 0.5 .

من ناحية أخرى ، تقديرات IV قريبة جدا من القيم الحقيقية ؛ لا يختلف معامل القاطع إحصائيًا عن الصفر ، ويبلغ معامل الميل 0.51 تقريبًا نفس معامل الميل الحقيقي الذي يبلغ 0.5 . ومع ذلك ، لاحظ أن الأخطاء المعيارية لتقديرات IV أكبر من الأخطاء المعيارية لـ OLS ، وهي نقطة تم تقديمها في وقت سابق .

تظهر تجربة مونت كارلو التي قام بها Cameron and Trivedi بشكل كبير كيف يمكن لتقدير OLS أن يشوه النتائج الحقيقية .

ملاحظة في تجارب مونتي كارلو : في مثل هذه التجارب ، نفترض نموذجًا حقيقيًا ونولد عدة مجموعات من البيانات الاصطناعية التي ستنتج عدة مجموعات من تقديرات المعلمات ؛ من هذه التقديرات ، نحصل على توزيع المعاينة لها لنرى كيف تتوافق مع الطرق المتنافسة لتقدير المعالم ذات الاهتمام .[1]

(1) للحصول على عرض تقديمي بياني وتفاصيل أخرى عن هذا الإجراء ، انظر :
Peter Kennedy, *A Guide to Econometrics*, 6th edn, Blackwell Publishing, 2008, p. 23–5.

19.6 بعض الأمثلة التوضيحية

قبل أن ننتقل إلى مثال عددي موسع لتقدير IV ، دعونا ننظر في بعض الأمثلة على تطبيق IV .

تأثير الشرطة على الجريمة باستخدام مستوى التأهب الإرهابي

Effect of police on crime using terror alert level

في جدول 19.2 وجدنا أن تأثير الشرطة (كما يمثل عن طريق الإنفاق على الشرطة) يرتبط طرديا مع معدل الجريمة ، وهو أمر غير بديهي . لقد أثرنا احتمال أن تكون هذه النتيجة بسبب التحيز الآني . لتوضيح تأثير الشرطة على الجريمة ، استخدم Jonathan Klick and Alexander Tabarrok أداة مثيرة للاهتمام تتجنب مشكلة الآنية .[1]

كانت الأداة التي استخدموها هي مستوى التأهب الذي وضعته وزارة الأمن الداخلي (DHS) في أعقاب أحداث 11 سبتمبر . مستويات التنبيه هذه هي منخفضة (خضراء) ، احتراس (زرقاء) ، صفراء (ارتفاع) ، برتقالية (عالية) ، حمراء (شديدة) .

كانت فرضيتهم هي أن مستوى الجريمة يتناقص في أيام التأهب القصوى في واشنطن العاصمة بسبب زيادة تواجد الشرطة في الشوارع .

استنادا إلى البيانات لمدة 506 يوم (12 مارس 2002 إلى 30 يوليو 2003) ، والتي حدث خلالها 55,882 جريمة (بمتوسط حوالي 110 في اليوم) ، قاموا أولاً بإجراء انحدار لمجاميع الجرائم اليومية في DC على مستوى التنبيه (معادلة 1) ، ثم على مستوى الإنذار ولوغاريتم ركوب الحافلة في منتصف النهار (معادلة 2) كما هو موضح في جدول [19.3] .

جدول [19.3] الجريمة في الأيام التي لها انذار مرتفع

	(1)	(2)
High alert	−7.316 (2.877)*	−6.046 (2.537)*
Log of mid-day ridership	–	17.341 (5.309)**
R^2	0.14	0.17

(1) انظر: Klick and Tabarrok, op cit.

ملاحظة : التنبيه هو متغير وهمي يأخذ قيمة 1 في أيام التنبيه العالية و 0 في أيام التنبيه المرتفعة . كما أدرج المؤلفون متغيرات وهمية تمثل أيام الأسبوع للتحكم في تأثيرات اليوم ، ولكن لم يتم تسجيل هذه المعاملات . تشير * و ** إلى 5% و 1% من مستويات المعنوية ، على التوالي .

كما توضح معادلة (1) هناك انخفاض متوسط بحوالي 7 جرائم في اليوم ، وهذا التأثير ذو معنوية إحصائية . في معادلة (2) أدرجوا لوغاريتم الركوب في منتصف النهار كدليل للسياحة . مع السماح لهذا ، انخفض إجمالي الجرائم بنحو 6 في اليوم الواحد ، وليس مختلفا كثيرا عن التأثير في معادلة (1) . يشير المعامل الموجب للوغاريتم معامل الركوب إلى أن زيادة بنسبة 10% في عدد الركاب تزيد من إجمالي الجرائم بمعدل 1.7 في اليوم ، وليس بالقوة الكافية لاجبار قوي الشرطة على التواجد في أيام الانذار العليا .[1]

ينصح القارئ بقراءة هذا المقال لمزيد من التفاصيل . لكن النقطة التي يجب ملاحظتها هي أنه في بعض الأحيان يمكن للمرء أن يجد ممثلين مهمين لحل المشكلة (المشاكل) التي تسببها المتغيرات المستقلة العشوائية .

فرض الدخل الدائم (PIH)

في مناقشة فرض الدخل الدائم لفريدمان في وقت سابق ، أظهرنا أنه في حالة انحدار PCE على DPI الحالي بدلاً من الدخل الدائم ، فمن المرجح الحصول على تقديرات متحيزة للميل الحدي للاستهلاك بسبب أخطاء القياس ، وهذا التحيز لا يقل حتى إذا قمنا بزيادة حجم العينة إلى ما لا نهاية .

والصعوبة هنا هي أننا لا نعرف كيف نقيس الدخل الدائم . تمثل إحدى طرق الحصول على مقياس للدخل الدائم في الحصول على متوسط مرجح للدخل الماضي خلال فترة معينة ، واتخاذ ذلك كمقياس (خام) للدخل الدائم .

إن الدراسات مليئة بالمناقشات حول PIH بأشكاله المختلفة ومشكلات قياس

(1) تذكروا مناقشتنا للنموذج الخطي اللوغاريتمي في فصل 2 . بضرب المعامل 17.341 في 0.01 ، والذي يعطي 0.17341 . ومن ثم ، فإن زيادة بنسبة 10% في عدد الركاب تؤدي إلى زيادة 1.7 في معدل الجريمة .

الدخل الدائم .[1] على سبيل المثال ، يستخدم Fumo Hiyashi المتغيرات المتباطئة مثل نصيب الفرد المتباطيء من الصادرات والإنفاق الحكومي المتباطيء لكل فرد كأدوات للدخل الدائم ، حيث يجادل بأن هذه المتغيرات ترتبط بالدخل الدائم للمستهلكين .[2]

قدر فريدمان نفسه الدخل الدائم كمتوسط متحرك للدخل الحالي والسابق مع ترجيحات تنخفض بشكل هندسي ، وقيد فترات التباطؤ إلى 17 فترة . ولكن مع نموذج توقعات Cagan التكيفية ، الذي تمت مناقشته في وقت سابق ، ليس من الضروري تقييد التباطؤ بشكل تحكمي . يمكن العثور على تفاصيل استراتيجيته بالإضافة إلى تفاصيل نموذج Cagan في المراجع [3] (انظر أيضًا التمرين 19.5) .

الانفاق على إنفاذ القانون ومعدل الجريمة

Law enforcement spending and the crime rate

لتوضيح مشكلة التزامن (الآنية) ، اعتبر Barreto and Howland النموذج التالي (تغيرت الرموز عن الأصل) .[4]

$$\text{Enforcement Spending}_i = A_1 + A_2 Crimerate_i + u_{1i} \quad (19.35)$$

$$\text{Crime Rate}_i = B_1 + B_2\ Enforcement\ Spending_i + B_3 Gini_i + u_{2i} \quad (19.36)$$

حيث Gini هو معامل جيني ، وهو مقياس لعدم المساواة في الدخل . يكمن هذا المعامل بين 0 (المساواة الكاملة) و 1 (عدم المساواة الكاملة : شخص واحد يملك كل

(1) للحصول على دراسة مسحية لأخطاء القياس في بيانات المسح الشامل ، انظر :
J. Bound, C. Brown and N. Kathiowetz, "Measurement errors in survey data", in J. J. Heckman and E. E. Leamer (eds.), *Handbook of Econometrics*, vol. V., Amsterdam, North Holland, 2001, pp. 3705–843.

(2) انظر :
Fumio Hayashi, The permanent income hypothesis: estimation and testing by instrumental variables, *Journal of Political Economy*, vol. 90, no. 5, 1982, pp. 895–916.

(3) انظر :
Kenneth F. Wallis, *Topics in Applied Econometrics*, 2nd edn, University of Minnesota Press, 1980, Chapter 1; Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapter 17.

(4) Humberto Barreto and Frank M. Howland, *Introductory Econometrics: Using Monte Carlo Simulation with Microsoft Excel*, Cambridge University Press, New York, 2006, Chapter 24.

الدخل) . وكلما اقترب هذا المعامل من الصفر ، كلما زادت المساواة في الدخل . على النقيض من ذلك ، كلما كان أقرب إلى 1 ، كلما زادات عدم المساواة في الدخل .

في معادلة (19.36) من المتوقع أن تكون B_3 موجبة لأن المزيد من عدم المساواة في الدخل يشير إلى ارتفاع معدلات الجريمة ، مع ثبات العوامل الأخرى . لكن لاحظ أنه لا يوجد سبب منطقي لتوقع أن Gini ينتمي إلى معادلة (19.35) . يمكننا معالجة Gini كمتغير خارجي ، ومحدد خارج النظام ، وبالتالي لا نتوقع أن يكون مرتبطًا بحد الخطأ ، u_{2i} . ولكن هذا ليس هو الحال مع المتغيرين الآخرين ، لأنهما يعتمدان على بعضهما البعض .

إذا قمنا بحل المعادلتين (19.35) و (19.36) آنيا ، وعلاج جيني Gini كنوع خارجي (نوع متغير أداة) ، نحصل على

$$\text{Enforcement Spending}_i = C_1 + C_2 Gini_i + u_{3i} \quad (19.37)$$

$$\text{Crime Rate}_i = D_1 + D_2 Gini_i + u_{4i} \quad (19.38)$$

حيث إن المعاملات في هذه المعادلات هي توليفات (غير خطية) للمعاملات في المعادلات (19.35) و (19.36) . أيضا ، حدود الخطأ في هذه المعادلات هي توليفات (غير خطية) من حدود الخطأ في المعادلتين (19.35) و (19.36) .

تُعرف المعادلتين (19.37) و (19.38) **بمعادلات الشكل المختزل** في لغة نماذج المعادلات الآنية .[1] مقارنة مع المعادلات ذات الشكل المختزل ، تسمى المعادلتين (19.35) و (19.36) **المعادلات الهيكلية** . في المعادلات ذات الشكل المختزل ، تظهر المتغيرات الخارجية أو المحددة سلفا (أي المتغيرات الداخلية أو الخارجية المتباطئة) فقط على الجانب الأيمن من المعادلات .

وتسمى معاملات معادلات الشكل المختزل معاملات الشكل المختزل ، بينما تسمى تلك في المعادلات الهيكلية معاملات هيكلية .

يمكننا تقدير معادلات الشكل المختزل بواسطة OLS . وبمجرد تقدير معاملات النموذج المختزل ، قد نكون قادرين على تقدير واحد من المعاملات الهيكلية أو

(1) لنقاش مفصل حول المعادلات الآنية ، راجع: Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapters 18, 19 and 20 . كما نوهنا في مكان آخر ، لم يعد هذا الموضوع بارزًا كما كان في الستينيات والسبعينيات .

جميعها . إذا استطعنا تقدير جميع المعاملات الهيكلية من معاملات النموذج المختزل ، فإننا نقول أن المعادلات الهيكلية معرفة ؛ أي ، يمكننا الحصول على تقديرات فريدة من المعاملات الهيكلية . إذا لم يكن ذلك ممكناً مع معادلة هيكلية واحدة أو أكثر ، نقول إن المعادلة (المعادلات) غير معرفة . إذا حصلنا علي أكثر من تقدير واحد لواحد أو أكثر من المعادلات الهيكلية ، نقول إن المعادلة مفرطة في التحديد .

ومن الملاحظ أن طريقة الحصول على المعاملات الهيكلية من معاملات الشكل المختزل تعرف باسم طريقة المربعات الصغرى غير المباشرة – نقدر أولاً معاملات النموذج المخفض ثم نحاول استخراج المعاملات الهيكلية .

باختصار ، سنناقش طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين (2SLS) ونوضح كيف تساعد في العثور على المتغيرات الأداتية .

لهذا الغرض نستعرض الآن مثالا عدديًا .

19.7 مثال عددي: الأرباح ومستوى التحصيل الدراسي للشباب في USA

المسح الوطني الطولي للشباب لعام 1979 (NLSY79) هو مسح متكرر لعينة ممثلة على الصعيد الوطني من الشباب من الإناث والذكور في الفئات العمرية من 14 إلى 21 عام 1979 . من عام 1979 حتى عام 1994 يتم إجراء المسح سنويا ، ولكن منذ ذلك الحين يتم إجراءه مرتين في السنة . في الأصل كانت العينة الأساسية تتكون من 3,003 ذكور و 3,108 إناث .

يتم توفير بيانات مقطعية NLSY في 22 مجموعة فرعية ، كل مجموعة فرعية تتكون من عينة مسحوبة عشوائيا من 540 مشاهدة : 270 ذكور و 270 إناث .[1] يتم جمع البيانات عن مجموعة متنوعة من الظروف الاجتماعية والاقتصادية ، وهي كثيرة جدا . وتتعلق فئات البيانات الرئيسية التي تم الحصول عليها بنوع الجنس ، والعرق ، والعمر ، وسنوات الدراسة ، والمؤهلات العالية ، والحالة الاجتماعية ، والإيمان ، والخلفية العائلية (تعليم الأم والأب ، وعدد الأشقاء) ، ومكان الإقامة ، والكسب ، وساعات العمل ، وسنوات الخبرة في العمل ، ونوع العمل (الحكومة ، والقطاع الخاص ، والمهن الحرة) ، والمنطقة في الدولة (وسط الشمال وشمال شرق وجنوب وغرب) ،

(1) يمكن الحصول على البيانات المستخدمة هنا من http://www.bls.gov/nls/. يمكن تنزيل بعض البيانات ويمكن شراء بيانات أكثر شمولاً .

وسوف نستخدم بعض من هذه البيانات لعام 2002 (عينة فرعية رقم 22) لتطوير دالة المكاسب . باتباع الطريقة التي وضعها Jacob Mincer ، تعتبر دالة المكاسب التالية :[1]

$$\ln Earn_i = B_1 + B_2 S_i + B_3\, Wexp_i + B_4\, Gender_i + B_5\, Ethblack_i + B_6\, Ethhisp_i + u_i \qquad (19.39)$$

حيث ln Earn= لوغاريتم المكاسب في الساعة بالدولار ، S = سنوات الدراسة (أعلى درجة مكتملة في عام 2002) ، $Wexp$ = مجموع خبرة العمل خارج المدرسة بالسنوات في مقابلة عام 2002 ، الجنس=1 للإناث و 0 للرجال ، Ethblack =1 للسود ، Ethhis =1 أصل لاتيني ؛ غير السود وغير اللاتينيين هم الفئة المرجعية .

كما ترون ، بعض المتغيرات كمية وبعض المتغيرات وهمية . في المقام الأول ، بناء على أدلة تجريبية سابقة ، نتوقع $B_2>0$ و $B_3>0$ و $B_4<0$ و $B_5<0$ و $B_6<0$.

لغرض هذا الفصل اهتمامنا بمتغير التعليم S في النموذج أعلاه . إذا كانت متغيرات القدرة (الفطرية) والتعليم مرتبطين ، فيجب أن ندرج كلا المتغيرين في النموذج . ومع ذلك ، من الصعب قياس متغير القدرة بشكل مباشر . وكنتيجة لذلك ، قد يتم تضمينه في حد الخطأ . ولكن في هذه الحالة ، قد يكون متغير التعليم مرتبطا بحد الخطأ ، مما يجعل التعليم متغيرا مستقلا داخليا أو عشوائيا . من مناقشتنا لنتائج عواقب المتغيرات المستقلة العشوائية قد يبدو أنه إذا قمنا بتقدير معادلة(19.39) بواسطة OLS فإن معامل S سيكون متحيزًا وغير متسق . وذلك لأننا قد لا نكون قادرين على إيجاد الأثر الحقيقي للتعليم على المكاسب التي لا تظهر أثر القدرة . وبطبيعة الحال ، نود العثور على أداة أو أدوات مناسبة لسنوات الدراسة حتى نتمكن من الحصول على تقدير متسق لمعاملها .

قبل أن نبحث عن الأداة (الأدوات) ، دعونا نقدر معادلة (19.39) بواسطة OLS لأغراض المقارنة . ترد نتائج الانحدار باستخدام *Stata 10* في جدول [19.4] .

(1) Jacob Mincer, *Schooling, Experience, and Earnings*, Columbia University Press, 1974. See also James J. Hickman, Lance J. Lochner and Petra E. Todd, *Fifty Years of Mincer Earnings Functions*, National Bureau of Economic Research, Working Paper No. 9732, May 2003.

جدول [19.4] دالة المكاسب، مجموعة بيانات USA 2000

regress lEarnings s female wexp ethblack ethhisp,robust
Linear regression Number of obs = 540
F(5, 534) = 50.25
Prob > F = 0.0000
R-squared = 0.3633
Root MSE = .50515

	Robust					
lEarnings	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
S	.1263493	.0097476	12.96	0.000	.1072009	.1454976
female	-.3014132	.0442441	-6.81	0.000	-.3883269	-.2144994
wexp	.0327931	.0050435	6.50	0.000	.0228856	.0427005
ethblack	-.2060033	.062988	-3.27	0.001	-.3297381	-.0822686
ethhisp	-.0997888	.088881	-1.12	0.262	-.2743881	.0748105
_cons	.6843875	.1870832	3.66	0.000	.3168782	1.051897

جميع المعاملات المقدرة لها اشارات متوقعة وتحت الافتراضات الكلاسيكية ، جميع المعاملات ذات معنوية إحصائية كبيرة ، والاستثناء الوحيد هو المعامل الوهمي لذوي الأصول اللاتينية .

وتبين هذه النتائج أنه بالمقارنة مع الذكور في المتوسط ، تكسب العاملات أقل من نظرائهن الذكور ، مع افتراض ثبات باقي المتغيرات . متوسط الدخل السنوي للعمال السود في الساعة أقل من متوسط العمال غير السود غير المتحدرين من أصل لاتيني ، مع افتراض ثبات باقي العوامل ، وهي الفئة الأساسية . من الناحية النوعية ، إشارة معامل لاتيني Hispanic سالبة ، لكن المعامل غير معنوي إحصائيًا .

لاحظ أن نموذج الانحدار هو نموذج log-lin ، يجب علينا تفسير معاملات المتغيرات الكمية والنوعية (أي الوهمية) بعناية (انظر الفصل 2 في أشكال الدوال) . بالنسبة للمتغيرات الكمية التعليم المدرسي والخبرة العملية ، تمثل المعاملات المقدرة شبه المرونة . وبالتالي ، إذا زاد التعليم بمقدار سنة ، فإن متوسط الدخل في الساعة يرتفع

بنسبة 13% تقريبًا ، مع ثبات باقي المتغيرات . وبالمثل ، إذا ارتفعت خبرة العمل بعام واحد ، يرتفع متوسط الدخل في الساعة بنحو 3.2% ، مع ثبات العوامل الأخرى .

للحصول على شبه المرونة المتغير الوهمي ، نأخذ أولا اللوغاريتم العكسي للمعامل الوهمي ، ونطرح 1 منه ، ونضرب الفرق في 100% . بعد هذا الإجراء ، نحصل على قيمة معاملات الأنثى الوهمية 0.7397 ، مما يوحي بأن الإناث في المتوسط يكسبن حوالي 26% أقل من العمال الذكور . شبه المرونة للعمال السود واللاتينيين هي حوالي 0.81 و 0.90 ، على التوالي . هذا يشير إلى أن العمال السود وذوي الأصول اللاتينية يكسبون في المتوسط أقل من الفئة الأساسية بحوالي 19% و 10% ، على الرغم من أن شبه المرونة بالنسبة لذوي الأصول اللاتينية لا تختلف إحصائياً عن الفئة الأساسية .

وقد سبق أن ناقشنا أنه بسبب أن متغير التعليم لا يأخذ بالضرورة في الاعتبار القدرة ، قد يكون مرتبطا مع حد الخطأ ، مما يجعله متغير مستقل عشوائي . إذا أمكننا العثور على أداة مناسبة للتعليم المدرسي تفي بالمتطلبات الثلاثة التي حددناها للأداة المناسبة ، فيمكننا استخدامها وتقدير دالة المكاسب حسب طريقة IV . السؤال هو ما الذي يمكن أن يكون أداة مناسبة؟ هذا السؤال يصعب الإجابة عليه بشكل قاطع . ما يمكننا القيام به هو تجربة ممثل واحد أو أكثر ومقارنة نتائج OLS الواردة في جدول [19.4] ونرى إلى أي مدى تكون نتائج OLS متحيزة ، إن وجدت .

لدينا في البيانات معلومات عن تعليم الأم والأب (وفقًا لقياس سنوات التعليم) ، وعدد الأشقاء ، ودرجات ASVAB اللفظي (معرفة الكلمات) والرياضيات (التفكير المنطقي) .

في اختيار ممثل أو ممثلين عن المتغيرات المستقلة يجب أن نضع في الاعتبار أن مثل هؤلاء الممثلين يجب أن يكونوا غير مرتبطين مع حد الخطأ ولكن يجب أن يكونوا مرتبطين (من المفترض بشكل كبير) مع متغير مستقل عشوائي ويجب أن لا يكونوا مرشحين في حد ذاتهم لأن يكونوا متغيرات مستقلة - في الحالة الأخيرة ، سيعاني النموذج المستخدم في التحليل من أخطاء توصيف النموذج . ليس من السهل دائمًا تحقيق هذه الأهداف بالكامل في كل حالة . في كثير من الأحيان ، تكون مسألة تجربة وخطأ ، تستكمل بالحكم أو «الإحساس» بالموضوع قيد الدراسة .

ومع ذلك ، هناك اختبارات تشخيصية يمكن أن تخبرنا إذا كان الممثل أو الممثلين المختارين مناسبين ، الاختبارات التي سننظر فيها قريباً . تقدم البيانات معلومات عن تعليم الأمهات(Sm) ، والتي سنستخدمها كأداة لتعلم الشخص المشارك . والتفكير هنا هو أن S و Sm مرتبطان ، وهو افتراض معقول . بالنسبة لبياناتنا ، يبلغ الارتباط بين الاثنين حوالي 0.40 . علينا أن نفترض أن Sm غير مرتبط مع حد الخطأ . نحن نفترض أيضا أن Sm لا ينتمي إلى دالة مكاسب المشارك ، والذي يبدو معقولا .

نحن نقبل في الوقت الحالي صلاحية Sm كأداة ، والتي سيتم اختبارها بعد تقديم تفاصيل تقدير IV .

لاستخدام Sm كأداة لـ S وتقدير دالة المكاسب ، نمضي في مرحلتين :

المرحلة 1 : نجري انحدارا للمتغير الداخلي المشتبه به (S) على الأداة المختارة (Sm) والمتغيرات المستقلة الأخرى في النموذج الأصلي والحصول على القيمة المقدرة لـ S من هذا الانحدار . نسميها S-hat .

المرحلة 2 : نقوم بعد ذلك بتشغيل انحدار المكاسب على المتغيرات المستقلة المدرجة في النموذج الأصلي ولكننا نستبدل متغير التعليم بقيمته المقدرة من انحدار الخطوة 1 .

وتسمى هذه الطريقة لتقدير معلمات النموذج المعني طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين (2SLS) ، لأننا نطبق OLS مرتين . لذلك ، تعرف طريقة IV أيضًا باسم $2SLS$.

سنوضح هذه الطريقة (جدول [19.5]) . باستخدام قيمة S-hat المقدرة من هذا الانحدار ، نحصل على الانحدار في المرحلة الثانية 2SLS (جدول [19.6]) .

لاحظ أنه في (لوغاريتم) دالة المكاسب هذه ، على عكس الدالة الواردة في جدول [19.4] ، نستخدم S-hat (المقدرة في المرحلة الأولى من 2SLS) بدلا من S باعتباره المتغير المستقل . ومع ذلك ، فإن الأخطاء المعيارية الواردة في جدول *[19.6]* غير صحيحة لأنها تستند إلى المقدر غير الصحيح لتباين حد الخطأ u_i .

جدول [19.5] المرحلة الأولى من 2SLS مع Sm كأداة

regress s female wexp ethblack ethhisp sm

Source	SS	df	MS	
				Number of obs = 540
				F(5, 534) = 35.06
Model	822.26493	5	164.452986	Prob > F = 0.0000
Residual	2504.73322	534	4.69051165	R-squared = 0.2471
				Adj R-squared = 0.2401
Total	3326.99815	539	6.17253831	Root MSE = 2.1658

s	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
female	–.0276157	.1913033	–0.14	0.885	–.4034151	.3481837
wexp	–.1247765	.0203948	–6.12	0.000	–.1648403	–.0847127
ethblack	–.9180353	.2978136	–3.08	0.002	–1.503065	–.3330054
ethhisp	.4566623	.4464066	1.02	0.307	–.420266	1.333591
Sm	.3936096	.0378126	10.41	0.000	.3193298	.4678893
_cons	11.31124	.6172187	18.33	0.000	10.09876	12.52371

جدول [19.6] المرحلة الثانية من 2SLS لدالة المكاسب

regress lEarnings s_hat female wexp ethblack ethhisp

Source	SS	df	MS	
				Number of obs = 540
				F(5, 534) = 24.26
Model	39.6153236	5	7.92306472	Prob > F = 0.0000
Residual	174.395062	534	.326582514	R-squared = 0.1851
				Adj R-squared = 0.1775
Total	214.010386	539	.397050809	Root MSE = .57147

lEarnings	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
S_hat	.140068	.0253488	5.53	0.000	.0902724	.1898636
female	–.2997973	.0505153	–5.93	0.000	–.3990304	–.2005642
wexp	.0347099	.0064313	5.40	0.000	.0220762	.0473437
ethblack	–.1872501	.0851267	–2.20	0.028	–.3544744	–.0200258
ethhisp	–.0858509	.1146507	–0.75	0.454	–.3110726	.1393708
_cons	.4607716	.4257416	1.08	0.280	–.3755621	1.297105

الصيغة اللازمة لتصحيح الأخطاء القياسية المقدرة تكون معقدة نوعا ما . لذا من الأفضل استخدام برامج مثل *Stata* أو *Eviews* التي لا تقوم فقط بتصحيح الأخطاء المعيارية ، ولكن أيضًا الحصول على تقديرات 2SLS دون المرور بشكل صريح بالاجراء المكون من مرحلتين .

ولعمل هذا ، يمكننا استخدام أمر ivreg (انحدار المتغير الأداة) في *Stata* . باستخدام هذا الأمر ، نحصل على النتائج في جدول [19.7] .

نلاحظ أن المعاملات المقدرة في الجدولين السابقين هي نفسها ، لكن الأخطاء المعيارية مختلفة . كما أشرنا ، يجب أن نعتمد على الأخطاء المعيارية الواردة في جدول [19.7] . لاحظ أيضًا أنه مع الأمر ivreg ، نحتاج إلى جدول واحد فقط ، بدلاً من اثنين ، كما في حالة تطبيق 2SLS .

جدول [19.7] تقديرات دالة المكاسب في خطوة واحدة (مع أخطاء robust معيارية)

. ivregress 2sls lEarnings female wexp ethblack ethhisp (*S* = *Sm*),robust
(Instrumental variables (2SLS) regression Number of obs = 540
Wald chi2(5) = 138.45
Prob > chi2 = 0.0000
R-squared = 0.3606
Root MSE = .50338

	Robust					
lEarnings	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
s	.140068	.0217263	6.45	0.000	.0974852	.1826508
female	−.2997973	.043731	−6.86	0.000	−.3855085	−.2140861
wexp	.0347099	.0055105	6.30	0.000	.0239095	.0455103
ethblack	−.1872501	.0634787	−2.95	0.003	−.3116661	−.0628342
ethhisp	−.0858509	.0949229	−0.90	0.366	−.2718963	.1001945
_cons	.4607717	.3560759	1.29	0.196	−.2371241	1.158668

Instrumented: S
Instruments: female wexp ethblack ethhisp sm

19.8 اختبار الفروض وفقًا لتقدير IV

Hypothesis testing under IV estimation

الآن بعد أن قدرنا دالة المكاسب باستخدام طريقة IV ، كيف نختبر الفروض حول معامل انحدار فردي (مثل اختبار t في CLRM) وفروض حول عدة معاملات جماعيا (مثل اختبار F في CLRM)؟ في الوقت الحالي ، افترض أن الأداة التي اخترناها (*Sm*) هي الأداة المناسبة للتعليم ، على الرغم من أننا سنقدم اختبارًا لمعرفة ما إذا كان هذا صحيحًا في القسم التالي .

كما لاحظ Davidson and MacKinnon ، «نظرًا لأن توزيعات المعاينة النهائية الخاصة بمقدِّرات IV لا تكاد تُعرف أبداً ، فمن ثم الاختبارات الدقيقة للفروض القائمة على مثل هذه المقدرات تكاد ألا تكون متاحة أبداً .»[1]

ومع ذلك ، في العينات الكبيرة يمكن توضيح أن مُقدِّر IV يوزع بشكل طبيعي تقريباً مع المتوسط والتباين كما هو موضح في معادلة(19.30) . لذلك ، بدلاً من استخدام اختبار t المعياري ، نستخدم اختبار z (أي التوزيع الطبيعي المعياري) كما هو موضح في جدول [19.7] . القيم z في هذا الجدول كلها ذات معنوية إحصائية عالية بشكل فردي ، فيماعدا معامل لاتيني Hispanic .

لاختبار فروض مشتركة لاثنين أو أكثر من المعاملات ، بدلاً من استخدام اختبار F الكلاسيكي نستخدم اختبار Wald ، وهو اختبار عينات كبيرة ، تتبع إحصائية «Wald» إحصائية «مربع كاي» مع درجات الحرية تساوي عدد المتغيرات المستقلة المقدرة : 5 في جدول [19.7] . إن فرض العدم ، كما هو الحال في اختبار F المعتاد ، هو أن جميع معاملات المتغيرات المستقلة تكون صفرية في وقت واحد ، أي أن أياً من المتغيرات المستقلة ليس له أي تأثير على (لوغاريتم) المكاسب . في مثالنا ، قيمة مربع كاي حوالي 138 ، واحتمال الحصول على قيمة مربع كاي هذه أو أكبر من ذلك هو عمليا لا شيء .

وبعبارة أخرى ، بشكل جماعي جميع المتغيرات المستقلة لها تأثير مهم على المكاسب في الساعة .

(1) Davidson and MacKinnon, *op cit.*, pp. 330–5

تحذير من استخدام R^2 في تقدير IV

على الرغم من أننا قد قدمنا R^2 لانحدارات IV الواردة في الجدولين السابقين ، إلا أنه لا يكون له نفس التفسير كما في نموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي وأحيانا يمكن أن يكون سالبًا فعليا . ومن ثم ينبغي أن تؤخذ R^2 المسجلة في انحدارات IV مع الحذر .[1]

اختبار تشخيصي

تم عرض أساسيات تقدير IV ، ونحن الآن ننظر في عدة أسئلة بخصوص منهجية IV . ونظرًا لأهميتها في الممارسة ، نناقش هذه الأسئلة بشكل تعاقبي .

A . كيف نعلم أن المتغير المستقل هو بالفعل متغير داخلي؟

B . كيف نتوصل إلى معرفة ما إذا كانت الأداة ضعيفة أو قوية؟

C . ماذا يحدث إذا أدخلنا العديد من الأدوات لمتغير مستقل عشوائي؟ و كيف نختبر صحة جميع الأدوات؟

D . كيف يمكننا تقدير النموذج عندما يكون هناك أكثر من واحد من المتغيرات المستقلة العشوائية؟

في ما يلي نجيب على هذه الأسئلة بالتسلسل .

19.9 اختبار كون المتغير المستقل متغيرا داخليا
Test of endogeneity of a regressor

لقد كنا نعمل على افتراض أن S في مثالنا هو متغير داخلي . لكن يمكننا اختبار هذا الافتراض صراحةً باستخدام أحد المتغيرات في اختبار Hausman . هذا الاختبار بسيط نسبياً ، ويتضمن خطوتين :

خطوة 1 : نجري انحدارا لـ S الداخلي على جميع المتغيرات المستقلة (غير العشوائية) في دالة المكاسب بالإضافة إلى المتغير (المتغيرات) الأداة ، والحصول على بواقي من هذا الانحدار ؛ نسميها S–hat .

خطوة 2 : نجري بعد ذلك انحدارا للمكاسب على جميع المتغيرات المستقلة ، بما في ذلك S (العشوائية) والقيم المتبقية من خطوة 1 . إذا كانت قيمة t لبواقي هذا الانحدار ذات معنوية إحصائية ، فإننا نستنتج أن S داخلي أو عشوائي . إذا لم يكن الأمر

(1) معامل التحديد المحتسب تقليديا يُعرف كما يلي: $R^2 = 1 - RSS/TSS$
لكن ولكن في حالة تقدير IV يمكن أن يكون RSS أكبر من TSS . مما يجعل R^2 سالبا.

كذلك ، فليس هناك حاجة لتقدير IV ، لأنه في هذه الحالة ، S هي الأداة الخاصة به .

بالرجوع إلى مثالنا ، نحصل على النتائج في جدول [19.8] .

نتائج انحدار الخطوة الثانية موضحة في جدول [19.9] .

وحيث إن معامل *shat* غير معنوي إحصائيا ، يبدو أن التعليم ليس متغيرا داخليا . ولكن لا ينبغي لنا أن نأخذ هذه النتائج في ظاهرها لأن لدينا بيانات مقطعية ، وعادة ما تكون مشكلة عدم ثبات التباين هي مشكلة في مثل هذه البيانات . لذلك نحن بحاجة إلى العثور على خطأ معياري مصحح لعدم ثبات التباين ، مثل الأخطاء المعيارية لـ HAC التي ناقشناها في الفصل المتعلق بعدم ثبات التباين .

جدول [19.8] اختبار Hausman لكون متغير التعليم المدرسي متغيرا داخليا: نتائج الخطوة الأولى

regress s female wexp ethblack ethhisp sm

Source	SS	df	MS	
				Number of obs = 540
				F(5, 534) = 35.06
Model	822.26493	5	164.452986	Prob > F = 0.0000
Residual	2504.73322	534	4.69051165	R-squared = 0.2471
				Adj R-squared = 0.2401
Total	3326.99815	539	6.17253831	Root MSE = 2.1658

S	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
female	-.0276157	.1913033	-0.14	0.885	-.4034151	.3481837
wexp	-.1247765	.0203948	-6.12	0.000	-.1648403	-.0847127
ethblack	-.9180353	.2978136	-3.08	0.002	-1.503065	-.3330054
ethhisp	.4566623	.4464066	1.02	0.307	-.420266	1.333591
sm	.3936096	.0378126	10.41	0.000	.3193298	.4678893
_cons	11.31124	.6172187	18.33	0.000	10.09876	12.52371

. predict shat,residuals

يمكننا استخدام أمر الخطأ المعياري robust في *Stata* للحصول على الأخطاء المعيارية المصححة ، والتي ترد في جدول [19.10] .

الآن معامل متغير **shat** ذو معنوية إحصائيا عند مستوى 8% تقريباً ، مما يشير إلى أن التعليم (التعليم المدرسي) يبدو داخليًا .

جدول [19.9] اختبار Hausman لكون متغير التعليم المدرسي متغيرا داخليا: نتائج الخطوة الثانية

egress lEarnings s female wexp ethblack ethhisp shat

Source	SS	df	MS
Model	77.8586985	6	12.9764498
Residual	136.151687	533	.255444066
Total	214.010386	539	.397050809

Number of obs = 540
F(6, 533) = 50.80
Prob > F = 0.0000
R-squared = 0.3638
Adj R-squared = 0.3566
Root MSE = .50541

lEarnings	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
S	.140068	.0224186	6.25	0.000	.0960283	.1841077
female	–.2997973	.044676	–6.71	0.000	–.38756	–.2120346
wexp	.0347099	.0056879	6.10	0.000	.0235365	.0458834
ethblack	–.1872501	.0752865	–2.49	0.013	–.3351448	–.0393554
ethhisp	–.0858509	.1013977	–0.85	0.398	–.2850391	.1133373
shat	–.0165025	.0245882	–0.67	0.502	–.0648041	.0317992
_cons	.4607717	.3765282	1.22	0.222	–.2788895	1.200433

جدول [19.10] اختبار Hausman لكون المتغير داخلي مع أخطاء robust معيارية

regress lEarnings s female wexp shat,vce(robust)
Linear regression　　Number of obs = 540
F(4, 535) = 59.14
Prob > F = 0.0000
R-squared = 0.3562
Root MSE = .50747

	Robust					
lEarnings	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
S	.1642758	.0209439	7.84	0.000	.1231334	.2054183
female	–.3002845	.0443442	–6.77	0.000	–.3873947	–.2131744
wexp	.0390386	.0053869	7.25	0.000	.0284565	.0496207
shat	–.0407103	.022955	–1.77	0.077	–.0858034	.0043828
_cons	.0311987	.3380748	0.09	0.927	–.6329182	.6953156

19.10 كيف يمكن معرفة ما إذا كانت الأداة ضعيفة أم قوية

إذا كانت الأداة المستخدمة في التحليل ضعيفة بمعنى أنها ترتبط ارتباطا ضعيفا مع المتغير المستقل العشوائي الذي تعتبر أداة له ، يمكن أن يكون مقدر IV متحيزًا بشدة ولا يكون توزيع المعاينة له توزيعا طبيعيًا تقريبًا ، حتى في العينات الكبيرة . ونتيجة لذلك ، فإن أخطاء IV المعيارية وفترات الثقة المستندة إليها تكون مضللة للغاية ، مما يؤدي إلى اختبارات فروض لا يمكن الاعتماد عليها .

وللاطلاع على سبب ذلك ، يرجى الرجوع إلى معادلة (19.30) . إذا كان ρ_{xz} في هذه المعادلة يساوي صفر ، فإن تباين مقدِّر IV يكون لانهائي . إذا كان ρ_{xz} ليس صفراً بالضبط ، ولكنه منخفض جداً (حالة أداة ضعيفة) ، لا يوزع مقدر IV حسب التوزيع الطبيعي ، حتى في العينات الكبيرة . ولكن كيف نقرر في حالة معينة ما إذا كانت الأداة ضعيفة؟

في حالة متغير مستقل داخلي وحيد تقول القاعدة الأساسية أن إحصاء F أقل من 10 في الخطوة الأولى من اختبار Hausman يوحي بأن الأداة المختارة ضعيفة . إذا كانت أكبر من 10 ، فمن المحتمل أنها ليست أداة ضعيفة .[1] في حالة متغير مستقل (عشوائي) وحيد ، تترجم هذه القاعدة إلى قيمة t بحوالي 3.2 بسبب العلاقة بين إحصاءات F و t ، أي ، $F_{1,k} = t_k^2$ ، حيث إن للإحصاء F درجة حرية واحدة في البسط و k درجة حرية في المقام .

بهذه الدرجة ، في مثالنا *Sm* (تعليم الأم) يبدو أنه أداة قوية لـ S لأن قيمة إحصاء F في المرحلة الأولى من الإجراء على مرحلتين هو حوالي 35 ، والتي تزيد عن قيمة البدء التي تساوي 10 . ولكن لا ينبغي استخدام هذه القاعدة الأساسية ، مثل معظم القواعد الأساسية ، بشكل أعمى .

(1) لماذا 10؟ يمكن العثور على الإجابة التقنية قليلاً عن ذلك في:
James H. Stock and Mark W. Watson, *Introduction to Econometrics*, 2nd edn, Pearson/Addison Wesley, Boston, 2007, p. 466.
إذا كانت إحصائية F تتجاوز 10 ، فإنها تشير إلى أن تحيز العينات الصغيرة لتقدير IV أقل من 10% من تحيزOLS . تذكر أنه في حالات انحدار المتغيرات المستقلة العشوائية تكون OLS متحيزة في العينات الصغيرة والكبيرة أيضًا .

19.11 حالة وجود أدوات متعددة The case of multiple instruments

بسبب وجود أدوات متنافسة ، قد يكون التعليم مرتبطًا بأكثر من متغير أداة واحد . للسماح بهذا الاحتمال ، يمكننا تضمين أكثر من أداة واحدة في انحدار IV . غالباً ما يتم ذلك بمساعدة المربعات الصغرى ذات المرحلتين (2SLS) التي ناقشناها للتو .

خطوة 1 : نجري انحدارا للمتغير المشتبه به على جميع الأدوات ، ونحصل على القيمة التقديرية للمتغير المستقل .

الخطوة 2 : نقوم بعد ذلك بإجراء انحدار المكاسب على المتغيرات المستقلة المدرجة في النموذج الأصلي ولكن استبدال متغير التعليم بقيمته المقدرة من الانحدار في الخطوة 1 .

ويمكننا استبدال هذا الإجراء المكون من خطوتين بخطوة واحدة من خلال استدعاء الأمر *ivreg* الخاص بـ *Stata* عن طريق إدراج عدة أدوات في وقت واحد ، كما سيوضحه المثال التالي .

بالنسبة لانحدار المكاسب ، بالإضافة إلى تعليم الأم(*Sm*) ، يمكننا تضمين تعليم الأب (*Sf*) ، وعدد الأشقاء كأدوات في انحدار المكاسب على التعليم (S) ، والجنس (الأنثى=1) ، سنوات الخبرة في العمل(*wexp*) ، والعرق (وهمية للسود وذوي الاصول اللاتينية) .

خطوة 1 : نجري انحدارا للتعليم (S) على جميع المتغيرات المستقلة الأصلية (غير العشوائية) والأدوات . من هذا الانحدار نحصل على القيمة التقديرية لـ S ، مثلا $\hat{S}$.

خطوة 2 : نجري الآن انحدارا للمكاسب على wexp ، gender ، و ethnic الوهمية ، و $\hat{S}$ المقدر من الخطوة 1 .

انظر جدول [19.11] بالمقارنة مع أداة واحدة في جدول [19.7] ، عندما أدخلنا أدوات متعددة ، ارتفع معامل S (التعليم) قليلاً ، لكنه لا يزال أعلى معنويا من انحدار OLS . لكن لاحظ مرة أخرى أن الخطأ المعياري النسبي لهذا المعامل أعلى من نظيره في OLS ، مذكرا مرة أخرى بأن مقدرات IV قد تكون أقل كفاءة .

جدول [19.11] دالة المكاسب مع ادوات متعددة

ivreg lEarnings female wexp ethblack ethhisp (S=sm sf siblings),robust
Instrumental variables (2SLS) regression   Number of obs = 540
F(5, 534) = 26.63
Prob > F = 0.0000
R-squared = 0.3492
Root MSE = .51071

	Robust					
lEarnings	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
s	.1579691	.0216708	7.29	0.000	.1153986	.2005396
female	−.2976888	.0441663	−6.74	0.000	−.3844499	−.2109278
wexp	.0372111	.005846	6.37	0.000	.0257271	.0486951
ethblack	−.1627797	.0625499	−2.60	0.010	−.2856538	−.0399056
ethhisp	−.0676639	.098886	−0.68	0.494	−.2619172	.1265893
_cons	.1689836	.3621567	0.47	0.641	−.542443	.8804101

Instrumented: S
Instruments: female wexp ethblack ethhisp sm sf siblings

اختبار صلاحية الأدوات الفائضة

Testing the validity of surplus instruments

في وقت سابق ذكرنا أن عدد الأدوات يجب أن يكون مساويا على الأقل لعدد المتغيرات المستقلة العشوائية . لذا ، من الناحية الفنية بالنسبة للمكاسب ، سيكفي واحد فقط من الأدوات ، كما في جدول [19.7] حيث استخدمنا *Sm* (تعليم الأم) كأداة . لدينا ثلاثة أدوات في جدول [19.11] ، اثنان أكثر من الحد الأدنى المطلق . كيف نعرف أنها صحيحة من حيث ارتباطها بالتعليم ولكنها ليست مرتبطة بحد الخطأ؟ بعبارة بسيطة ، هل هي مناسبة؟

قبل أن نقدم إجابة على هذا السؤال ، تجدر الإشارة إلى ما يلي :

1. إذا كان عدد الأدوات (*I*) يساوي عدد المتغيرات المستقلة الداخلية ، مثلا *K* ، نقول أن معاملات الانحدار تم تعريفها تعريفًا مضبوطا ، أي أنه يمكننا الحصول على تقديرات فريدة من نوعها .

2 . إذا تجاوز عدد الأدوات (I) عدد المتغيرات المستقلة K، ، فإن معاملات الانحدار تكون معرفة بأكثر من اللازم ، وفي هذه الحالة قد نحصل على أكثر من تقدير واحد لمتغير مستقل واحد أو لأكثر من متغير مستقل .

3 . إذا كان عدد الأدوات أقل من عدد المتغيرات المستقلة الداخلية ، فإن معاملات الانحدار تكون معرفة بأقل مما يجب ، بمعنى أنه لا يمكننا الحصول على قيم فريدة لمعاملات الانحدار .(1)

في المثال الحالي ، إذا استخدمنا ثلاثة أدوات (*Sm. Sf. siblings*) ، فلدينا أداتين إضافيين أو فائضين . كيف نكتشف صحة الأداة الإضافية؟ يمكننا التقدم على النحو التالي :(2)

1 - الحصول على تقديرات IV لمعاملات انحدار المكاسب بما في ذلك جميع المتغيرات (الخارجية) في النموذج زائد جميع الأدوات ، ثلاثة في الحالة الراهنة .

2 - نحصل على بواقي من هذا الانحدار نسميها *Res* .

3 - نجري انحدارا لـ *Res* على جميع المتغيرات المستقلة الأصلية ، بما في ذلك الأدوات ، ونحصل على قيمة R^2 من هذا الانحدار .

4 - نضرب قيمة R^2 التي تم الحصول عليها في الخطوة 3 في حجم العينة (n=540) . أي ، نحصل على nR^2. إذا كانت جميع الأدوات الفائضة صالحة ، فيمكن إثبات أن : $nR^2 \sim \chi^2_m$ ، أي أن nR^2 يتبع توزيع مربع كاي مع درجات حرية m ، حيث m هي عدد الأدوات الفائضة ؛ اثنان في مثالنا .

5 - إذا كانت قيمة مربع كاي المقدر تتجاوز قيمة مربع كاي الحرجة ، عند مستوى 5% على سبيل المثال ، نستنتج أن أداة فائضة واحدة على الأقل غير صالحة .

لقد قمنا بالفعل بإعطاء تقديرات IV لمكاسب الانحدار بما في ذلك الأدوات الثلاثة في جدول [19.11] . من هذا الانحدار حصلنا على الانحدار التالي وفقا للخطوة 3 أعلاه . تعرض النتائج في جدول [19.12] .

(1) عادة ما تتم مناقشة موضوع التعريف في سياق نماذج المعادلات الآتية للاطلاع على التفاصيل ، انظر :
Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapters 18, 19 and 20

(2) يستند هذا النقاش على :
R. Carter Hill, William E. Griffiths and Guay C. Lim, *Principles of Econometrics*, 3rd edn, John Wiley & Sons, New York, 2008, pp. 289–90.

لا داعي للقلق بشأن المعاملات في هذا الجدول . الكيان المهم هنا هو R^2 ، والذي يساوي 0.0171 . بضرب هذا في حجم العينة 540 ، نحصل على $nR^2 = 9.234$. قيمة مربع كاي chi-square عند 1% مستوى معنوية و df=2 هي حوالي 9.21 . لذا فإن قيمة مربع كاي المحسوبة ذات معنوية كبيرة ، مما يشير إلى وجود أداة فائضة واحدة على الأقل غير صالحة . يمكن أن نستبعد اثنين من الأدوات الثلاثة ، لأننا بحاجة إلى واحد فقط لتحديد (أي تقدير) المعلمات . بالطبع ، ليست فكرة جيدة التخلص من الأدوات . هناك إجراءات في المؤلفات لاستخدام المربعات الصغرى المرجحة للحصول على تقديرات IV متسقة .

جدول [19.12] اختبار الأدوات الفائضة

regress Res female wexp ethblack ethhisp sm sf siblings

Source	SS	df	MS	
				Number of obs = 540
				F(7,532) = 1.32
Model	2.38452516	7	.340646452	Prob > F = 0.2366
Residual	136.894637	532	.257320746	R-squared = 0.0171
				Adj R-squared = 0.0042
Total	139.279162	539	.258402898	Root MSE = ,50727

Res	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
female	−.0067906	.0449329	−0.15	0.880	−.0950584	.0814771
wexp	−.0001472	.0047783	−0.03	0.975	−.0095339	.0092396
ethblack	−.0034204	.0708567	−0.05	0.962	−.1426136	.1357728
ethhisp	−.0197119	.1048323	−0.19	0.851	−.225648	.1862241
sm	−.0206955	.0110384	−1.87	0.061	−.0423797	.0009887
sf	.0215956	.0082347	2.62	0.009	.0054191	.0377721
siblings	.0178537	.0110478	1.62	0.107	−.0038489	.0395563
_cons	−.0636028	.1585944	−0.40	0.689	−.3751508	.2479452

نترك القارئ اكتشاف المزيد عن هذا في المراجع (انظر كتاب Stock and Watson للحصول على مزيد من التفاصيل) .

19.11 حالة وجود أدوات متعددة The case of multiple instruments

بسبب وجود أدوات متنافسة ، قد يكون التعليم مرتبطًا بأكثر من متغير أداة واحد . للسماح بهذا الاحتمال ، يمكننا تضمين أكثر من أداة واحدة في انحدار IV . غالباً ما يتم ذلك بمساعدة المربعات الصغرى ذات المرحلتين (2SLS) التي ناقشناها للتو .

خطوة 1 : نجري انحدارا للمتغير المشتبه به على جميع الأدوات ، ونحصل على القيمة التقديرية للمتغير المستقل .

الخطوة 2 : نقوم بعد ذلك بإجراء انحدار المكاسب على المتغيرات المستقلة المدرجة في النموذج الأصلي ولكن استبدال متغير التعليم بقيمته المقدرة من الانحدار في الخطوة 1 .

ويمكننا استبدال هذا الإجراء المكون من خطوتين بخطوة واحدة من خلال استدعاء الأمر *ivreg* الخاص بـ *Stata* عن طريق إدراج عدة أدوات في وقت واحد ، كما سيوضحه المثال التالي .

بالنسبة لانحدار المكاسب ، بالإضافة إلى تعليم الأم(*Sm*) ، يمكننا تضمين تعليم الأب (*Sf*) ، وعدد الأشقاء كأدوات في انحدار المكاسب على التعليم (S) ، والجنس (الأنثى=1) ، سنوات الخبرة في العمل(*wexp*) ، والعرق (وهمية للسود وذوي الاصول اللاتينية) .

خطوة 1 : نجري انحدارا للتعليم (S) على جميع المتغيرات المستقلة الأصلية (غير العشوائية) والأدوات . من هذا الانحدار نحصل على القيمة التقديرية لـ S ، مثلا ، $\hat{S}$.

خطوة 2 : نجري الآن انحدارا للمكاسب على wexp ، gender ، و ethnic الوهمية ، و $\hat{S}$ المقدر من الخطوة 1 .

انظر جدول [19.11] بالمقارنة مع أداة واحدة في جدول [19.7] ، عندما أدخلنا أدوات متعددة ، ارتفع معامل S (التعليم) قليلاً ، لكنه لا يزال أعلى معنويا من انحدار OLS . لكن لاحظ مرة أخرى أن الخطأ المعياري النسبي لهذا المعامل أعلى من نظيره في OLS ، مذكرا مرة أخرى بأن مقدرات IV قد تكون أقل كفاءة .

جدول [19.11] دالة المكاسب مع ادوات متعددة

ivreg lEarnings female wexp ethblack ethhisp (S=sm sf siblings),robust
Instrumental variables (2SLS) regression Number of obs = 540
F(5, 534) = 26.63
Prob > F = 0.0000
R-squared = 0.3492
Root MSE = .51071

	Robust					
lEarnings	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
s	.1579691	.0216708	7.29	0.000	.1153986	.2005396
female	-.2976888	.0441663	-6.74	0.000	-.3844499	-.2109278
wexp	.0372111	.005846	6.37	0.000	.0257271	.0486951
ethblack	-.1627797	.0625499	-2.60	0.010	-.2856538	-.0399056
ethhisp	-.0676639	.098886	-0.68	0.494	-.2619172	.1265893
_cons	.1689836	.3621567	0.47	0.641	-.542443	.8804101

Instrumented: S
Instruments: female wexp ethblack ethhisp sm sf siblings

اختبار صلاحية الأدوات الفائضة

Testing the validity of surplus instruments

في وقت سابق ذكرنا أن عدد الأدوات يجب أن يكون مساويا على الأقل لعدد المتغيرات المستقلة العشوائية . لذا ، من الناحية الفنية بالنسبة للمكاسب ، سيكفي واحد فقط من الأدوات ، كما في جدول [19.7] حيث استخدمنا *Sm* (تعليم الأم) كأداة . لدينا ثلاثة أدوات في جدول [19.11] ، اثنان أكثر من الحد الأدنى المطلق . كيف نعرف أنها صحيحة من حيث ارتباطها بالتعليم ولكنها ليست مرتبطة بحد الخطأ؟ بعبارة بسيطة ، هل هي مناسبة؟

قبل أن نقدم إجابة على هذا السؤال ، تجدر الإشارة إلى ما يلي :

1. إذا كان عدد الأدوات (*I*) يساوي عدد المتغيرات المستقلة الداخلية ، مثلا *K* ، نقول أن معاملات الانحدار تم تعريفها تعريفًا مضبوطا ، أي أنه يمكننا الحصول على تقديرات فريدة من نوعها .

2 . إذا تجاوز عدد الأدوات (I) عدد المتغيرات المستقلة K، ، فإن معاملات الانحدار تكون معرفة بأكثر من اللازم ، وفي هذه الحالة قد نحصل على أكثر من تقدير واحد لمتغير مستقل واحد أو لأكثر من متغير مستقل .

3 . إذا كان عدد الأدوات أقل من عدد المتغيرات المستقلة الداخلية ، فإن معاملات الانحدار تكون معرفة بأقل مما يجب ، بمعنى أنه لا يمكننا الحصول على قيم فريدة لمعاملات الانحدار .(1)

في المثال الحالي ، إذا استخدمنا ثلاثة أدوات (*Sm, Sf, siblings*) ، فلدينا أداتين إضافيين أو فائضين . كيف نكتشف صحة الأداة الإضافية؟ يمكننا التقدم على النحو التالي :(2)

1 – الحصول على تقديرات IV لمعاملات انحدار المكاسب بما في ذلك جميع المتغيرات (الخارجية) في النموذج زائد جميع الأدوات ، ثلاثة في الحالة الراهنة .

2 – نحصل على بواقي من هذا الانحدار نسميها *Res* .

3 – نجري انحدارا لـ *Res* على جميع المتغيرات المستقلة الأصلية ، بما في ذلك الأدوات ، ونحصل على قيمة R^2 من هذا الانحدار .

4 – نضرب قيمة R^2 التي تم الحصول عليها في الخطوة 3 في حجم العينة (n=540) . أي ، نحصل على nR^2. إذا كانت جميع الأدوات الفائضة صالحة ، فيمكن إثبات أن : $nR^2 \sim \chi^2_m$ ، أي أن nR^2 يتبع توزيع مربع كاي مع درجات حرية m ، حيث m هي عدد الأدوات الفائضة ؛ اثنان في مثالنا .

5 – إذا كانت قيمة مربع كاي المقدر تتجاوز قيمة مربع كاي الحرجة ، عند مستوى 5% على سبيل المثال ، نستنتج أن أداة فائضة واحدة على الأقل غير صالحة .

لقد قمنا بالفعل بإعطاء تقديرات IV لمكاسب الانحدار بما في ذلك الأدوات الثلاثة في جدول [19.11] . من هذا الانحدار حصلنا على الانحدار التالي وفقا للخطوة 3 أعلاه . تعرض النتائج في جدول [19.12] .

(1) عادة ما تتم مناقشة موضوع التعريف في سياق نماذج المعادلات الآنية للاطلاع على التفاصيل ، انظر :

Gujarati/Porter, *op cit.*, Chapters 18, 19 and 20

(2) يستند هذا النقاش على :

R. Carter Hill, William E. Griffiths and Guay C. Lim, *Principles of Econometrics*, 3rd edn, John Wiley & Sons, New York, 2008, pp. 289–90.

لا داعي للقلق بشأن المعاملات في هذا الجدول . الكيان المهم هنا هو R^2 ، والذي يساوي 0.0171 . بضرب هذا في حجم العينة 540 ، نحصل على $nR^2 = 9.234$. قيمة مربع كاي chi-square عند 1% مستوى معنوية و df=2 هي حوالي 9.21 . لذا فإن قيمة مربع كاي المحسوبة ذات معنوية كبيرة ، مما يشير إلى وجود أداة فائضة واحدة على الأقل غير صالحة . يمكن أن نستبعد اثنين من الأدوات الثلاثة ، لأننا بحاجة إلى واحد فقط لتحديد (أي تقدير) المعلمات . بالطبع ، ليست فكرة جيدة التخلص من الأدوات . هناك إجراءات في المؤلفات لاستخدام المربعات الصغرى المرجحة للحصول على تقديرات IV متسقة .

جدول [19.12] اختبار الأدوات الفائضة

regress Res female wexp ethblack ethhisp sm sf siblings

Source	SS	df	MS	
				Number of obs = 540
				F(7,532) = 1.32
Model	2.38452516	7	.340646452	Prob > F = 0.2366
Residual	136.894637	532	.257320746	R-squared = 0.0171
				Adj R-squared = 0.0042
Total	139.279162	539	.258402898	Root MSE = .50727

Res	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf. Interval]	
female	–.0067906	.0449329	–0.15	0.880	–.0950584	.0814771
wexp	–.0001472	.0047783	–0.03	0.975	–.0095339	.0092396
ethblack	–.0034204	.0708567	–0.05	0.962	–.1426136	.1357728
ethhisp	–.0197119	.1048323	–0.19	0.851	–.225648	.1862241
sm	–.0206955	.0110384	–1.87	0.061	–.0423797	.0009887
sf	.0215956	.0082347	2.62	0.009	.0054191	.0377721
siblings	.0178537	.0110478	1.62	0.107	–.0038489	.0395563
_cons	–.0636028	.1585944	–0.40	0.689	–.3751508	.2479452

نترك القارئ اكتشاف المزيد عن هذا في المراجع (انظر كتاب Stock and Watson للحصول على مزيد من التفاصيل) .

19.12 الانحدار الذي يتضمن أكثر من متغير مستقل داخلي

Regression involving more than one endogenous regressor

حتى الآن ركزنا على متغير مستقل داخلي واحد . كيف نتعامل مع وضع به اثنين أو أكثر من المتغيرات المستقلة العشوائية؟ لنفترض في انحدار المكاسب أننا نعتقد أن

المتغير المستقل خبرة العمل (*wexp*) هو أيضًا عشوائي . الآن لدينا اثنين من المتغيرات المستقلة العشوائية ، التعليم (S) وخبرة العمل *wexp* . يمكن استخدام طريقة 2SLS للتعامل مع هذه الحالة .

كما أن أداة واحدة (*Sm*) كافية لتحديد أثر التعليم على المكاسب ، نحن بحاجة إلى أداة أخرى لـ*wexp* . لدينا متغير العمر *age* في بياناتنا . حتى نتمكن من استخدامه كممثل لـ*wexp* . يمكن أن يعامل العمر كمتغير خارجي حقا . لتقدير انحدار المكاسب مع متغيرين مستقلين عشوائيين ، فإننا نمضي كما يلي :

المرحلة 1 : نجري انحدارا لكل المتغيرات المستقلة الداخلية على جميع المتغيرات الخارجية ونحصل على القيم التقديرية لهذه المتغيرات المستقلة .

المرحلة 2 : نقوم بتقدير دالة المكاسب باستخدام كل المتغيرات الخارجية والقيم المقدرة للمتغيرات الداخلية من المرحلة 1 .

في الواقع ، ليس علينا أن نقوم من خلال هذا الإجراء بالمرحلتين ، لأن الحزم مثل *Stata* تستطيع القيام بذلك في خطوة واحدة . تعرض النتائج في جدول [19.13] .

يبين هذا الانحدار أن العائد مقابل سنة اضافية واحدة من التعليم يبلغ حوالي 13.4% ، مع ثبات العوامل الأخرى . متغيرات *female* و*ethblack* ذات معنوية كبيرة بشكل فردي ، كما كان من قبل ، ولكن متغير خبرة العمل غير معنوي إحصائيا .

لقد حاولنا أن نبرهن على أن تقدير IV سيعطي تقديرات متسقة في حالة وجود أخطاء قياس خطيرة في المتغير المستقل ، على الرغم من أن التقديرات التي تم الحصول عليها بهذه الطريقة غير كفء . ولكن إذا كانت أخطاء القياس غير موجودة فإن كلا من التقديرات OLS و IV تكون متسقة ، وفي هذه الحالة يجب أن نختار OLS لأنها أكثر كفاءة . لذا يجب علينا أن نعرف ما إذا كانت الأدوات المختارة للدراسة صحيحة أم لا .

إن الاختبار الذي طوره Durbin,Wu and Hausman (DWH) ، ولكن المعروف

بشكل عام باسم اختبار Hausman ، هو الذي يستخدم في الاقتصاد القياسي التطبيقي لاختبار صحة الأدوات .[1]

جدول [19.13] تقدير IV مع اثنين من المتغيرات المستقلة

```
. ivregress 2sls lEarnings female ethblack ethhisp (s wexp = sm age)
Instrumental variables (2SLS) regression Number of obs = 540
Wald chi2(5) = 139.51
Prob > chi2 = 0.0000
R-squared = 0.3440
Root MSE = .50987
```

lEarnings	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf. Interval]	
s	.1338489	.0229647	5.83	0.000	.0888389	.1788589
wexp	.0151816	.0158332	0.96	0.338	–.0158509	.0462141
female	–.3378409	.0535152	–6.31	0.000	–.4427287	–.2329531
ethblack	–.215774	.0787299	–2.74	0.006	–.3700818	–.0614663
ethhisp	–.1252153	.1063871	–1.18	0.239	–.3337301	.0832995
_cons	.8959276	.4964128	1.80	0.071	–.0770236	1.868879

Instrumented: s wexp
Instruments: female ethblack ethhisp sm age

على الرغم من أن رياضيات الاختبار معقدة ، فإن الفكرة الأساسية وراء اختبار DWH بسيطة للغاية . نقارن الفروق بين معاملات OLS و IV من جميع المتغيرات في النموذج ونحصل على ، مثلا ، $m = (b^{OLS} - b^{IV})$ تحت الفرض الصفري بأن $m = 0$ ، يمكن اثبات أن m توزع على أنها توزيع مربع كاي مع درجات الحرية مساوية لعدد المعاملات المقارنة . إذا تبين أن m تساوي صفر ، فإنها تشير إلى أن المتغير المستقل (العشوائي) غير مرتبط بحد الخطأ ويمكننا استخدام OLS بدلاً من IV ، لأن مقدرات OLS أكثر كفاءة .

---

(1) انظر:

Jerry Hausman, Specification tests in econometrics, *Econometrica*, vol. 46, no. 6, 1978, pp.1251–71; James Durbin, Errors in variables, *Review of the International Statistical Institute*, vol. 22, no. 1,1954, pp. 23–32, and Wu, De-Min, Alternative tests of independence between stochastic regressors and disturbances, *Econometrica*, vol. 41, no. 4, 1073, 733–50. See also A. Nakamura and M. Nakamura, On the relationship among several specification error tests presented by Durbin, Wu, and Hausman, *Econometrica*, vol. 49, November 1981, pp. 1583–8.

يعرض جدول [19.14] نتائج اختبار DWH على أساس *Stata* . في هذا الجدول ، يعطي العمود (b) تقديرات النموذج تحت (earniv) IV والعمود (B) التقديرات التي تم الحصول عليها من (earnols) OLS . يعرض العمود التالي الفرق بين مجموعتي المعاملات (*m*) ويعرض العمود الأخير الخطأ المعياري للفرق بين التقديرين .

جدول [19.14] اختبار DWH لصلاحية الأدوات لدالة المكاسب

hausman earniv earnols1, constant

	Coefficients			
	(b)	(B)	(b-B)	sqrt(diag(V_b-V_B))
	earniv	earnols	Difference	S.E.
educ	.1431384	.1082223	.0349161	.0273283
female	-.2833126	-.2701109	-.0132017	.0121462
wexp	.0349416	.029851	.0050906	.0040397
ethblack	-.1279853	-.1165788	-.0114065	.0138142
ethhisp	-.0506336	-.0516381	.0010045	.0141161
asvab02	.0044979	.0093281	-.0048302	.0037962
_cons	.1715716	.483885	-.3123135	.2454617

b = consistent under Ho and Ha; obtained from ivreg
B = inconsistent under Ha, efficient under Ho; obtained from regress
Test: Ho: difference in coefficients not systematic
chi2(7) = (b-B)'[(V_b-V_B)^(-1)](b-B)
= 1.63
Prob>chi2 = 0.9774

لا نرفض فرض العدم بأن تقديرات OLS و IV متساوية إحصائياً ، لأن احتمال الحصول على قيمة chi-square بقيمة 1.63 أو أكبر هو حوالي 98% . في هذه الحالة ، يجب أن نختار مقدرات OLS ، لأنها أكثر كفاءة من مقدرات IV .

على الرغم من أننا لم نأخذ في الاعتبار جميع البيانات الواردة في جدول [19.2] ، بناءً على النموذج المذكور هنا ، يبدو أن متغير التعليم (S) ربما لا يرتبط مع حد الخطأ . لكن يُنصح القارئ بتجربة نماذج أخرى من البيانات الواردة في جدول [19.2] لمعرفة ما إذا كانت تصل إلى استنتاج مختلف .

19.13 ملخص واستنتاجات Summary and conclusions

أحد الافتراضات الحرجة لنموذج للانحدار الخطي الكلاسيكي هو أن حد الخطأ والمتغير (المتغيرات) المستقل غير مرتبطين . ولكن إذا كانا مرتبطين ، فإننا نسمي مثل هذه المتغيرات المستقلة بالمتغيرات المستقلة العشوائية أو الداخلية . في هذه الحالة ، تكون مقدرات OLS متحيزة ولا يختفي التحيز حتى إذا زاد حجم العينة إلى ما لا نهاية . وبعبارة أخرى ، لا تكون مقدرات OLS متسقة . ونتيجة لذلك ، فإن اختبارات المعنوية واختبارات الفروض تصبح موضع شك .

إذا كان بوسعنا العثور على متغيرات ممثلة بحيث لا تكون مرتبطة بحد الخطأ ، ولكن ترتبط بالمتغيرات المستقلة العشوائية وليست مرشحة في حد ذاتها في نموذج الانحدار ، يمكن الحصول على تقديرات متسقة لمعاملات المتغيرات المستقلة العشوائية المشتبه بها . وتسمى هذه المتغيرات ، إذا كانت متوفرة ، بالمتغيرات الأداة ، أو أدوات للاختصار .

في العينات الكبيرة يتم توزيع مقدرات IV توزيعا طبيعيا بمتوسط يساوي قيمة المجتمع الحقيقية للمتغير المستقل المعني والتباين الذي ينطوي على معامل ارتباط المجتمع للأداة مع المتغير المستقل العشوائي موضع الشك . لكن في عينات صغيرة ، أو محدودة ، تكون مقدرات IV متحيزة ، وتبايناتها أقل كفاءة من مقدّرات OLS .

يعتمد نجاح IV على مدى قوتها – أي ، مدى ارتباطها بقوة مع المتغير المستقل العشوائي . إذا كان هذا الارتباط قوياً ، نقول إن مثل هذه IVs قوية ، ولكن إذا كان ضعيفا ، فإننا نطلق عليها أدوات ضعيفة . إذا كانت الأدوات ضعيفة ، فقد لا يتم توزيع المقدرات وفقا للتوزيع الطبيعي حتى في العينات الكبيرة .

إن العثور على أدوات "جيدة" ليس سهلا . فذلك يتطلب الحدس ، والتفكر ، والتوافق مع العمل التجريبي السابق ، أو في بعض الأحيان مجرد الحظ . وهذا هو السبب في أنه من المهم اختبار صراحة ما إذا كانت الأداة المختارة ضعيفة أو قوية ، وذلك باستخدام اختبارات مثل اختبار Hausman .

نحتاج إلى أداة واحدة لكل متغير مستقل عشوائي . ولكن إذا كان لدينا أكثر من أداة واحدة للمتغير المستقل العشوائي ، فنحن نمتلك مجموعة من الأدوات ونحتاج لاختبار صحتها . تعني الصلاحية هنا ما إذا كانت الأدوات الفائضة ذات ارتباط قوي بالمتغير المستقل ولكنها غير مرتبطة بحد الخطأ . لحسن الحظ ، هناك العديد من الاختبارات المتاحة لاختبار هذا .

إذا كان هناك أكثر من واحد من المتغيرات المستقلة العشوائية في نموذج ، سيكون علينا العثور على أداة (أدوات) لكل متغير مستقل عشوائي . مرة أخرى ، نحن بحاجة إلى اختبار الأدوات من أجل صحتها .

أحد الأسباب العملية التي جعلت IVs شائعة هو أن لدينا حزم إحصائية ممتازة ، مثل *Stata* و *Eviews* ، مما يجعل مهمة تقدير نماذج الانحدار IV أمرًا سهلاً للغاية .

لا يزال موضوع IV يتطور ويجري بحث كبير عليه من قبل الأوساط الأكاديمية المختلفة . وهذا يدفع على زيارة مواقعها على شبكة الإنترنت لمعرفة المزيد عن التطورات الأخيرة في هذا المجال . وبطبيعة الحال ، فإن الإنترنت هو مصدر للمعلومات عن التقنيات الإحصائية IV وغيرها .

تطبيقات Exercise

19.1 إثبت أن : $\Sigma x_i X_i / \Sigma x_i^2 = 1$ ، حيث $x_i = (X_i - \bar{X})$.

19.2 تحقق من المعادلة . (19.11)

19.3 تحقق من المعادلة . (19.12)

19.4 تحقق من المعادلة . (19.29)

19.5 ارجع إلى انحدار الأجور الذي تمت مناقشته في النص . تظهر الأدلة التجريبية أن الأجر – خبرة العمل (*wexp*) مقعرة – يزيد الأجر مع خبرة العمل ، ولكن بمعدل متناقص . لمعرفة ما إذا كانت هذه هي الحالة ، يمكن للمرء إضافة متغير $wexp^2$ إلى دالة الأجر (19.39) . إذا تم التعامل مع *wexp* كمتغير خارجي ، كذلك يكون الحال مع $wexp^2$. قم بتقدير دالة الأجر باستخدام OLS و IV و قارن نتائجك مع النتائج المبينة في النص .

19.6 استمر مع دالة الأجر التي تمت مناقشتها في النص . تحتوي البيانات الأولية على معلومات عن عدة متغيرات إلى جانب تلك المدرجة في المعادلة (19.39) . على سبيل المثال ، هناك معلومات عن الحالة الاجتماعية (أعزب ، متزوج ، مطلق) ، درجات ASVAB على المنطق الحسابي ومعرفة الكلمات ، العقيدة (لا شيء ، الكاثوليكية ، اليهودية ، البروتستانتية ، أخرى) ، الخصائص الطبيعية (الطول والوزن) ، فئة التوظيف (الحكومة والقطاع الخاص والمهن الحرة) ومنطقة البلد (شمال وسط وشمال شرق وجنوب وغرب) . إذا كنت تريد أن تأخذ بعين الاعتبار بعض هذه المتغيرات في دالة الأجر ، قم

بتقدير النموذج الخاص بك ، مع إيلاء الاهتمام الواجب لمشكلة التجانس endogeneity . وضح الحسابات الضرورية .

19.7 في مقاله ، "تقدير المتغير الأداة لنماذج بيانات العد : تطبيقات على نماذج سلوك تدخين السجائر" *Review of Economics and Statistics* (1997, pp. 586–93) ، أراد John Mullahy معرفة إذا كان تدخين الأم أثناء الحمل يؤثر سلبًا على وزن مولودها . للإجابة على هذا السؤال ، درس العديد من المتغيرات ، مثل اللوغاريتم الطبيعي للوزن عند الولادة ، والجنس (1 إذا كان الطفل ذكرا) ، ورقم الولادة (عدد الأطفال الذين ولدتهم المرأة) ، وعدد السجائر التي تدخنها الأم أثناء الحمل ، ودخل الأسرة وتعليم الأب ، وتعليم الأم .

ويمكن الاطلاع على البيانات الخام على موقع Michael Murray الإلكتروني (http://www.aw-bc.com/murray/) . قم بتنزيل مجموعة البيانات هذه وقم بتطوير النموذج الخاص بك لتأثير تدخين الأم أثناء الحمل على وزن الطفل عند الولادة وقارن نتائجك مع نتائج John Mullahy . اذكر أسبابك في لماذا تعتقد أن نموذج logit القياسي أو نموذج probit يكفي دون اللجوء إلى تقدير IV.

19.8 فكر في النموذج المعطى في معادلات (19.35) و (19.36) . احصل على بيانات حول معدل الجريمة ، والإنفاق على إنفاذ القانون ومعامل Gini لأي بلد من اختيارك ، أو لمجموعة من البلدان ، أو لمجموعة من المدن داخل بلد ما ، وقدر المعادلتين بواسطة OLS . كيف ستستخدم IV للحصول على تقديرات متسقة لمعلمات النموذجين؟ اعرض الحسابات الضرورية .

19.9 اعتبر النموذج التالي :

$$Y_t = B_1 + B_2 X_t + u_t \qquad (1)$$

حيث Y =: التغيرات الشهرية في معدل السندات AAA ، X = التغيير الشهري في معدل سندات الخزينة لمدة ثلاثة أشهر (TB3) ، و u = حد الخطأ العشوائي . احصل على بيانات شهرية عن هذه المتغيرات من أي مصدر موثوق به (على سبيل المثال بنك الاحتياطي الفيدرالي في سانت لويس) على مدى السنوات الثلاثين الماضية .

(أ) قدر المعادلة (1) باستخدام OLS . وضح النواتج الضرورية .

(ب) بما أن الظروف الاقتصادية العامة تؤثر على التغيرات في كل من AAA و TB3 ، فإننا لا نستطيع أن نعامل TB3 كمنبع خارجي خالص . قد تكون هذه العوامل الاقتصادية العامة مخبأة بشكل جيد في حد الخطأ ، u_t . لذلك من المحتمل أن تكون TB3 وحد الخطأ مرتبطين .

كيف يمكنك استخدام تقدير IV للحصول على مقدّر IV لـ B_2؟ ما هو IV الذي ستستخدمه كأداة لـ TB3؟

(ج) باستخدام الأداة التي اخترتها ، احصل على تقدير IV لـ B_2 وقارن هذا التقدير مع تقدير OLS الذي تم الحصول عليه لـ B_2 من (أ) .

(د) يقترح عليك شخص ما أن بإمكانك استخدام التغيرات الماضية في TB3 كأداة ل TB3 الحالي . ماذا قد يكون المنطق وراء هذا الاقتراح؟ لنفترض أنك تستخدم TB3 متباطئاً شهرا واحدا كأداة . باستخدام هذه الأداة ، قدر المعادلة (1) أعلاه وعلق على النتائج .

ملحق 1 Appendix 1

مجموعات البيانات المستخدمة في النص

الجداول المعنونة المعروضة متاحة إما على موقع الويب المرفق أو تم تضمينها في النص . تصف مدخلات الأجزاء المعنونة البيانات القابلة للتحميل من أطراف ثالثة .

جدول [1.1] الأجور والبيانات ذات الصلة .

W (Wage) : الأجر بالساعة بالدولار ، والذي يمثل المتغير التابع .

المتغيرات التفسيرية ، أو المتغيرات المستقلة ، وهي كما يلي :

FE (Female) : الجنس ، تم ترميزه 1 للإناث ، 0 للذكور

NW (Nonwhite) : العرق ، تم ترميز 1 للعمال غير البيض ، 0 للعمال البيض

UN (Union) : وضع الاتحاد العمالي ، تم ترميز 1 إذا كان في وظيفة لها نقابة أو اتحاد ، 0 خلاف ذلك

ED (Education) : التعليم (بالسنوات)

EX (Exper) : خبرة العمل المتوقعة (بالسنوات) ، تعرف على أنها العمر مطروحا منه سنوات الدراسة ناقص 6 . (من المفترض أن يبدأ التعليم في عمر 6 سنوات) .

Age : العمر بالسنوات

Wind : تم ترميزها 1 إذا لم يتم دفعها بالساعة

جدول [2.1] بيانات الإنتاج الخاصة بالولايات المتحدة الأمريكية ، 2005 .

Q (Output) : (الناتج) القيمة المضافة ، آلاف الدولارات

L (مدخلات العمل Labor input) : ساعات العمل بالآلاف

K (مدخلات رأس المال) : النفقات الرأسمالية بآلاف الدولارات

جدول [2.5] بيانات عن الناتج المحلي الإجمالي الحقيقي ، 2007– 1960 ، USA .

RGDP = الناتج المحلي الإجمالي الحقيقي

جدول [2.8] الإنفاق على الأغذية ومجموع نفقات 869 أسرة في الولايات المتحدة في عام 1995 .

SFDHO = حصة نفقات الغذاء على مجموع النفقات

EXPEND = إجمالي النفقات

جدول [2.15]

GDP-cap = GDP لكل عامل (1997)

Index = مؤشر الفساد (1998)

جدول [3.6] إجمالي الاستثمارات الخاصة وإجمالي المدخرات الخاصة ، USA، 1959–2007 .

GPI = إجمالي الاستثمارات الخاصة ، مليارات الدولارات

GPI = إجمالي المدخرات الخاصة ، مليارات الدولارات

جدول [3.10] المبيعات بالتجزئة الفصلية للأزياء ، 1986-I–1992-IV

Sales = المبيعات الحقيقية لكل ألف قدم مربع من مساحات البيع بالتجزئة

جدول [3.16] آثار الحظر واستهلاك السكر على داء السكري .

Diabetes = انتشار داء السكري في بلد ما

Ban = 1 إذا كان هناك نوع من الحظر المفروض على السلع المعدلة وراثيا ، 0 خلاف ذلك

Sugar Sweet Cap = العرض المحلي من السكر والحليات للفرد ، بالكيلوغرام .

جدول [4.2] بيانات Mroz ساعات عمل النساء المتزوجات : بيانات من *Stata* .

Hours : ساعات العمل التي تم قضائها في عام 1975 (متغير تابع)

Kidslt6 : عدد الأطفال الذين تقل أعمارهم عن 6 سنوات .

Kidsge6 : عدد الأطفال بين 6 و 18 عامًا .

Age : عمر المرأة بالسنوات .

Educ : سنوات الدراسة

Wage : أجر تقديري من الأرباح

Hushrs : ساعات عمل الزوج

Husage : عمر الزوج

Huseduc : سنوات دراسة الزوج

Huswage : أجر الزوج في الساعة ، عام 1975

Faminc : دخل الأسرة في 1975

Mtr : سعر الضريبة الفيدرالية الحدية التي تفرض على المرأة

motheduc : سنوات الأم في التعليم

fatheduc : سنوات الأب في التعليم

Unem : معدل البطالة في محل الإقامة

Exper : خبرة سوق العمل الفعلية

جدول [4.9] احتياجات القوى العاملة لتنفيذ مشروع إقامة مساكن لضباط البكالوريوس في البحرية في US ، المكونة من 25 بناية .

Y : ساعات العمل الشهرية اللازمة لتنفيذ المشروع

X_1 : متوسط معدل الإشغال اليومي

X_2 : المتوسط الشهري لعدد تسجيلات الوصول

X_3 : ساعات العمل الأسبوعية لتشغيل مكتب الخدمة

X_4 : منطقة الاستخدام العام (بالقدم المربع)

X_5 : عدد أجنحة البناء

X_6 : سعة الرسو التشغيلي

X_7 : عدد الغرف

جدول [5.1] بيانات معدلات الإجهاض في 50 ولاية في الولايات المتحدة الأمريكية ، 1992 .

State = اسم الولاية (50 ولاية أمريكية) .

ABR = معدل الإجهاض ، عدد حالات الإجهاض لكل ألف امرأة تتراوح أعمارهن بين 15 – 44 عام 1992 .

Religion = النسبة المئوية لسكان الولاية حسب الديانة .

Price = متوسط السعر المفروض في 1993 على المرافق غير التابعة للمستشفى للإجهاض في 10 أسابيع بالتخدير الموضعي (مرجع بعدد حالات الإجهاض التي

أجريت في عام 1992) .

Laws = متغير يأخذ قيمة 1 إذا فرضت الدولة قانونًا يمنع إجراء الإجهاض لفتاة قاصر ، 0 بخلاف ذلك .

Funds = المتغير الذي يأخذ قيمة 1 إذا كانت أموال الدولة متاحة للاستخدام لدفع تكاليف الإجهاض في معظم الحالات ، 0 خلاف ذلك .

Educ = النسبة المئوية لسكان الولاية الذين يبلغ عمرهم 25 عامًا أو أكثر ويحملون شهادة الثانوية العامة (أو ما يعادلها) ، في عام 1990 .

Income = الدخل المتاح للفرد الواحد ، في عام 1992 .

Picket = النسبة المئوية للمستجيبين الذين أبلغوا عن تعرضهم للاضراب مع احتكاك جسدي أو صد المرضى .

جدول [6.1] دالة الاستهلاك الأمريكي ، 1947–2000 .

C = الإنفاق الاستهلاكي

DPI = الدخل الشخصي الحقيقي المتاح

W = الثروة الحقيقية

R = معدل الفائدة الحقيقي

جدول [7.8] بيانات عن تدخين السجائر والوفيات الناجمة عن أنواع مختلفة من السرطان في 43 ولاية وواشنطن العاصمة لعام 1960

Cig = عدد السجائر المدخنة للفرد (بالمئات)

Deaths = عدد الوفيات الناجمة عن المثانة والرئة والكلى وسرطان الدم

جدول [7.11]

PCE = الإنفاق الاستهلاكي الشخصي ، بلايين الدولارات

GDPI = إجمالي الاستثمار الخاص المحلي ، مليار دولار

Income = الدخل ، بلايين الدولارات

جدول [8.1] بيانات عن التدخين والمتغيرات الأخرى .

Smoker = 1 للمدخنين و 0 لغير المدخنين

Age = العمر بالسنوات

Education = عدد سنوات التعليم

Income = دخل الأسرة

Pcigs = سعر السجائر في الولايات كل ولاية على حدة في عام 1979

جدول [8.7] عدد القسائم التي تم استردادها وخصم السعر .

Discount = سعر الخصم بالسنت .

Sample size = عدد كوبونات الخصم الصادرة ، 500 في كل حالة

Redeemed = عدد القسائم التي تم استرداد قيمتها .

جدول [8.8] الرهون العقارية بمعدلات ثابتة أو قابلة للتعديل .

Adjust = 1 إذا تم اختيار قرض قابل للتعديل ، 0 خلاف ذلك .

Fixed rate = معدل فائدة ثابت

Margin = (معدل متغير – معدل ثابت)

Yield = معدل الفائدة على سندات خزانة مدتها عشر سنوات مطروحا من المعدل عن 1 سنة

Points = نسبة النقاط على الرهون العقارية القابلة للتعديل إلى تلك المدفوعة على رهن بمعدل ثابت .

Networth = صافي ثروة المقترض

جدول [9.1] بيانات عن اختيار الكلية

Y = اختيار الكلية :عدم الالتحاق بكلية ، وكلية مدتها سنتان ، وكلية مدتها 4 سنوات .

X_2 = *hscath* = 1 إذا تخرج من المدرسة الكاثوليكية ، 0 بخلاف ذلك .

X_3 = *grades* = متوسط درجة الرياضيات ، اللغة الإنجليزية ، والدراسات الاجتماعية على مقياس درجات من 13 نقطة ، مع 1 لأعلى درجة و 13 لأدنى درجة . لذلك ، تدل أعلى نقطة من نقاط الدرجات على الأداء الأكاديمي الضعيف .

X_4 = *Faminc* = إجمالي دخل الأسرة في عام 1991 بآلاف الدولارات

X_5 = *Famsiz* = عدد أفراد الأسرة

X_6 = *parcoll* = 1 إذا كان الوالد الأكثر تعليماً متخرج من الكلية أو كان لديه درجة متقدمة .

X_7 =1 إذا كانت أنثى

X_8 = 1 إذا كان أسود

جدول **[9.3]** بيانات خام عن وسيلة الصفر

Mode = الاختيار : طيران ، قطار ، حافلة أو سيارة

Time = وقت الانتظار في المحطة ، صفر للسيارة

Invc = تكلفة وسيلة النقل

Invt = زمن السفر بوسيلة النقل

GC = مقياس التكلفة العام

Hinc = دخل رب الأسرة

Psize = حجم الازدحام في الوسيلة التي تم اختيارها

جزء **10.3** الآراء تجاه الأمهات العاملات :تم تحميل البيانات من:

http://www.stata-press.com/data/lf2/ordwarm2.dta.

الردود : 1 = غير موافق بشدة

2 = غير موافق

3 = موافق

4 = موافق بشدة

yr89 = سنة المسح عام 1989

الجنس *gender* : الذكور = 1

العرق *race* = 1 إذا كان أبيضا

العمر *age* = العمر بالسنوات

ed = سنوات التعليم

prst = المكانة في العمل

جزء **10.4** تقدير OLM بخصوص التقدم لكلية الدراسات العليا: تم تحميلها من

http://www.ats.ucla.edu/stat/stata/dae/ologit.dta.

النية للالتحاق بالدراسات العليا = 1 (غير محتمل). 2 (محتمل إلى حد ما) ، أو 3 (من المرجح جدا)

pared = 1 إذا كان أحد الوالدين على الأقل حاصل على تعليم عالٍ

public = 1 إذا كانت مؤسسة البكالوريوس جامعة عامة

GPA = متوسط درجة الطالب

جدول **[10.7]** الضعف العقلي والبيانات المرتبطة به

الصحة العقلية *Mental health* = جيد ، أعراض مرضية خفيفة ، تشكيل أعراض معتدل ، وضعيفة

SES = الحالة الاقتصادية – الاجتماعية

Events = مؤشر لأحداث الحياة

جدول **[11.1]** ساعات عمل النساء المتزوجات والبيانات المرتبطة بها

أنظر جدول **[4.2]**

جدول **[12.1]** بيانات عن عدد براءات الاختراع والإنفاق على البحث والتطوير (R&D) لعدد من 181 منشأة

P91 = عدد براءات الاختراع الممنوحة عام 1991

P90 = عدد براءات الاختراع الممنوحة عام 1990

LR91 = لوغاريتم نفقات R&D في 1991

LR90 = لوغاريتم نفقات R&D في 1990

المتغيرات الوهمية للصناعة *Industry* dummy = 5 متغيرات وهمية لـ 6 صناعات

المتغيرات الوهمية للدول *Country* dummy = 1 للولايات المتحدة و 0 لليابان

R&D = نفقات R&D

جدول **[12.8]** Ray Fair الشؤون خارج نطاق الزواج

obs = عدد المشاهدات

affair = 1 إذا كان لديه قضية واحدة على الأقل

naffair = عدد القضايا

male = 1 إذا كان ذكر ، 0 إذا كان أنثى

age = العمر بالسنوات

yrsmarr = عدد سنوات الزواج

kids = عدد الأطفال

education = عدد سنوات الراسة

relig = التدين : 1 = معاد للدين ، 2 = غير متدين على الإطلاق ، 3 = متدين قليلا ، 4 = متدين نوعا ما ، 5 = متدين جدا .

ratemarr = تقييم ذاتي للزواج : 1 = تعيس جدا ، 2 = تعيس نوعا ما ، 3 = متوسط ، 4 = سعيد فوق المتوسط ، 5 = سعيد جدا .

جدول [13.1] البيانات اليومية عن أسعار صرف الدولار/ اليورو 2000–2008 .

LEX = البيانات اليومية عن أسعار صرف الدولار/ اليورو

جدول [13.6] أسعار الإغلاق اليومية لأسهم IBM ، من يناير 2000 إلى أغسطس 2002

LCLOSE = لوغاريتم أسعار الإغلاق اليومية لأسهم IBM

جدول [14.1] PCE و *PCE* لـ USA ، ربع سنوي ، 1970–2008 .

PDI = الدخل الشخصي المتاح

PCE = نفقات الاستهلاك الشخصي

جدول [14.8] معدلات أذون الخزانة –3 أشهر و–6 أشهر ، من يناير 1981 إلى يناير 2010 .

TB3= معدل أذون الخزانة –3 أشهر

TB6= معدل أذون الخزانة –6 أشهر

جدول [16.1] PCE و PDI لكل فرد في 1960–2008 ، USA

PCE = نفقات الاستهلاك الشخصي لكل فرد

PDI = الدخل الشخصي المتاح لكل فرد

جدول [17.1] العطاء الخيري

Charity : مجموع النقدية والمساهمات بممتلكات أخرى ، باستثناء المبالغ التي تم ترحيلها من السنوات السابقة

Income : الدخل الإجمالي المعدل

Price : واحد ناقص معدل ضريبة الدخل الحدية ؛ يتم تعريف معدل الضريبة الحدية على الدخل قبل المساهمات

Age : متغير وهمي يساوي 1 إذا كان دافع الضرائب أكبر من 64 ، و 0 خلاف ذلك

MS : متغير وهمي يساوي 1 إذا كان دافع الضرائب متزوجًا ، 0 خلاف ذلك

DEPS : عدد المعالين المطالب بهم في الإقرار الضريبي

جدول [18.1] نمذجة مدة معاودة ارتكاب جريمة

1. *Black* = 1 إذا كان أسود
2. *Alcohol* = 1 إذا كانت توجد مشاكل تتعلق بالمشروبات الكحولية
3. *Drugs* = 1 إذا كان يوجد تاريخ للمخدرات
4. *Super* = 1 إذا تم انهاء المراقبة
5. *Married* = 1 إذا كان متزوجا عند الحبس في السجن
6. *Felon* = 1 إذا كانت العقوبة عن جناية
7. *Workprg* = 1 إذا كان في برنامج عمل السجون
8. *Property* = 1 إذا كانت الجريمة متعلقة بممتلكات
9. *Person* = 1 إذا كانت الجريمة ضد شخص
10. *Priors* = عدد الإدانات السابقة
11. *Educ* = سنوات الدراسة
12. *Rules* = عدد الانتهاكات للقواعد في السجن
13. *Age* = بالشهور
14. *Tserved* = مدة السجن المنقضية ، بتقريبها إلى شهور

15. *Follow* = طول فترة المتابعة ، أشهر

16. *Durat* = أقصى وقت حتى إعادة الإعتقال

17. *Cens* = 1 إذا كانت المدة ناقصة من الجانب الأيمن

18. (*ldurat* = log(durat

جدول [19.1] بيانات عن معدل الجريمة والانفاق على الشرطة في 1992 ،USA

Crime rate = عدد الجرائم لكل من السكان

Expenditure = الانفاق على الشرطة بالدولارات

جدول [19.7] المكاسب والتحصيل الدراسي لعدد 540 من الشباب في USA .

ln *Earn* = لوغاريتم المكاسب في الساعة بالدولار

S = سنوات الدراسة (أعلى درجة مكتملة في عام 2002)

Wexp = مجموع خبرة العمل خارج المدرسة بالسنوات في مقابلة عام 2002

Gender الجنس = 1 للإناث و 0 للرجال

Ethblack = 1 للسود

Ethhis = 1 أصل لاتيني ؛ غير السود وغير اللاتينيين هم الفئة المرجعية .

ملحق 2 Appendix 2

الملحق الإحصائي

هذا الملحق بمثابة تمهيد في النظرية الإحصائية الأساسية ويجب أن لا يغني عن خلفية شاملة في الإحصاء . هناك حاجة إلى الأدوات الأساسية المغطاة هنا لفهم نظرية الاقتصاد القياسي الموصوفة في الكتاب . تم عرض نظرة عامة مختصرة على الاحتمالات ، المتغيرات العشوائية ، التوزيعات الاحتمالية وخصائصها ، والاستدلال الإحصائي . سيتم ذكر أربع توزيعات مفيدة بشكل خاص في الاقتصاد القياسي : (1) التوزيع الطبيعي (2) توزيع t ؛ (3) توزيع مربع كاي (χ^2) chi-square ؛ و (4) توزيع *F* .

A.1 رموز التجميع

يتم التعبير عن العديد من الصيغ الرياضية بشكل عملي أكثر بالاختزال ، كما هو الحال مع الحرف اليوناني الكبير سيجما (Σ) المستخدم في الجمع على هذا النحو :

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n$$

تعني الصيغة $\sum_{i=1}^{n} X_i$ أخذ المجموع للمتغير X من 1 (أول قيمة) إلى *n* (آخر قيمة) .[1] الأشكال المطابقة لهذه الصيغة تتضمن :

$$\sum_{i=1}^{n} X_i, \quad \sum X_i, \quad \sum_{x} X$$

خصائص (Σ)

1. $\sum_{i=1}^{n} k = nk$ ، حيث *k* ثابت

على سبيل المثال : $\sum_{i=1}^{4} X_i = (4)(2) = 8$

2. $\sum_{i=1}^{n} kX_i = k\sum_{i=1}^{n} X_i$

(1) تمت كتابة الملحق بمساعدة Professor Inas Kelly. بشكل عام الحرف الكبير الذي له دليل سفلي i يعرف على أنه متغير ، يستطيع أخذ قيم عديدة ، بدلا من كونه ثابتا .

على سبيل المثال :

$$\sum_{i=1}^{2} 2X_i = 2\sum_{i=1}^{2} X_i = (2)(X_1 + X_2) = 2X_1 + 2X_2$$

3. $\sum_{i=1}^{n}(X_i + Y_i) = \sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i$

حيث X_i و Y_i هما متغيران

على سبيل المثال :

$$\sum_{i=1}^{2}(X_i + Y_i) = \sum_{i=1}^{2} X_i + \sum_{i=1}^{2} Y_i = X_1 + X_2 + Y_1 + Y_2$$

4. $\sum_{i=1}^{n}(a + b\, X_i) = na + b\sum_{i=1}^{n} X_i$

حيث b ثابت

على سبيل المثال :

$$\sum_{i=1}^{3}(4 + 5\, X_i) = (3)(4) + (5)\sum_{i=1}^{3} X_i = 12 + 5X_1 + 5X_2 + 5X_3$$

A.2 التجارب Experiments

المفاهيم الرئيسية

▲ تشير التجربة الإحصائية أو العشوائية إلى أي عملية مشاهدة أو قياس لها أكثر من نتيجة محتملة ويكون هناك عدم يقين بشأن النتيجة التي ستتحقق .

▲ يشار إلى فئة جميع النواتج الممكنة للتجربة باسم المجتمع أو فراغ العينة .

▲ الحدث عبارة عن مجموعة معينة من النواتج وهي مجموعة فرعية من فراغ العينة . تكون الأحداث متنافية إذا كان حدوث حدث واحد يمنع حدوث حدث آخر في نفس الوقت . يكون الحدثان متساويين إذا كانت احتمالات حدوثهما هي نفسها . تكون الأحداث شاملة إذا تضمنت جميع النواتج المحتملة للتجربة .

▲ المتغير الذي يتم تحديد قيمته العددية بنواتج تجربة يسمى متغير عشوائي أو تصادفي . يتم بشكل عام الإشارة إلى المتغيرات العشوائية بأحرف كبيرة (مثل X و Y و Z) ، ويتم عادةً الإشارة إلى القيم التي تأخذها هذه المتغيرات بأحرف صغيرة (مثل x و y

و z) . يأخذ المتغير العشوائي المنفصل عددًا محدودًا من القيم أو عددًا غير محدود من القيم في شكل أعداد صحيحة . ويأخذ المتغير العشوائي المستمر أي قيمة في فترة من القيم .

▲ **احتمال حدوث حدث A ، إذا أدت التجربة إلى n من النواتج المتنافية والتي لها نفس الفرصة ، وإذا كانت m من هذه النواتج مواتية لـ A ، أي m / n ، فإن :**

$P(A) = m/n$ = (عدد النواتج المؤاتية لـ A) / (العدد الإجمالي للنواتج) . لاحظ أن هذا التعريف التقليدي للاحتمال غير صحيح إذا كانت نتائج التجربة غير محدودة أو غير متساوية .

سيتم توضيح هذه المفاهيم باستخدام مثال رمي العملة .

مثال رمي العملة

يتم رمي اثنان من العملات المتوازنة . بوضع H يشير إلى الصورة و T يشير إلى الكتابة . النتائج المحتملة هي صورتين ، أوكتابتين ، أوصورة واحدة وكتابة واحدة ، أو كتابة واحدة وصورة واحدة ، حيث تكون كل واحدة من هذه النتائج الأربعة حدثًا .

بمعنى آخر ، فراغ العينة هو : S = {HH, HT, TH, TT}

وبما أنه من غير الممكن ، مثلا ، الحصول على HH و HT معا ، فإن الأحداث تعتبر متنافية . احتمال حدوث كل حدث هو (1/4) . ومن ثم فإن الاحتمالات الأربع متساوية . بما أن الاحتمالات الأربعة مجموعها 100% ، أو 1 ، فإن الأحداث في فراغ العينة تكون شاملة .

A.3 التعريف التجريبي للاحتمال

Empirical definition of probability

يقدم الجدول A. 1 معلومات عن توزيع الأعمار لعشرة أطفال في دار للأيتام .

يتم عرض هذا الجدول بإيجاز أكثر كما هو موضح في جدول A. 2 . لاحظ أنه في هذا الجدول ، يتم تجميع التكرارات المبوبة لعمر معين .

يوضح التوزيع التكراري ، كما هو موضح في الجدولين A.1 و A.2 ، كيفية توزيع المتغير العشوائي العمر . يعرض العمود الثاني التكرارات المطلقة ، أي عدد مرات حدوث حدث معين . يجب أن يكون مجموع الأرقام الموجودة في هذا العمود مساويا للعدد الإجمالي للحوادث (10 في هذه الحالة) . التكرار النسبي الموضح في العمود

الثالث يساوي التكرار المطلق مقسومًا على العدد الإجمالي للحالات . يجب أن يكون مجموع الأرقام في هذا العمود مساويا لـ 1 ، كما هو موضح في الجدول .

يتضمن التعريف التجريبي ، أو التكرار النسبي ، للاحتمال تقريب الاحتمالات باستخدام تكرارات نسبية شريطة أن تكون عدد المشاهدات المستخدمة في حساب التكرارات النسبية كبيرة بشكل معقول . وبالتالي ، بالنسبة للمشاهدات n ، إذا كانت m هي عدد الحالات المواتية للحدث A ، فإن $P(A)$ ، احتمال حدوث الحدث A ، هو النسبة m / n ، بشرط أن يكون n كبيرًا إلى حد معقول . على عكس التعريف الكلاسيكي ، ليس حتميا أن تكون النتائج متنافية ولها نفس فرصة الحدوث .

جدول A.1 توزيع الأعمار لعشرة أطفال

التكرار النسبي Relative frequency	التكرار المطلق Absolute frequency	العمر Age
1/10	1	5
1/10	1	7
1/10	1	7
1/10	1	7
1/10	1	8
1/10	1	8
1/10	1	8
1/10	1	8
1/10	1	9
1/10	1	10
$\Sigma = 1$		

جدول A.2 توزيع الأعمار لعشرة أطفال (مختصرا)

التكرار النسبي Relative frequency	التكرار المطلق Absolute frequency	العمر Age
1/10	1	5
3/10	3	7
4/10	4	8
1/10	1	9
1/10	1	10
$\Sigma = 1$		

A.4 الاحتمالات: الخصائص، القواعد، التعريفات

Probabilities: properties, rules, and definitions

1 $0 \le P(A) \le 1$

2 $P(A+B+C+\ldots) = P(A)+P(B)+P(C)+\ldots$

إذا كانت A, B, C أحداث متنافية .

3 $P(A+B+C+\ldots) = P(A)+P(B)+P(C)+\ldots = 1$

إذا كانت A, B, C أحداث متنافية وشاملة.

4 $P(ABC\ldots) = P(A)\,P(B)\,P(C), \ldots,$

إذا كانت A, B, C أحداث مستقلة إحصائيا ، بمعنى أن احتمال حدوثهما معا يكون مساويا لحاصل ضرب احتمالتهم الفردية.(1) تشير $P(ABC\ldots)$ إلى الاحتمال المشترك.

5 $P(A+B) = P(A)+P(B) - P(AB),$

إذا كانت A و B أحداث غير متنافية .

6 The complement of A, A'

مكملة A ويرمز لها 'A تعرف كمايلي

$$P(A+A') = 1 \quad \text{and} \quad P(AA') = 0$$

7 $P(A \mid B) = P(AB)/P(B);\ P(B) > 0,$

حيث تشير $P(A \mid B)$ إلى الاحتمال الشرطي .

تقدم نظرية بايز **Bayes' Theorem** تطبيقا على الاحتمال الشرطي ، حيث تحدد :

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|A')P(A')}$$

(1) لاحظ أن إذا كان A و B حدثان متنافيان فإن: P(AB) = 0

A.5 التوزيعات الاحتمالية للمتغيرات العشوائية

Probability distributions of random variables

المتغيرات العشوائية المنفصلة Discrete random variables

يكون عدد قيم المتغير العشوائي المنفصل محدودا أو لا نهائي . بوضع الدالة f ، تعبر عن دالة الكتلة الاحتمالية **probability mass function** (PMF) ، ويتم تعريفها كما يلي:

$$P(X = x_i) = f(x_i), \qquad i = 1, 2, \ldots$$

لاحظ أن

$$0 \leq f(x_i) \leq 1$$

$$\sum_x f(x_i) = 1$$

المتغيرات العشوائية المستمرة Continuous random variables

يكون عدد قيم المتغير العشوائي المستمر لانهائي ومعرّف على مدى فترة أو نطاق . بوضع الدالة f ، تعبر عن دالة الكثافة الاحتمالية **probability density function** (PDF) ، يتم تعريفها كما يلي:

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx$$

حيث $(x_1 < x_2)$ و $\int$ هو رمز التكامل أو الحساب ، أي ما يعادل رمز التجميع Σ ولكن يستخدم في متغير عشوائي مستمر بدلاً من متغير عشوائي منفصل . لاحظ أن

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$$

ترتبط دالة التوزيع التراكمي **cumulative distribution function** (CDF) ، يرمز لها $F(x)$ ، مع PMF أو PDF لمتغير عشوائي كما يلي :

$$F(x) = P(X \leq x)$$

حيث $P(X \leq x)$ هو احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي X قيمة أقل من أو تساوي x . (لاحظ أنه بالنسبة للمتغير العشوائي المستمر ، فإن احتمال أن يأخذ متغير عشوائي القيمة الدقيقة the exact value لـ x هو صفر) .

خصائص CDF

1. $F(-\infty) = 0$ و $F(\infty) = 1$ ، حيث $F(-\infty)$ و $F(\infty)$ هي حدود $F(x)$ كلما اقتربت x من $-\infty$ و ∞ على التوالي .
2. $F(x)$ ليست متناقصة حيث إنه إذا كانت $x_2 > x_1$ ، فإن $F(x_2) \geq F(x_1)$
3. $P(X \geq k) = 1 - F(k)$ ، حيث k ثابت
4. $P(x_1 \leq X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1)$

دوال كثافة الاحتمال متعدد المتغيرات

Multivariate probability density functions

حتى الآن ، نتعامل مع دوال الكثافة الاحتمالية ذات متغير وحيد (أحادية المتغير) ، حيث أننا نتعامل مع متغير واحد ، X . الآن سندخل Y ونقدم مثالاً لأبسط PDF متعدد المتغيرات ، PDF ثنائية المتغيرات . يقدم جدول A. 3 معلومات عن متغيرين عشوائين متوسط الأجر (X) وعدد أقراص DVD المملوكة (Y) ، لعدد 200 شخص . الأرقام الموضحة في هذا الجدول هي تكرارات مطلقة .

وترد في جدول A. 4 التكرارات النسبية للقيم الواردة في جدول A. 3 . لاحظ أن جميع الاحتمالات داخل الجدول ، والتي تسمى الاحتمالات المشتركة ، أو $f(X,Y)$ ، يجب أن يكون مجموعها 1 ، أو 100% .

جدول A.3 التوزيع التكراري لمتغيرين عشوائيين

	Wage الأجر = X				
$f(Y)$	$20	$15	$10		
40	10	10	20	0	Y = عدد أقراص DVD المملوكة
100	20	20	60	25	
60	40	20	0	50	
200	70	50	80	$f(X)$	

جدول A.4 التوزيع التكراري النسبي لمتغيرين عشوائيين

Wage الأجر = X					
f(Y)	$20	$15	$10		
0.20	0.05	0.05	0.10	0	Y = عدد أقراص DVD المملوكة
0.50	0.10	0.10	0.30	25	
0.30	0.20	0.10	0.00	50	
10	0.35	0.25	0.40	f(X)	

لاحظ ما يلي :

1 . $f(X,Y) \geq 0$ لكل X و Y .

2 . كما تم ملاحظته أعلاه : $\sum_x \sum_y f(X,Y) = 1$

3 . يرمز للاحتمالات الهامشية Marginal probabilities في جدول A. 4 بالرموز $f(X)$ و $f(Y)$. أي أن احتمال أن X يأخذ قيمة معينة بغض النظر عن القيم التي يأخذها Y يسمى الاحتمال الهامشي لـ X ، وتوزيع هذه الاحتمالات هو PDF هامشية لـ X لذلك :

$$f(x) = \sum_y f(X,Y) \qquad \text{لكل } X$$

و

$$f(Y) = \sum_x f(X,Y) \qquad \text{لكل } Y$$

4 . يشير الاحتمال الشرطي Conditional probability إلى احتمال أن يأخذ واحد من المتغيرات العشوائية قيمة معينة ، بمعلومية أن المتغير العشوائي الآخر يأخذ قيمة معينة . وهو يساوي الاحتمال المشترك مقسوما على الاحتمال الهامشي . بصورة مختصرة :

$$f(X|Y) = \frac{f(X,Y)}{f(Y)} \quad \text{و} \quad f(Y|X) = \frac{f(X,Y)}{f(X)}$$

على سبيل المثال ، في الجدول A. 4 ، احتمال أن يكون عدد أقراص DVD المملوكة

لـ 50 في ضوء أن متوسط الأجر هو 20$ على النحو التالي :[1]

$$f(Y = 50|X = 20) = \frac{f(X = 20, Y = 50)}{f(X = 20)} = \frac{0.20}{0.35} = 0.5714$$

5 . يقال أن متغيرين عشوائين X و Y مستقلان إحصائياً إذا وفقط إذا كان يمكن التعبير عن PDF المشتركة لهما كحاصل ضرب PDFs الهامشية لكل توليفات قيم X و Y بعبارات أخرى :

$$f(X,Y) = f(X)f(Y) \qquad \text{لكل } X \text{ و } Y$$

يمكننا أن نرى أنه في المثال أعلاه ، لايكون الأجر (X) وعدد أقراص DVD المملوكة (Y) مستقلين إحصائياً .

A.6 القيمة المتوقعة والتباين Expected value and variance

إن القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي ، والتي تسمى أيضًا العزم الأول للتوزيع الاحتمالي ، هي المتوسط المرجح لقيمه المحتملة ، أو مجموع حواصل ضرب القيم التي يأخذها المتغير العشوائي في الاحتمالات المقابلة لها . ويشار إليها أيضًا بقيمة متوسط المجتمع ، ويتم التعبير عنها على النحو التالي :

$$E(X) = \mu_x = \Sigma X f(X)$$

باستخدام القيم في جدول A.2 ، متوسط العمر في دار الأيتام هو :

$$\mu_x = \sum_X x f(X)$$
$$= 5(0.10) + 7(0.30) + 8(0.40) + 9(0.10) + 10(0.10) = 7.7$$

باستخدام القيم في جدول A.4 متوسط الأجر لعدد 200 فرد هو :

$$\mu_x = \sum_X x f(X)$$
$$= 10(0.40) + 15(0.25) + 20(0.35) = 14.75$$

متوسط عدد DVDs لعدد 200 فرد هو :

$$\mu_x = \sum_X x f(X)$$
$$27.5 = (0.30)(50) + (0.50)(25) + (0.20)(0) =$$

(1) لاحظ أن هذا الاحتمال الشرطي الذي يبلغ 57% أعلى من الاحتمال غير الشرطي لامتلاك 50 من أقراص DVD ، P(Y=50) ، والذي يبلغ 30% ، والذي كان متوقعا ، حيث إننا نتوقع أن يمتلك الأشخاص ذوي الأجور المرتفعة المزيد من أقراص DVD كما سنرى قريبا ، هذا يعني أن X و Y في هذه الحالة ليسا مستقلين إحصائياً .

لاحظ أن المتوسط البسيط هو حالة خاصة للشكل العام الموضح أعلاه ، حيث تكون الترجيحات أو احتمالات $f(X)$ متساوية لجميع قيم X .

خصائص القيمة المتوقعة

1. $E(a) = a$, constant حيث a ثابت
2. $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
3. $E(X/Y) \neq E(X)/E(Y)$
4. $E(XY) \neq E(X)E(Y)$,

إلا إذا كانت X و Y متغيرات مستقلة إحصائيا.[1]

5. $E(X^2) \neq [E(X)]^2$
6. $E(bX) = bE(X)$, حيث b ثابت
7. $E(aX + b) = aE(X) + E(b) = aE(X) + b$

ومن ثم تكون E مشغل خطي

القيمة المتوقعة لمتغيرين عشوائيين في PDF ثنائية تعرف على أنها :

$$E(XY) = \mu_{xy} = \sum_x \sum_y XY f(X, Y)$$

باستخدام القيم في جدول A.4 ، تكون القيمة المتوقعة للأجر و DVDs لعدد 200 فرد هي :

$$\mu_{xy} = \sum_x \sum_y XY f(X, Y)$$
$$+ (10)(0)(0.10) + (10)(25)(0.30) + (10)(50)(0.00)$$
$$+ (15)(0)(0.05) + (15)(25)(0.10) + (15)(50)(0.10)$$
$$+ (20)(0)(0.05) + (20)(25)(0.10) + (20)(50)(0.20) = 437.5$$

القيمة المتوقعة المشروطة **conditional expected value** (على عكس القيمة غير المشروطة الموضحة أعلاه) هي قيمة متوقعة لمتغير واحد مشروطة بأن يأخذ المتغير الآخر قيمة معينة ، ويتم تعريفها باستخدام الاحتمال الشرطي على النحو التالي :

(1) تحذير : إذا كانت X و Y مستقلين إحصائيا ، فإن $E(XY) = E(X)E(Y)$.
ولا يتبع ذلك أنه إذا كان $E(XY) = E(X)E(Y)$ فإن X و Y يكونا مستقلين إحصائيا .
لا زلنا نحتاج لفحص أن $E(XY) = E(X)E(Y)$ لكل قيم X و Y ..

$$E(X/Y) = \sum_X x f(X/Y)$$

باستخدام القيم الواردة في جدول A. 4 ، فإن القيمة المتوقعة للأجر بمعلومية أن عدد أقراص DVD هي 50 :

$$E(X|Y = 50) = \sum_x x f(X|Y = 50) = \sum_x x \frac{f(X, Y = 50)}{f(Y = 50)}$$
$$= (10)\left[\frac{0.0}{0.3}\right] + (15)\left[\frac{0.1}{0.3}\right] + (20)\left[\frac{0.2}{0.3}\right] = 18.333$$

تخيل عينة يتم اختيارها عشوائيا من المجتمع الذي ندرس حتى الآن . يتم تعريف متوسط العينة على النحو التالي :

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n}$$

لاحظ أن هذا هو متوسط بسيط حيث تأخذ كل مشاهدة نفس الاحتمال ، يساوي $n/1$. يُعرف متوسط العينة كمقدر لـ $E(X)$. المقدر هو قاعدة أو صيغة تخبرنا كيف نقدر كمية المجتمع .

إن تباين متغير عشوائي ، يسمى أيضاً العزم الثاني للتوزيع الاحتمالي ، هو مقياس للتشتت حول المتوسط ، ويعبر عنه على النحو التالي :

$$var(X) = \sigma_x^2 = E(X - \mu_x)^2 = \sum (X - \mu_x)^2 . f(X)$$

باستخدام القيم الواردة في جدول A. 2 ، يكون تباين العمر في دار الأيتام هو :

$$\sigma_x^2 = \sum_x (X - \mu_x)^2 . f(X) = (5 - 7.7)^2 (0.10) + (7 - 7.7)^2 (0.30)$$
$$+ (8 - 7.7)^2 (0.40) + (9 - 7.7)^2 (0.10) + (10 - 7.7)^2 (0.10) = 1.61$$

باستخدام القيم الواردة في جدول A. 4 ، يكون تباين الأجور بين 200 فرد هو :

$$\sigma_x^2 = \sum_x (X - \mu_x)^2 . f(X) = (10 - 14.75)^2 (0.40)$$
$$+ (15 - 14.75)^2 (0.25) + (20 - 14.75)^2 (0.35) = 18.688$$

خصائص التباين

1. $var(k) = 0$ حيث k ثابت .

2. $var(X - Y) = var(X) - var(Y)$ و $var(X + Y) = var(X) + var(Y)$

حيث X وY متغيرات عشوائية مستقلة إحصائيا

3. $var(X + b) = var(X)$ حيث b ثابت .

4. $var(aX) = a^2\, var(X)$ حيث a ثابت .

5. $var(aX + b) = a^2\, var(X)$ حيث a و b ثوابت .

6. $var(aX + bY) = a^2\, var(X) + b^2\, var(Y)$

حيث X و Y متغيرات عشوائية مستقلة إحصائيا و a و b ثوابت .

7. $var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$ ، حيث : $\sum_X x^2 = f(X)E(X^2)$

الانحراف المعياري للمتغير العشوائي ، σ_x ، يساوي الجذر التربيعي للتباين .
باستخدام القيم الواردة في جدول A. 2 ، يكون الانحراف المعياري للعمر في دار الأيتام هو :

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{1.61} = 1.269$$

تباين العينة هو تقدير لتباين المجتمع σ_x^2 ، ويعبر عنه كما يلي :

$$S_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

يمثل مقام التباين في العينة درجات الحرية ، وتكون مساوية لـ $(n - 1)$ حيث نفقد درجة من الحرية من خلال حساب متوسط العينة باستخدام نفس العينة .

إن الانحراف المعياري للعينة لمتغير عشوائي ، S_x ، يساوي الجذر التربيعي لتباين العينة .

A.7 التغاير ومعامل الارتباط Covariance and correlation coefficient

التغاير هو قياس لكيفية اختلاف المتغيرين أو تحركهما معاً في PDF متعدد المتغيرات ويتم التعبير عنه على النحو التالي :

$$cov(X,Y) = \sigma_{xy} = E\left[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)\right] = \sum_x \sum_y (X - \mu_x)(Y - \mu_y) f(X,Y)$$

بدلا من ذلك ، يمكننا أن نكتب :

$$cov(X,Y) = \sigma_{xy} = E(XY) - \mu_x\mu_y = \sum_x \sum_y XY\, f(X,Y) - \mu_x\mu_y$$

باستخدام القيم الواردة في جدول A. 4 ، يكون التغاير بين الأجر لـ 200 فرد (X) وعدد DVDs المملوكة (Y) هو :

$$\sigma_{xy} = \sum_x \sum_y XY\, f(X,Y) - \mu_x\mu_y = (437.5) - (147.5)(27.5) = 31.875$$

خصائص التغاير

1. $E(XY) = E(X)\, E(Y) = \mu_x\mu_y = 0$

إذا كانت X و Y متغيرات عشوائية مستقلة إحصائيا

2. $cov(a + bX\ ,\ c + dY) = bd\, cov(X,Y)$

حيث a و b و c و d ثوابت .

3. $cov(X,X) = var(X)$

4. $var(X + Y) = var(X) + var(Y) + 2\, cov(X,Y)$

و $var(X - Y) = var(X) + var(Y) - 2\, cov(X,Y)$

بما أن التغاير غير محدود $[-\infty < \sigma_{xy} < \infty]$ ، فإن المقياس الأكثر فائدة في إظهار العلاقة بين متغيرين هو معامل الارتباط ، الذي يأخذ القيمة بين -1 و 1 ويتم التعبير عنه على النحو التالي :

$$\rho = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_x\sigma_y}$$

خصائص معامل الارتباط

1. يكون لمعامل الارتباط دائما نفس إشارة التغاير .
2. معامل الارتباط هو مقياس للعلاقة الخطية بين متغيرين .
3. $-1 \le \rho \le 1$

4. معامل الارتباط هو رقم بحت، خالٍ من أي وحدة.

5. إذا كان هناك متغيرين مستقلان إحصائياً، فإن تغايرهما وبالتالي معامل ارتباطهما يكون صفرا. ومع ذلك، إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين هو صفر، فهذا لا يعني بالضرورة أن المتغيرين مستقلين إحصائياً.

6. لا يعني الارتباط بالضرورة علاقة السببية.

تغاير العينة هو مقدر لتغاير المجتمع، σ_{xy}، ويتم التعبير عنه على النحو التالي:

$$S_{xy} = \frac{\Sigma(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n-1}$$

وبالمثل، فإن معامل ارتباط العينة هو مقدر لمعامل ارتباط المجتمع، ρ، ويتم التعبير عنه على النحو التالي:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

A.8 التوزيع الطبيعي Normal distribution

التوزيع الاحتمالي الأكثر أهمية هو التوزيع الطبيعي الذي يكون على شكل جرس. يتم التعبير عن متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي على النحو التالي:

$$X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$$

مع PDF موزعة كما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} exp - \frac{1}{2}\left[\frac{X-\mu_x}{\sigma_x}\right]^2$$

خصائص التوزيع الطبيعي:

1. يكون منحنى التوزيع الطبيعي متماثلاً حول قيمته المتوسطة μ_x.

2. إن PDF الخاص بمتغير عشوائي تم توزيعه حسب التوزيع الطبيعي يكون أعلى عند قيمته المتوسطة وتمتد الذيلين عند أطرافه.

3. تقع حوالي 68% من المساحة تحت المنحنى الطبيعي بين قيم $(\mu_x \pm \sigma_x)$؛ وحوالي 95% من المساحة تقع بين $(\mu_x \pm 2\sigma_x)$؛ وتقع حوالي 99.7% من المساحة بين $(\mu_x \pm 3\sigma_x)$. تبلغ المساحة الكلية تحت المنحنى 100% أو 1.

4. يوصف التوزيع الطبيعي وصفا كاملاً بمعلمتيه، μ_x و σ_x وبمجرد معرفة قيم هاتين

المعلمتين، يمكن حساب احتمال أن تقع X داخل فترة معينة من PDF للتوزيع الطبيعي المعطى أعلاه (أو من خلال استخدام الجداول المقدمة في كتب الإحصاء).

5. عادة ما تتبع مجموعة خطية من متغيرين عشوائيين موزعين حسب التوزيع الطبيعي، توززيعا طبيعيا.

إذا كانت $Y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$ و $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$

وإذا كانت $W = aX + bY$، فإن:

$$W \sim N(a\mu_x + b\mu_y, a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2 + 2ab\sigma_{xy})$$

غالبا ما يكون من المفيد معايرة المتغيرات التي تتبع التوزيع الطبيعي لتسهيل المقارنة. يتم تحويل متغير X إلى متغير معياري باستخدام التحويل التالي:

$$Z = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x}$$

يتوزيع المتغير الناتج توزيعا طبيعيا بمتوسط صفر وتباين واحد:

$$Z \sim N(0, 1)$$

تنص نظرية النهاية المركزية **Central Limit Theorem** (CLT) على أنه إذا كانت $(X_1, X_2, X_3, ..., X_n)$ هي عينة عشوائية مسحوبة من أي مجتمع (لا يتبع بالضرورة التوزيع الطبيعي) مع متوسط μ_x وتباين σ_x^2، يميل متوسط العينة $\bar{X}$ إلى أن يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ_x وتباين σ_x^2/n كلما ازداد حجم العينة إلى مالانهاية. أي أن،

$$\bar{X} \sim N\left(\mu_x, \frac{\sigma_x^2}{n}\right)$$

سوف نحول $\bar{X}$ إلى قيمة معيارية باستخدام التحويل التالي:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_x}{\sigma_x/\sqrt{n}} \sim (0,1)$$

A.9 توزيع Student's t

يتم استخدام توزيع t عندما يكون تباين المجتمع غير معروف. في تحويل $\bar{X}$ إلى قيمة معيارية، يتم استخدام الانحراف المعياري للعينة، S_x، بدلاً من الانحراف المعياري للمجتمع، σ_x:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_x}{S_x/\sqrt{n}} \sim N\left(0, \frac{k}{k-2}\right)$$

خصائص توزيع t

1 .التوزيع t متماثل حول متوسطه .

2 .متوسط توزيع t هو صفر وتباينه $k/(k-2)$ عندما تكون $k > 2$ ، حيث k تساوي درجات الحرية ، هنا تساوي n-1 (مقام معادلة تباين العينة) .

3 .بما أن تباين توزيع t المعياري أكبر من تباين التوزيع الطبيعي المعياري ، فمن ثم يكون له انتشار أكبر في ذيول التوزيع . ولكن مع زيادة عدد المشاهدات ، يتقارب توزيع t مع التوزيع الطبيعي .

A.10 توزيع مربع كاي ($\chi 2$) Chi-square ($\chi 2$) distribution

في حين تُستخدم توزيعات Z و t في توزيعات المعاينة لمتوسط العينة ، $\overline{X}$ ، يستخدم توزيع مربع كاي (χ^2) في توزيع المعاينة لتباين العينة .

$$S_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \overline{X})^2}{n-1}$$

يتم توزيع مربع متغير طبيعي معياري حسب توزيع مربع كاي (χ^2) الاحتمالي مع درجة واحدة من الحرية .

$$Z^2 = \chi^2_{(1)}$$

الآن بوضع ($Z_1, Z_2, Z_3, ..., Z_k$) لتكون k من المتغيرات العشوائية المستقلة المعيارية (كل منها له متوسط صفر وتباين واحد) . من ثم يتبع مجموع مربعات Zs توزيع مربع كاي :

$$\sum Z_i^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + \cdots + Z_k^2 \sim \chi^2_{(k)}$$

خصائص توزيع مربع كاي

1 .على عكس التوزيع الطبيعي ، يأخذ توزيع مربع كاي القيم الموجبة فقط ، ويتراوح من صفر إلى ما لا نهاية .

2 .على عكس التوزيع الطبيعي ، فإن توزيع مربع كاي هو توزيع ملتوٍ يصبح أكثر تماثلاً

ويقترب من التوزيع الطبيعي كلما زادت درجات الحرية

3 .القيمة المتوقعة لمتغير عشوائي يتبع مربع كاي هي k ويكون تباينها $2k$ ، حيث k تساوي درجات الحرية

4 .إذا كان W_1 و W_2 هما متغيرين مستقلين يتبعان مربع كاي بدرجات حرية k_1 و k_2 ، على التوالي ، فإن مجموعهما $(W_1 + W_2)$ ، يكون أيضاً متغيراً يتبع مربع كاي مع درجات حرية تساوي $(k_1 + k_2)$.

A.11 توزيع F   F distribution

توزيع F ، المعروف أيضاً بتوزيع نسبة التباين ، مفيد في مقارنة تباينات العينة لمتغيرين عشوائيين موزعين حسب التوزيع الطبيعي ومستقلين عن بعضهما . بوضع ($X_1, X_2, X_3, ..., X_n$) لتكون عينة عشوائية حجمها n من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ_x وتباين σ_x^2 ، وبوضع ($Y_1, Y_2, Y_3, ..., Y_m$) لتكون عينة عشوائية حجمها m من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ_y وتباين σ_y^2 . النسبة التالية ، المستخدمة في تحديد ما إذا كان تبايني المجتمعين متساويين ، تتبع توزيع F مع درجات حرية $(n-1)$ و $(m-1)$ في البسط والمقام ، على التوالي :

$$F = \frac{S_x^2}{S_y^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2/(n-1)}{\sum_{i=1}^{m}(Y_i - \overline{Y})^2/(m-1)} \sim F_{n-1,m-1}$$

خصائص توزيع F

1 .مثل توزيع مربع كاي ، فإن توزيع F ملتوٍ أيضاً إلى اليمين ويتراوح بين الصفر وما لا نهاية .

2 .مثل توزيعات t ومربع كاي ، يقترب توزيع F من التوزيع الطبيعي كلما زادت قيمة k_1 و k_2 ، درجات الحرية للبسط والمقام ، على التوالي .

3 .إن مربع المتغير العشوائي الذي يتبع توزيع t مع درجات حرية k يتبع توزيع F مع درجة واحدة من الحرية في البسط و k درجة حرية في المقام .

$$t_k^2 = F_{1,k}$$

4 .بالنسبة لدرجات الحرية الأكبر الموجودة في المقام ، يكون حاصل ضرب درجات حرية البسط في قيمة F مساوٍ تقريباً قيمة مربع كاي بدرجات حرية البسط :

$$mF_{m,n} = \chi^2_m \quad as \quad n \to \infty$$

حيث m و n هما درجات حرية df البسط والمقام .

A.12 الاستدلال الإحصائي Statistical inference

يشير مفهوم الاستدلال الإحصائي إلى استخلاص استنتاجات حول طبيعة مجتمع ما على أساس عينة عشوائية مستمدة من ذلك المجتمع . وهذا يتطلب التقدير واختبار الفروض . يتضمن التقدير **Estimation** جمع عينة عشوائية من المجتمع والحصول على مقدر ، مثل $\bar{X}$ (المعروف أيضًا باسم إحصاء العينة) . ينطوي اختبار الفروض **Hypothesis testing** على تقييم صحة قيمة معينة بناءً على حكم أو توقع مسبق حول ما قد تساويه تلك القيمة . على سبيل المثال ، قد نفترض أن متوسط طول الإناث في المجتمع هو "5'5 ، أو 165 سم ، ونختار عينة عشوائية من الإناث من المجتمع لرؤية ما إذا كان متوسط الطول في العينة يختلف إحصائيا عن 165 سم . هذا هو جوهر اختبار الفروض . إذا كان هذا هو ما نقوم باختباره ، فيمكننا إعداد فرض العدم null hypotheses (H_0) والفرض البديل alternative hypotheses (H_1) كما يلي :

$$H0: \mu_x = 165 \text{ cm}$$
$$H1: \mu_x \neq 165 \text{ cm}$$

هذا اختبار ذو ذيلين (أو من طرفين) كما سنرى بعد قليل . إذا كنا مهتمين باختبار ما إذا كان متوسط المجتمع الحقيقي أقل من 165 سم بدلاً من ألا يكون مساويا لـ 165 سم فقط ، فيمكننا إعداد فرض عدم وفرض بديل على النحو التالي :

$$H0: \mu_x = 165 \text{ cm}$$
$$H1: \mu_x < 165 \text{ cm}$$

هذا اختبار من طرف واحد .

هناك طريقتان يمكننا استخدامهما لاختبار الفروض – التقدير بفترة والتقدير بنقطة . في التقدير بفترة **interval estimation** نقوم بإعداد مدى حول $\bar{X}$ حيث من المحتمل أن تقع القيمة الحقيقية للمتوسط (للمجتمع) داخل هذا المدى . ويشار إلى الفترة التي تم إنشاؤها بفترة ثقة **confidence interval** ، حيث تستند ثقتنا في استنتاجاتنا إلى احتمال ارتكاب خطأ من النوع الأول type I error ، وهو احتمال رفض فرض

العدم عندما يكون صحيحًا .[1] غالباً ما يتم الإشارة إلى خطأ النوع الأول بالرمز α . يتم تعريف الفترة على النحو التالي :

$$P(L \leq \mu_x \leq U) = 1 - \alpha \quad , \quad 0 < \alpha < 1$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_x}{S_x/\sqrt{n}}$$

في إنشاء فترة ثقة 95% ، تكون قيمة t الحرجة لعدد كبير معقول من درجات الحرية تساوي 1.96 .[3] بما أن توزيع t متماثل ، تكون قيم t هي 1.96- و 1.96 . يمكننا بالتالي إنشاء الفترة على النحو التالي :

$$P(-1.96 \leq t \leq 1.96)$$

$$P\left(-1.96 \leq \frac{\bar{X}-\mu_x}{S_x/\sqrt{n}} \frac{\bar{X}-\mu_x}{S_x/\sqrt{n}} \leq 1.96\right)$$

بإعادة الترتيب ، يكون لدينا :

$$P\left[\bar{X} - 1.96\frac{S_x}{\sqrt{n}} \leq \mu_x \leq \bar{X} + 1.96\frac{S_x}{\sqrt{n}}\right] = 0.95$$

في التقدير بنقطة **point estimation** ، يتم استخدام قيمة عددية وحيدة ، مثل $\bar{X}$ ، ويتم اختبارها مقابل متوسط المجتمع المقترح (المفترض) . على سبيل المثال ، إذا قمنا بتجميع المعلومات عن الأطوال لعينة عشوائية من 21 أنثى ، وحساب متوسط الطول ، $\bar{X}$ ، ليكون 162 سم ، مع انحراف معياري للعينة يساوي 2 ، يمكننا إجراء الاختبار السابق من طرفين باستخدام قيمة α تساوي 5% من خلال حساب قيمة t الفعلية ومقارنتها مع قيمة t الحرجة (2.086 عند 20 درجة من الحرية) قيمة t الفعلية هي :

(1) الخطأ من النوع الثاني type II error هو احتمال عدم رفض فرض العدم عندما يكون غير صحيح ، والذي يعتقد عمومًا أنه الخطأ الأخف في الخطأين . (إذا كان شخص ما يواجه عقوبة الإعدام ، فهل تفضل أن تنفذ شخصًا بريئًا – متشابه مع خطأ من النوع الأول – أو لا تنفذ شخصًا مذنبًا؟) ليس من الممكن تقليل كلا النوعين من الأخطاء دون زيادة عدد المشاهدات . قوة الاختبار ، والتي تحسب في بعض الأحيان ، تساوي واحد ناقص احتمال ارتكاب خطأ من النوع الثاني .

(2) نستخدم توزيع t بدلاً من التوزيع Z لأننا نفترض بشكل عام أن تباين المجتمع غير معروف .

(3) يتم الحصول على هذه القيمة من جدول t ، والمتوفر في كتب الإحصاء .

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_x}{S_x/\sqrt{n}} \sim N\left(0, \frac{k}{k-2}\right)$$

خصائص توزيع t

1. التوزيع t متماثل حول متوسطه .
2. متوسط توزيع t هو صفر وتباينه $k/(k-2)$ عندما تكون $k > 2$ ، حيث k تساوي درجات الحرية ، هنا تساوي n-1 (مقام معادلة تباين العينة) .
3. بما أن تباين توزيع t المعياري أكبر من تباين التوزيع الطبيعي المعياري ، فمن ثم يكون له انتشار أكبر في ذيول التوزيع . ولكن مع زيادة عدد المشاهدات ، يتقارب توزيع t مع التوزيع الطبيعي .

A.10 توزيع مربع كاي ($\chi2$) Chi-square ($\chi2$) distribution

في حين تُستخدم توزيعات Z و t في توزيعات المعاينة لمتوسط العينة ، $\bar{X}$ ، يستخدم توزيع مربع كاي (χ^2) في توزيع المعاينة لتباين العينة .

$$S_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

يتم توزيع مربع متغير طبيعي معياري حسب توزيع مربع كاي (χ^2) الاحتمالي مع درجة واحدة من الحرية .

$$Z^2 = \chi^2_{(1)}$$

الآن بوضع ($Z_1, Z_2, Z_3, \ldots, Z_k$) لتكون k من المتغيرات العشوائية المستقلة المعيارية (كل منها له متوسط صفر وتباين واحد) . من ثم يتبع مجموع مربعات Zs توزيع مربع كاي :

$$\sum Z_i^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + \cdots + Z_k^2 \sim \chi^2_{(k)}$$

خصائص توزيع مربع كاي

1. على عكس التوزيع الطبيعي ، يأخذ توزيع مربع كاي القيم الموجبة فقط ، ويتراوح من صفر إلى ما لا نهاية .
2. على عكس التوزيع الطبيعي ، فإن توزيع مربع كاي هو توزيع ملتوٍ يصبح أكثر تماثلاً

ويقترب من التوزيع الطبيعي كلما زادت درجات الحرية

3. القيمة المتوقعة لمتغير عشوائي يتبع مربع كاي هي k ويكون تباينها $2k$ ، حيث k تساوي درجات الحرية
4. إذا كان W_1 و W_2 هما متغيرين مستقلين يتبعان مربع كاي بدرجات حرية k_1 و k_2 ، على التوالي ، فإن مجموعهما ($W_1 + W_2$) ، يكون أيضاً متغيراً يتبع مربع كاي مع درجات حرية تساوي ($k_1 + k_2$) .

A.11 توزيع F F distribution

توزيع F ، المعروف أيضاً بتوزيع نسبة التباين ، مفيد في مقارنة تباينات العينة لمتغيرين عشوائيين موزعين حسب التوزيع الطبيعي ومستقلين عن بعضهما . بوضع ($X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$) لتكون عينة عشوائية حجمها n من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ_x وتباين σ_x^2 ، وبوضع ($Y_1, Y_2, Y_3, \ldots, Y_m$) لتكون عينة عشوائية حجمها m من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ_y وتباين σ_y^2 . النسبة التالية ، المستخدمة في تحديد ما إذا كان تبايني المجتمعين متساويين ، تتبع توزيع F مع درجات حرية $(n-1)$ و $(m-1)$ في البسط والمقام ، على التوالي :

$$F = \frac{S_x^2}{S_y^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2/(n-1)}{\sum_{i=1}^{m}(Y_i - \bar{Y})^2/(m-1)} \sim F_{n-1,m-1}$$

خصائص توزيع F

1. مثل توزيع مربع كاي ، فإن توزيع F ملتوٍ أيضاً إلى اليمين ويتراوح بين الصفر وما لا نهاية .
2. مثل توزيعات t ومربع كاي ، يقترب توزيع F من التوزيع الطبيعي كلما زادت قيمة k_1 و k_2 ، درجات الحرية للبسط والمقام ، على التوالي .
3. إن مربع المتغير العشوائي الذي يتبع توزيع t مع درجات حرية k يتبع توزيع F مع درجة واحدة من الحرية في البسط و k درجة حرية في المقام .

$$t_k^2 = F_{1,k}$$

4. بالنسبة لدرجات الحرية الأكبر الموجودة في المقام ، يكون حاصل ضرب درجات حرية البسط في قيمة F مساوٍ تقريباً قيمة مربع كاي بدرجات حرية البسط :

$$mF_{m,n} = \chi^2_m \quad as \quad n \to \infty$$

حيث m و n هما درجات حرية df البسط والمقام .

A.12 الاستدلال الإحصائي Statistical inference

يشير مفهوم الاستدلال الإحصائي إلى استخلاص استنتاجات حول طبيعة مجتمع ما على أساس عينة عشوائية مستمدة من ذلك المجتمع . وهذا يتطلب التقدير واختبار الفروض . يتضمن التقدير **Estimation** جمع عينة عشوائية من المجتمع والحصول على مقدر ، مثل $\bar{X}$ (المعروف أيضًا باسم إحصاء العينة) . ينطوي اختبار الفروض **Hypothesis testing** على تقييم صحة قيمة معينة بناءً على حكم أو توقع مسبق حول ما قد تساويه تلك القيمة . على سبيل المثال ، قد نفترض أن متوسط طول الإناث في المجتمع هو "5'5 ، أو 165 سم ، ونختار عينة عشوائية من الإناث من المجتمع لرؤية ما إذا كان متوسط الطول في العينة يختلف إحصائيا عن 165 سم . هذا هو جوهر اختبار الفروض . إذا كان هذا هو ما نقوم باختباره ، فيمكننا إعداد فرض العدم null hypotheses (H_0) والفرض البديل alternative hypotheses (H_1) كما يلي :

$$H0: \mu_x = 165 \text{ cm}$$
$$H1: \mu_x \neq 165 \text{ cm}$$

هذا اختبار ذو ذيلين (أو من طرفين) كما سنرى بعد قليل . إذا كنا مهتمين باختبار ما إذا كان متوسط المجتمع الحقيقي أقل من 165 سم بدلاً من ألا يكون مساويا لـ 165 سم فقط ، فيمكننا إعداد فرض عدم وفرض بديل على النحو التالي :

$$H0: \mu_x = 165 \text{ cm}$$
$$H1: \mu_x < 165 \text{ cm}$$

هذا اختبار من طرف واحد .

هناك طريقتان يمكننا استخدامهما لاختبار الفروض – التقدير بفترة والتقدير بنقطة . في التقدير بفترة **interval estimation** نقوم بإعداد مدى حول $\bar{X}$ حيث من المحتمل أن تقع القيمة الحقيقية للمتوسط (للمجتمع) داخل هذا المدى . ويشار إلى الفترة التي تم إنشاؤها بفترة ثقة **confidence interval** ، حيث تستند ثقتنا في استنتاجاتنا إلى احتمال ارتكاب خطأ من النوع الأول **type I error** ، وهو احتمال رفض فرض

العدم عندما يكون صحيحًا .[1] غالباً ما يتم الإشارة إلى خطأ النوع الأول بالرمز α . يتم تعريف الفترة على النحو التالي :

$$P(L \leq \mu_x \leq U) = 1 - \alpha \quad , \quad 0 < \alpha < 1$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_x}{S_x/\sqrt{n}}$$

في إنشاء فترة ثقة 95% ، تكون قيمة t الحرجة لعدد كبير معقول من درجات الحرية تساوي 1.96 .[2] بما أن توزيع t متماثل ، تكون قيم t هي 1.96- و 1.96 . يمكننا بالتالي إنشاء الفترة على النحو التالي :

$$P(-1.96 \leq t \leq 1.96)$$

$$P\left(-1.96 \leq \frac{\bar{X} - \mu_x}{S_x/\sqrt{n}} \frac{\bar{X} - \mu_x}{S_x/\sqrt{n}} \leq 1.96\right)$$

بإعادة الترتيب ، يكون لدينا :

$$P\left[\bar{X} - 1.96\frac{S_x}{\sqrt{n}} \leq \mu_x \leq \bar{X} + 1.96\frac{S_x}{\sqrt{n}}\right] = 0.95$$

في التقدير بنقطة **point estimation** ، يتم استخدام قيمة عددية وحيدة ، مثل $\bar{X}$ ، ويتم اختبارها مقابل متوسط المجتمع المقترح (المفترض) . على سبيل المثال ، إذا قمنا بتجميع المعلومات عن الأطوال لعينة عشوائية من 21 أنثى ، وحساب متوسط الطول ، $\bar{X}$ ، ليكون 162 سم ، مع انحراف معياري للعينة يساوي 2 ، يمكننا إجراء الاختبار السابق من طرفين باستخدام قيمة α تساوي 5% من خلال حساب قيمة t الفعلية ومقارنتها مع قيمة t الحرجة (2.086 عند 20 درجة من الحرية) قيمة t الفعلية هي :

(1) الخطأ من النوع الثاني type II error هو احتمال عدم رفض فرض العدم عندما يكون غير صحيح ، والذي يعتقد عمومًا أنه الخطأ الأخف في الخطأين . (إذا كان شخص ما يواجه عقوبة الإعدام ، فهل تفضل أن تنفذ شخصًا بريئًا – متشابه مع خطأ من النوع الأول – أو لا تنفذ شخصًا مذنبًا؟) ليس من الممكن تقليل كلا النوعين من الأخطاء دون زيادة عدد المشاهدات . قوة الاختبار ، والتي تحسب في بعض الأحيان ، تساوي واحد ناقص احتمال ارتكاب خطأ من النوع الثاني .

(2) نستخدم توزيع t بدلاً من التوزيع Z لأننا نفترض بشكل عام أن تباين المجتمع غير معروف .

(3) يتم الحصول على هذه القيمة من جدول t ، والمتوفر في كتب الإحصاء .

$$t = \frac{X - \mu_x}{S_x/\sqrt{n}} = \frac{162 - 165}{2/\sqrt{20}} = -6.708$$

وبما أن القيمة 6.708 – أكبر في القيمة المطلقة من 2.086 ، يمكننا رفض فرض العدم (بمستوى ثقة 95%) بأن متوسط المجتمع هو 165 سم ، لصالح الفرض البديل بأنه لا يساوي 165 سم .

ستبدو فترة الثقة 95% حول متوسط العينة كالتالي :

$$P\left[\bar{X} - 1.96\frac{S_x}{\sqrt{n}} \leq \mu_x \leq \bar{X} + 1.96\frac{S_x}{\sqrt{n}}\right] = 0.95$$

$$P\left[\bar{X} - 1.96\frac{S_x}{\sqrt{n}} \leq \mu_x \leq \bar{X} + 1.96\frac{S_x}{\sqrt{n}}\right] = 0.95$$

$$P\left[162 - 2.086\frac{2}{\sqrt{20}} \leq \mu_x \leq 162 + 2.086\frac{2}{\sqrt{20}}\right] = 0.95$$

$$P(161.067 \leq \mu_x \leq 162.933) = 0.95$$

لاحظ أن 165 تقع خارج فترة الثقة . وهكذا ، وبناءً على فترة ثقة 95% ، يمكن رفض فرض العدم بأن الطول الحقيقي للمجتمع هو 165 سم لصالح الفرض البديل بأن الطول الحقيقي للمجتمع لا يساوي 165 سم .

في هذا المثال إذا كنا نجري اختبارا من طرف واحد بدلاً من اختبار من طرفين ، ستكون قيمة t الحرجة (من الجدول) 1.725 ، وسنرفض مرة أخرى فرض العدم لصالح الفرض البديل الذي مفاده أن متوسط المجتمع أقل من 165 سم .

فترة الثقة لهذا الاختبار من طرف واحد تبدو كالتالي :

$$P(-\infty \leq \mu_x \leq \bar{X} + 1.725\frac{S_x}{\sqrt{n}}) = 0.95$$

$$P(-\infty \leq \mu_x \leq 162 + 1.725\frac{2}{\sqrt{20}}) = 0.95$$

$$P(-\infty \leq \mu_x \leq 162.771) = 0.95$$

لاحظ أن 165 تقع خارج فترة الثقة . وهكذا ، على أساس فترة ثقة 95% يمكن للمرء رفض فرض العدم بأن الطول الحقيقي للمجتمع هو 165 سم لصالح الفرض البديل أن الطول الحقيقي للمجتمع أقل من 165 سم .

خصائص المقدرات بنقطة

1 . الخطية *Linearity* : يقال أن المقدر هو مقدر خطي إذا كان دالة خطية للمشاهدات . على سبيل المثال :

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n}$$

2 . عدم التحيّز *Unbiasedness* : يقال أن المقدر $\hat{\theta}$ هو مقدر غير متحيز لـ θ إذا كانت القيمة المتوقعة لـ $\hat{\theta}$ مساوية لقيمة θ ، أي [$E(\hat{\theta}) = \theta$] . على سبيل المثال ، [$\mu_x = E(\bar{X})$] ، حيث μ_x و $\bar{X}$ هما قيم متوسط المجتمع ومتوسط العينة للمتغير العشوائي X .

3 . التباين الأدنى *Minimum variance* : يكون المقدر هو مقدر له أقل تباين إذا كان تباينه هو الأصغر بين جميع المقدرات المتنافسة لهذه المعلمة . على سبيل المثال ، $\text{var}(\bar{X}) < \text{var}(X_{median})$ حيث $\text{var}(X_{median}) = (\pi/2)\,\text{var}(\bar{X})$

4 . الكفاءة *Efficiency* : إذا نظرنا فقط إلى المقدرات غير المتحيزة للمعلمة ، فإن المقدر ذو التباين الأصغر يسمى المقدر الأفضل ، أو الأكثر كفاءة .

أفضل مقدر خطي غير متحيز *Best linear unbiased estimator (BLUE)* : إذا كان المقدر خطيًا ، وغير متحيز ، ولديه أدنى تباين في فئة من جميع المقدرات غير المتحيزة الخطية للمعلمة ، يطلق عليه أفضل مقدر خطي غير متحيز .

5 . الاتساق *Consistency* : يقال أن المقدر هو مقدر متسق إذا كان يقترب من القيمة الحقيقية للمعلمة كلما أصبح حجم العينة أكبر وأكبر .

يمكن أيضا إجراء اختبار فروض باستخدام توزيع F و مربع كاي ، سيتم توضيح أمثلة منها في التمارين A. 17 و A. 21 .

تطبيقات

A. 1 اكتب ما يساويه كل مما يلي :

$$(a)\quad \sum_{i=3}^{4} x^{i-3}$$

(b) $\sum_{i=1}^{4}(2x_i + y_i)$

(c) $\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{2} x_i y_j$

(d) $\sum_{i=31}^{100} k$

A. 2 إذا تم دحرجة زهرة نرد وإلقاء قطعة عملة ، فاوجد احتمال أن يظهر النرد رقمًا زوجيًا وتظهر القطعة المعدنية صورة .

A. 3 صفيحة تحتوي على ثلاثة من كوكيز الزبدة وأربعة من كوكيز رقائق الشوكولاتة .

(أ) إذا تم أخذ قطعة كوكيز بشكل عشوائي وكانت كوكيز بالزبدة ، فما هو احتمال أن تكون قطعة الكوكيز الثانية التي تم اخذها هي أيضًا كوكيز زبدة ؟

(ب) ما هو احتمال التقاط اثنين من كوكيز الشوكولاته؟

A.4 من بين 100 شخص ، كان 30 شخصا تحت سن 25 سنة ، 50 بين 25 و 55 ، و 20 فوق 55 سنة من العمر . ومن المعروف أن النسب المئوية للأشخاص في هذه الفئات الثلاث الذين قرأوا صحيفة نيويورك تايمز هم 20 و 70 و 40 في المائة على التوالي . إذا تمت ملاحظة أحد هؤلاء الأشخاص يقرأ «نيويورك تايمز» ، ما هو احتمال أن يكون عمره أقل من 25 عامًا؟

A.5 في المطعم يوجد 20 لاعب بيسبول : 7 لاعبون ميتس و 13 لاعب يانكيز . من بين هؤلاء 4 لاعب ميتس و 4 لاعبين يانكيز يدخنون السجائر .

(أ) إذا تم اختيار لاعب يانكيز عشوائيا . ما هو احتمال أنه يدخن السجائر؟

(ب) هل الحدثان (أن يكون لاعب يانكيز ويدخن السجائر) مستقلين إحصائياً؟

A.6 غالباً ما تستخدم التمثيلات الرسومية التي تسمى أشكال فن **Venn diagrams** ، كما هي في شكل A2.1 ، لعرض الأحداث في فراغ العينة . وتتعلق المجموعات الأربع الممثلة في الشكل بالفئات العرقية / الإثنية التالية :

W = أبيض ، B = أسود ، H = لاتيني ، و O = آخرى .

كما هو موضح ، فإن هذه الفئات هي فئات متنافية وشاملة . ماذا يعني هذا؟ في كثير من الأحيان في الاستطلاعات ، فإن الأفراد الذين يعرّفون أنفسهم على أنهم من أصل لاتيني سيعرفون أنفسهم إما باللون الأبيض أو الأسود . كيف يمكنك تمثيل هذا باستخدام أشكال Venn ؟ في هذه الحالة ، هل سيكون مجموع الاحتمالات هو 1؟ لماذا نعم ولماذا لا ؟

W B H O

شكل A2.1 أشكال فن بالفئات العرقية / الإثنية

A. 7 بناءًا على المعلومات التالية عن معدل عائد السهم ، احسب القيمة المتوقعة لـ x .

العائد على الاستثمار (X)	$f(x)$
0	0.15
10	0.20
15	0.35
30	0.25
45	0.05

A. 8 إذا كان لدينا التوزيع الاحتمالي التالي :

		X		
		2	4	6
Y	50	0.2	0.0	0.2
	60	0.0	0.2	0.0
	70	0.2	0.0	0.2

احسب ما يلي :

(أ) $P[X = 4, Y > 60]$

(ب) $P[Y < 70]$

(ج) أوجد التوزيعات الهامشية لـ X و Y

(د) أوجد القيمة المتوقعة لـ X

(هـ) أوجد تباين X

(و) ما هو التوزيع الشرطي لـ Y بمعلومية أن $X = 2$؟

(ز) أوجد $E[Y \mid X = 2]$

(ح) هل X و Y مستقلين؟ لماذا أو لماذا لا؟

A. 9 يوضح الجدول أدناه توزيع احتمالي ثنائي. يوجد متغيرين، الدخل الشهري (Y) والتعليم (X)

		Education= التعليم X		
		ثانوية عامة High School	كلية College	$f(Y)$
Y= الدخل الشهري *Monthly income*	\$1000	20%	6%	
	\$1500	30%	10%	
	\$3000	10%	24%	
	$f(X)$			

(أ) اكتب دوال الكثافة الاحتمالية الهامشية (PDFs) للمتغيرات الدخل الشهري والتعليم. أي، ما هي $f(X)$ و $f(Y)$؟

(ب) اكتب دالة كثافة الاحتمال الشرطية $f(Y|X = \text{College})$ و $f(X|Y=\$3000)$
(تلميح: يجب أن يكون لديك خمس اجابات)

(ج) ما هي $E(Y)$ و $E(Y|X = \text{College})$؟

(د) ما هو $\text{var}(Y)$؟ أعرض عملك

A. 10 باستخدام جداول من كتب الإحصاء، اجب عما يلي:

(أ) ما هو $P(Z < 1.4)$؟

(ب) ما هو $P(Z > 2.3)$؟

(ج) ما هو احتمال أن تكون درجة طالب تم اختياره عشوائيا أكبر من 95 إذا كانت الدرجات يتم توزيعها بمتوسط 80 وتباين 25؟

A. 11 يتم توزيع كمية الشامبو في الزجاجة توزيعا طبيعيا بمتوسط 6.5 أوقية وانحراف معياري يساوي أوقية واحدة. إذا تم العثور على زجاجة تزن أقل من 6 أوقيات، فيجب إعادة تعبئتها حتى القيمة المتوسطة بتكلفة 1 دولار لكل زجاجة.

(أ) ما هو احتمال احتواء الزجاجة على أقل من 6 أوقيات من الشامبو؟

(ب) بناء على إجابتك في الجزء (أ)، إذا كان هناك 100,000 زجاجة، ما هي تكلفة إعادة التعبئة؟

A. 12 إذا كانت $X \sim N(2,25)$، و $Y \sim N(4,16)$، احسب المتوسطات والتباينات للتوليفات الخطية التالية من X و Y:

(أ) $X + Y$ (بافتراض أن $\text{cov}(X,Y) = 0$)

(ب) $X - Y$ (بافتراض أن $\text{cov}(X,Y) = 0$)

(ج) $5X + 2Y$ (بافتراض أن $\text{cov}(X,Y) = 0.5$)

(د) $X - 9Y$ (بافتراض أن معامل الارتباط بين X و Y هو -0.3)

A. 13 بوضع X و Y يمثلان معدلات العائد (النسبة المئوية) على سهمين. وقد تم إخبارك أن $Y \sim N(9,4)$، $X \sim N(18,25)$، وأن معامل الارتباط بين معدلي العائد هو -0.7. لنفترض أنك تريد الاحتفاظ بالسهمين في محفظتك بنسب متساوية. ما هو التوزيع الاحتمالي لعائد المحفظة؟ هل من الأفضل الإبقاء على هذه المحفظة أو الاستثمار في أحد الأسهم فقط؟

A. 14 باستخدام الجداول الإحصائية، ابحث عن قيم t الحرجة في الحالات التالية: (df تعني درجات الحرية)

(أ) $df = 10, \alpha = 0.05$ (اختبار من طرفين)

(ب) $df = 10, \alpha = 0.05$ (اختبار من طرف واحد)

(ج) $df = 30, \alpha = 0.10$ (اختبار من طرفين)

A. 15 يوجد في مخبز Bob's Buttery أربعة من المتقدمين للوظائف، جميعهم مؤهلون على قدم المساواة، اثنان منهم من الذكور واثنان من الإناث. إذا كان علينا أن نختار اثنين من المرشحين بشكل عشوائي، ما هو احتمال أن يكون المرشحان المختارين من نفس الجنس؟

A. 16 يتبع توزيع عدد الكتب المصورة التي يتم بيعها يوميًا من قِبل متجر Don's Pictographic Entertainment Store توزيعا طبيعيا بمتوسط 200، وانحراف معياري 10 كتب.

(أ) ما هو احتمال أن يكون عدد الكتب المصورة المباعة في يوم معين أقل من 175 كتاباً؟

(ب) ما هو احتمال أن يكون عدد الكتب المصورة المباعة في يوم معين أكثر من 195 كتاباً ؟

A. 17 يريد صاحب محلين لبيع الملابس في موقعين مختلفين في مدينة ما تحديد ما إذا كان التغير في العمل هو نفسه في كلا الموقعين . وقد كانت نتائج اثنين من العينات العشوائية المستقلة كما يلي :

$n_1 =$ 41 يوم

$S_1^2 =$ $2000

$n_2 =$ 41 يوم

$S_2^2 =$ $3000

(أ) ما هو التوزيع المناسب (Z أو t أو F أو chi-square) في هذه الحالة؟ احصل على القيمة (Z أو t أو F أو chi-square) .

(ب) ما هو الاحتمال المرتبط بالقيمة التي تم الحصول عليها؟ (تلميح : استخدم جدولًا مناسبًا من كتاب إحصاء)

A. 18 (أ) إذا كانت $n = 25$ ، ما هي قيمة t المرتبطة باحتمال (من طرف واحد) 5% ؟

(ب) إذا كانت $X \sim N(20,25)$ ، فما هو احتمال $P(\bar{X} > 15.3)$ إذا كان $n = 9$ ؟

A.19 في المتوسط ، يشعر الأفراد في الولايات المتحدة الأمريكية بصحة بدنية سيئة على مدى 3.6 يوم في الشهر ، مع انحراف معياري قدره 7.9 .[1] لنفترض أن متغير أيام الحالة الصحية الجسدية السيئة موزع بشكل طبيعي ، بمتوسط 3.6 و انحراف معياري 7.9 يوم . ما هو احتمال أن يشعر الشخص بحالة صحية سيئة أكثر من 5 ايام في شهر معين؟ (تلميح :استخدم الجداول الإحصائية .)

A. 20 يتبع مقاس زوج الأحذية التي تنتجها شركة Shoes R Us توزيعا طبيعيا بمتوسط 8 وتباين للمجتمع يساوي 4 .

(أ) ما هو احتمال أن يكون زوج الأحذية الذي تم اختياره عشوائيا بحجم أكبر من 6 ؟

(1) البيانات مأخوذة من نظام مراقبة عوامل الخطر السلوكي لعام 2008، والمتاحة في مراكز مكافحة الأمراض.

(ب) ما هو احتمال أن يكون حجم الزوج أقل من 7 ؟

A. 21 إذا تبين أنه ، إذا كان S_2^2 هو تباين العينة الذي تم الحصول عليه من عينة عشوائية من n من المشاهدات من مجتمع طبيعي مع تباين σ_2^2 ، من ثم توضح النظرية الإحصائية أن نسبة تباين العينة إلى تباين المجتمع مضروبة في درجات الحرية $(n-1)$ يتبع توزيع مربع كاي مع درجات $(n-1)$ درجة حرية :

$$(n-1)\left[\frac{S_x^2}{\sigma_x^2}\right] \sim \chi^2_{(n-1)}$$

لنفترض أن عينة عشوائية من 30 مشاهدة تم اختيارها من مجتمع طبيعي له $\sigma_x^2 = 10$ وتباين العينة هو $S_x^2 = 15$. ما هو احتمال الحصول على هذا التباين للعينة (أو أكبر)؟ (تلميح :استخدم الجداول الإحصائية .)

الدوال الأسية واللوغاريتمية Exponential and logarithmic functions

درسنا في الفصل 2 العديد من أشكال دوال نماذج الانحدار ، أحدها النموذج اللوغاريتمي ، إما لوغاريتمي مزدوج أو نصف لوغاريتمي . بما أن أشكال الدوال اللوغاريتمية تظهر بشكل متكرر في العمل التجريبي ، فمن المهم أن ندرس بعض الخصائص المهمة للوغاريتمات ومعكوساتها ، أي الأسس .

بالنظر في الأرقام 8 و 64 . كما ترون

$$64 = 8^2 \quad (1)$$

الكتابة بهذه الطريقة تعني ، الأس 2 هو لوغاريتم 64 للأساس 8 . بشكل منظم ، لوغاريتم رقم (على سبيل المثال 64) لأساس معين (مثل 8) هي القوة (2) التي يجب أن يكون الأساس (8) مرفوعا لها للحصول على الرقم المعطى (64) . بشكل عام ، إذا كان

$$Y = b^X \quad (b > 0) \quad (2)$$

إذن

$$\log_b Y = X \quad (3)$$

في دوال الرياضيات الدالة (2) تسمى الدالة الأسية والدالة (3) تسمى الدالة اللوغاريتمية . من الواضح من هذه المعادلات أن أي دالة هي معكوس الدالة الأخرى .

على الرغم من أنه يمكن استخدام أي أساس موجب في الممارسة العملية ، إلا أن

الأساسين الشائعين هما 10 والرقم الرياضي $e = 2.71828 \ldots$

تسمى اللوغاريتمات للأساس 10 لوغاريتمات عامة . فمثلا ،

$\log_{10} 30 \approx 1.48$ ، $\log_{10} 64 \approx 1.81$

في الحالة الأولى $64 \leftrightarrow 10^{1.81}$ وفي الحالة الثانية $30 \leftrightarrow 10^{1.48}$

تسمى اللوغاريتمات للأساس e اللوغاريتمات الطبيعية . وهكذا ،

$\log_e 30 \approx 3.4$ و $\log_e 64 \approx 4.16$

حسب الاصطلاح ، يتم الإشارة إلى اللوغاريتمات للأساس 10 بـ « log » وللأساس e بـ « ln » . في الحالة السابقة يمكننا كتابة log 64 أو log 30 أو ln 64 و ln 30 .

هناك علاقة ثابتة بين اللوغاريتمات العامة والطبيعية ، والتي تكون :

$$\ln X = 2.3026 \log X \quad (4)$$

وهذا يعني أن اللوغاريتم الطبيعي للعدد (الموجب) X يساوي 2.3026 مرة من لوغاريتم X للأساس 10 . وهكذا ،

$$\ln 30 = 2.3026 \log 30 = 2.3026\,(1.48) = 3.4$$

كما كان من قبل .

في الرياضيات ، الأساس المستخدم عادة هو e .

من المهم أن تضع في اعتبارك أن اللوغاريتمات للأرقام السالبة تكون غير محددة.

بعض الخصائص المهمة للوغاريتمات هي كالتالي : بوضع A و B على أنهما رقمين موجبين . يمكن إثبات أن الخصائص التالية موجودة :

1. $\ln (A \times B) = \ln A + \ln B \quad (5)$

وهذا يعني أن لوغاريتم حاصل ضرب رقمين موجبين A و B يساوي مجموع لوغاريتميهما . يمكن توسيع هذه الخاصية إلى حاصل ضرب ثلاثة أرقام موجبة أو أكثر .

2. $\ln \left[\frac{A}{B}\right]\left[\frac{A}{B}\right] = \ln A - \ln B \quad (6)$

أي أن لوغاريتم نسبة A إلى B يساوي الفرق بين لوغاريتمي A و B .

3. $\ln(A \pm B) \neq \ln A \pm \ln B \quad (7)$

أي أن لوغاريتم حاصل جمع أو طرح A و B لا يساوي مجموع أو الفرق بين لوغاريتماتهما .

4. $\ln(A^k) = k \ln A \quad (8)$

بمعنى ، لوغاريتم A مرفوع إلى القوة k يساوي k مضروبا في لوغاريتم A .

5. $\ln e = 1 \quad (9)$

بمعنى ، لوغاريتم e إلى نفسه كأساس يساوي 1 (كما في حالة لوغاريتم 10 إلى الأساسي 10)

6. $\ln 1 = 0$

أي أن ، اللوغاريتم الطبيعي للرقم 1 يساوي صفر ؛ هذا هو أيضا اللوغاريتم العام للرقم 1 .

7. If $Y = \ln X$, then $\frac{dY}{dX} = \frac{d(\ln X)}{dX} = \frac{1}{X} \quad (10)$

أي أن المشتقة أو معدل التغير لـ Y فيما يتعلق بـ X يساوي 1 على X . ومع ذلك ، إذا أخذنا المشتقة الثانية لهذه الدالة ، والذي يعطي معدل تغير لمعدل التغير ، فسوف نحصل على :

$$\frac{d^2Y}{dX^2} = -\frac{1}{X^2} \quad (11)$$

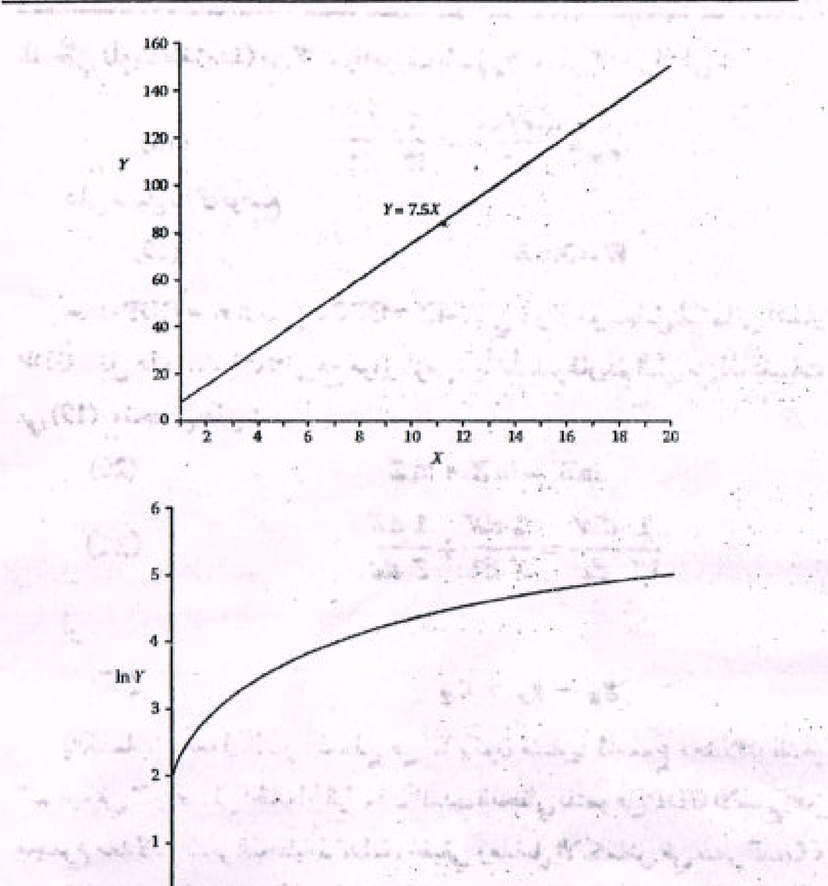
أي أنه على الرغم من أن معدل تغير لوغاريتم رقم (موجب) يكون موجبا ، فإن معدل التغيير في معدل التغيير يكون سالباً . بمعنى آخر ، سيكون للعدد الموجب الأكبر قيمة لوغاريتمية أكبر ، لكنه يزيد بمعدل متناقص . وهكذا ، $\ln(10) \approx 2.3026$ لكن $\ln(20) \approx 2.9957$. هذا هو السبب وراء تسمية التحول اللوغاريتمي تحول غير خطي . كل هذا يمكن رؤيته بوضوح من شكل A2.2 .

8 . على الرغم من أن الرقم الذي يتم أخذ اللوغاريتم له يكون دائمًا موجبًا ، إلا أن لوغاريتمه يمكن أن يكون موجبًا وكذلك سالبًا . يمكن التحقق بسهولة أنه إذا كان :

$$0 < Y < 1, \quad \ln Y < 0$$

$$Y = 1, \quad \ln Y = 0$$

$$Y > 1, \quad \ln Y > 0$$



شكل A2.2 عشرون رقما موجبا ولوغاريتماتهم

اللوغاريتمات والنسبة المئوية للتغيرات

Logarithms and percentage changes

غالباً ما يهتم علماء الاقتصاد بنسبة التغير في متغير ما ، مثل النسبة المئوية للتغير في الناتج المحلي الإجمالي ، والأجور ، وعرض النقود ، وما شابه . يمكن أن تكون اللوغاريتمات مفيدة جدًا في حساب النسبة المئوية للتغيرات . لرؤية هذا ، يمكننا أن

نكتب (10) أعلاه على النحو التالي :

$$d(\ln X) = \frac{dX}{X}$$

لذلك ، بالنسبة لتغير صغير جداً (من الناحية الفنية ، متناهي الصغر) في X ، فإن التغير في $\ln X$ يساوي التغير النسبي في X إذا ضربنا هذا التغير النسبي في 100 ، فسنحصل على النسبة المئوية للتغير .

في الواقع ، إذا كان التغير في (X (= dX صغيرًا إلى حد معقول ، فيمكننا تقريب التغير في $\ln X$ كتغير نسبي في X ، أي بالنسبة للتغيرات الصغيرة في X ، يمكننا كتابة :

$$(\ln X_t - \ln X_{t-1}) \approx \frac{(X_t - X_{t-1})}{X_{t-1}}$$

= التغير النسبي في X ،

أو النسبة المئوية للتغير إذا تم ضربه في 100 .

بعض التطبيقات المفيدة للوغاريتمات

زمن المضاعفة وقاعدة 70

لنفترض أن الناتج المحلي الإجمالي GDP في بلد ينمو بمعدل 3% سنويا . كم من الوقت سيستغرق البلد لمضاعفة ناتجه المحلي الإجمالي؟ بوضع r = النسبة المئوية للنمو في GDP و n = عدد السنوات التي يستغرقها GDP ليتضاعف . من ثم يتم إعطاء عدد السنوات (n) التي يستغرقها GDP ليصل إلى الضعف بالمعادلة التالية :

$$n = \frac{70}{r} \quad (12)$$

وبالتالي ، سوف يستغرق الأمر حوالي 23 سنة لمضاعفة GDP إذا كان معدل نمو GDP 3% سنوياً . إذا كان r = 8% ، فسوف يستغرق حوالي 8.75 سنة ليتضاعف GDP . من أين أتى الرقم 70 ؟

لإيجاد هذا ، بوضع $GDP(t+n)$ و $GDP(t)$ يكونان قيم الناتج المحلي الإجمالي في الوقت $(t+n)$ وفي الوقت (t) (لا يهم متى تبدأ (t)) . باستخدام معادلة الفائدة

المركبة المستمرة في التمويل ، يمكن توضيح أن :

$$GDP\,(t+n) = GDP\,(t)\; e^{r \times n} \qquad (13)$$

حيث يتم التعبير عن r بالكسور العشرية ويتم التعبير عن n بالسنوات أو أي وحدة زمنية ملائمة .

يجب أن نجد n و r بحيث إن :

$$e^{r.n} = \frac{GDP(t+n)}{GDP(t)} = 2 \qquad (14)$$

بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لكل جانب ، نحصل على

$$r\,.\,n = \ln 2 \qquad (15)$$

ملاحظة : لا داعي للقلق بشأن الحد المتوسط في (14) ، بالنسبة للمستوى الأولي للناتج المحلي الإجمالي (أو أي متغير اقتصادي) لا يؤثر على عدد السنوات التي يستغرقها لمضاعفة قيمته .

حيث

$$\ln(2) = 0.6931 \approx 0.70 \qquad (16)$$

نحصل من (15) على

$$n = \frac{0.70}{r} \qquad (17)$$

بضرب البسط والمقام في الجانب الأيمن في 100 ، نحصل على قاعدة 70 . كما ترون من هذه الصيغة ، كلما ارتفعت قيمة r ، كلما كان الوقت الذي سيستغرق في مضاعفة GDP أقصر .

بعض صيغ معدل النمو *Some growth rate formulas*

التحويلات اللوغاريتمية مفيدة جداً في حساب معدلات النمو في المتغيرات التي تكون دوال للمتغيرات المعتمدة على الزمن . لتوضيح ذلك ، بوضع المتغير W ليكون دالة في الزمن ، $W = f(t)$ ، حيث تشير t إلى الزمن . ثم يتم تعريف معدل النمو

اللحظي (أي نقطة زمنية) من W ، والمعروف باسم g_W ، على النحو التالي :

$$g_W = \frac{dW/dt}{W} = \frac{1}{W}\,\frac{dW}{dt} \qquad (18)$$

على سبيل المثال بوضع

$$W = X\,.\,Z \qquad (19)$$

حيث W = GDP الاسمي ، X = GDP الحقيقي ، و Z هو معامل انكماش أسعار GDP . كل هذه المتغيرات تتغير مع مرور الزمن . بأخذ اللوغاريتم الطبيعي للمتغيرات في (19) ، نحصل على :

$$\ln W = \ln X + \ln Z \qquad (20)$$

$$\frac{1}{W}\frac{dW}{dt} = \frac{1}{X}\frac{dX}{dt} + \frac{1}{Z}\frac{dZ}{dt} \qquad (21)$$

أو

$$g_W = g_X + g_Z \qquad (22)$$

بالكلمات ، معدل النمو اللحظي في W يكون مساويا لمجموع معدلات النمو اللحظية في X و Z . في الحالة الحالية ، فإن المعدل اللحظي للنمو في GDP الاسمي هو مجموع معدلات النمو اللحظية لـ GDP الحقيقي ومعامل الانكماش في سعر GDP ، وهي نتيجة يجب أن تكون مألوفة لطلاب الاقتصاد .

بشكل عام المعدل اللحظي للنمو لحاصل ضرب متغيرين أو أكثر هو مجموع معدلات النمو اللحظية لمكوناته.

بطريقة مشابهة ، يمكن أن توضيح أنه إذا كان لدينا

$$W = \frac{X}{Z} \qquad (23)$$

فإن

$$g_W = g_X - g_Z \qquad (24)$$

وهكذا ، إذا كان W = نصيب الفرد من الدخل (مقاس بـ GDP) ، و$X = \text{GDP}$ ، وZ = مجموع السكان ، فإن المعدل اللحظي للنمو في دخل الفرد يساوي المعدل اللحظي للنمو في GDP مطروحًا منه المعدل اللحظي للنمو في مجموع السكان ، وهو أمر معروف جيدا للطالب من النمو الاقتصادي .

Index